

중 학 교

수학 ②



머/리/말

수학은 오랜 옛날부터 문명의 발달에 핵심적인 역할을 해왔으며 앞으로도 이와 같은 수학의 역할은 더욱 확대될 것입니다. 특히 현재의 지식 정보화 사회에서의 신기술은 수학의 뒷받침 없이는 얻어질 수 없습니다. 따라서 수학을 열심히 공부하는 일은 개인의 발전뿐만 아니라 나아가 국가 경쟁력을 높이는 일이 됩니다.

이 책은 전인적 성장의 기반 위에 개성의 발달과 진로를 개척하는 사람, 기초 능력의 바탕 위에 새로운 발상과 도전으로 창의성을 발휘하는 사람, 문화적 소양과 다원적 가치에 대한 이해를 바탕으로 품격 있는 삶을 영위하는 사람, 세계와 소통하는 시민으로서 배려와 나눔의 정신으로 공동체 발전에 참여하는 사람을 육성하려는 마음가짐으로 새롭게 개정된 교육과정에 맞게 만들었습니다.

특히 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었습니다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 학생의 추론 능력, 문제 해결 능력 그리고 의사소통 능력을 발달시킬 수 있도록 하였습니다.

둘째, 창의력 기르기를 통하여 자신을 둘러싼 세계에 대한 경험을 토대로 다양한 문화와 가치에 대한 이해를 넓히고, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험함으로써 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해할 수 있도록 하였습니다.

셋째, 심신의 건강하고 조화로운 발달을 추구하며, 다양한 분야의 경험과 지식을 익혀 적극적으로 진로를 탐색할 수 있도록 하였으며, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였습니다.

고대 그리스의 수학자였던 유클리드는 '수학에는 왕도가 없다.' 라고 하였습니다. 이는 수학이 한순간에 이룩되는 것이 아니고 기초 개념과 기본 원리를 터득하고 지속적으로 공부해 나가야 하는 학문이라는 뜻입니다.

이 교과서를 통하여 학생들이 수학에 흥미를 가지고 실력을 키워 정보화와 세계화 시대에 걸맞은 창조적이고 지혜로운 사람으로 성장하기 바랍니다.

지은이 씀

이 책의 / 구성과 특징

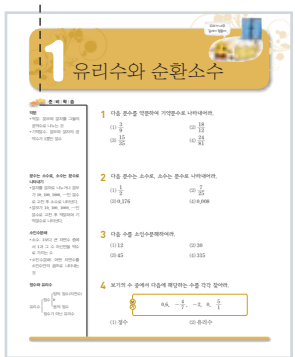
단원 소개 단원과 관련된 사진과 이야기를 소개함으로써 흥미를 불러일으키도록 하였습니다.



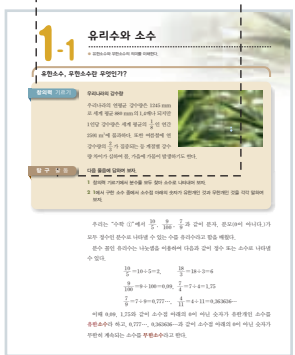
대단원 학습 목표 단원에서 배울 학습의 방향을 이해하고, 자기 주도적인 학습을 해 나갈 수 있게 하였습니다.

단원의 연계성 단원에서 공부할 내용과 관련하여 이전에 학습한 내용, 이후에 학습할 내용을 제시함으로써 내용의 흐름을 알 수 있게 하였습니다.

대단원 학습 목표 | 단원 소개 | 단원의 연계성 | 준비 학습 | 창의력 기르기 | 탐구 활동



준비 학습 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고, 학습의 위계를 알 수 있도록 문제를 제시하였습니다.

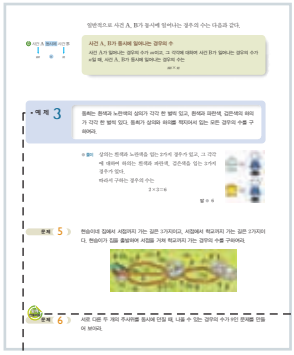


창의력 기르기 실생활이나 타 교과와 관련된 내용을 소개하여 흥미를 유발하고 내용 전개의 실마리를 제공하였습니다. 또 스토리텔링 형식을 통하여 수학의 가치와 유용성을 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 하였습니다.

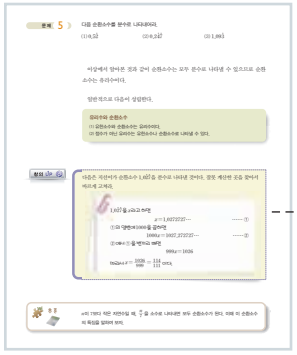
탐구 활동 창의력 기르기와 관련되거나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였습니다.

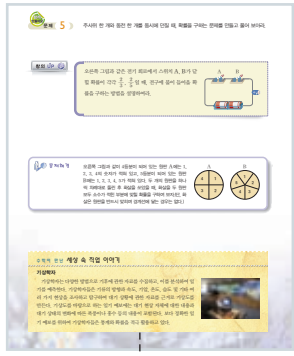
예제 학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 풀이를 함께 제시함으로써 개념 이해를 탄탄히 하고, 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다.

함께 만들어요 학생들 스스로 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들이 학습한 내용에 대한 문제 해결 방법과 과정을 보다 잘 이해할 수 있도록 하였습니다.



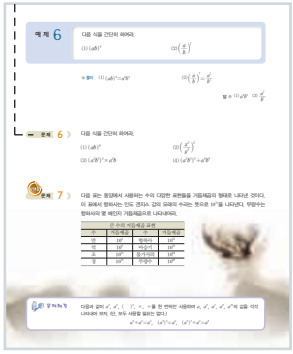
창의 UP 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각하여 표현해 봄으로써 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였습니다.



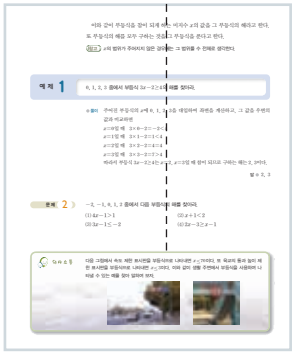


수학이 만난 세상 속 직업 이야기
단원과 관련된 직업을 소개함으로써 수학의 유용성을 일깨워 주고, 학생들이 진로를 선택하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

예제 | 문제 | 함께 만들어요 | 수학적 능력 관련 | 창의 UP | 수학이 만난 세상 속 직업 이야기



문제, 발전 문제, 실생활 문제
학생들이 공부한 내용을 스스로 점검할 수 있도록 학습 내용을 확인하는 다양한 문제를 제시하였습니다.



수학적 능력 관련(문제 해결, 추론, 의사소통)
창의적인 문제 해결 능력, 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력, 수학적 개념을 말로 표현하고 토의하는 과정을 통하여 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

이 책의 / 구성과 특징

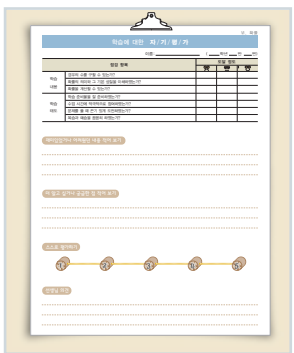
중단원 기초 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



중단원 실력 중단원 학습 내용 중 난이도 높은 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



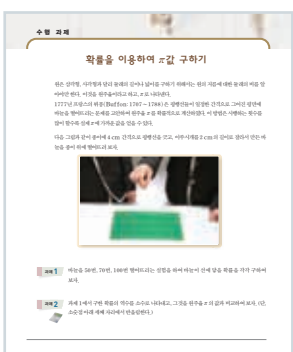
학습에 대한 자기 평가 대단원 학습을 마친 후 학습 목표에 도달하였는지 스스로 점검해 보고, 자신이 이 단원의 수업에 얼마나 열심히 참여했는지를 반성하게 하여 보다 나은 학습 태도를 유도함으로써 자기 주도 학습이 가능하도록 하였습니다.



중단원 기초 | 중단원 기본 | 중단원 실력 | 수행 과제 | 학습에 대한 자기 평가

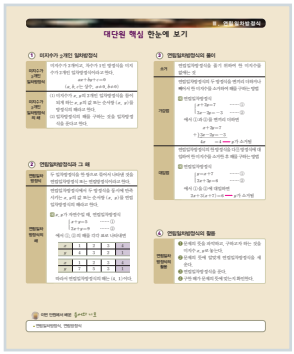


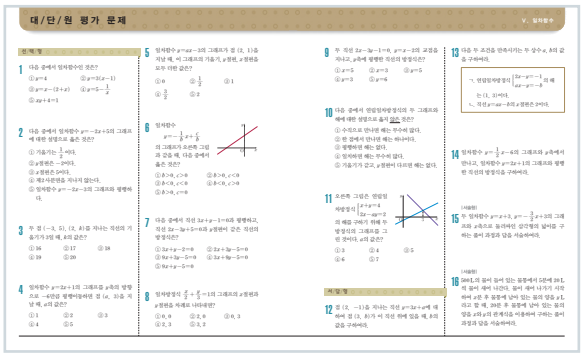
중단원 기본 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



수행 과제 단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 · 분석 · 조사 · 관찰한 후 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

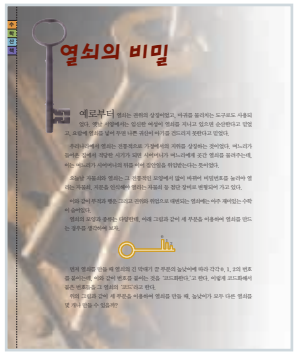
대단원 핵심 한눈에 보기 대단원 학습을 마친 후 그 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 상기할 수 있도록 하였습니다.





대단원 평가 문제 대단원 학습 내용을 총망라한 다양한 평가 문항들을 제시하였습니다. 또 서술형 문제를 통해 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

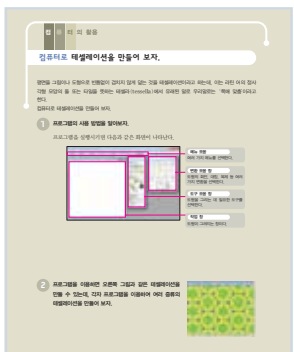
수학 산책 실생활에서 수학이 활용되는 예, 그 내용이 등장하게 된 계기 등 이 단원과 연관이 있는 이야기를 소개하여 수학에 흥미를 불러일으킬 수 있도록 하였습니다.



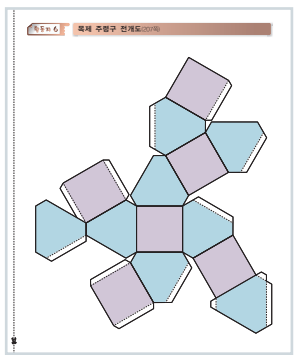
대단원 핵심 한눈에 보기 | 만화로 보는 수학 이야기 | 대단원 평가 문제 | 공학적 도구의 활용 | 수학 산책 | 활동지

만화로 보는 수학 이야기 단원과 관련된 내용을 만화로 보여 줌으로써 친근하게 학습 내용의 필요성을 느낄 수 있도록 하였고, 생각 키우기에서 다양한 아이디어를 산출할 수 있도록 열린 반응을 요구하는 수학적 과제를 제시하였습니다.





공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용 단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였습니다.



활동지 수업에서 직접 활용할 수 있는 활동지를 제공하여 학생 스스로 조작해 봄으로써 활동적인 수학 수업이 가능하도록 하였습니다.

차례

Ⅰ. 유리수

1. 유리수와 순환소수 12
1-1 유리수와 소수 13
1-2 유리수와 순환소수 16
수준별 학습 21
수행 과제 24
학습에 대한 자기 평가 25
대단원 핵심 한눈에 보기 26
만화로 보는 수학 이야기 27
대단원 평가 문제 28
수학 산책 30

Ⅱ. 식의 계산

1. 단항식의 계산 34
1-1 지수법칙 35
1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈 43
수준별 학습 47
2. 다항식의 계산 50
2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈 51
2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈 55
2-3 곱셈 공식 61
2-4 등식의 변형 67
수준별 학습 69
수행 과제 72
학습에 대한 자기 평가 73
대단원 핵심 한눈에 보기 74
만화로 보는 수학 이야기 75
대단원 평가 문제 76
컴퓨터의 활용 78
수학 산책 80

Ⅲ. 연립일차방정식

1. 연립일차방정식 84
1-1 미지수가 2개인 일차방정식 85
1-2 연립일차방정식과 그 해 87
1-3 연립일차방정식의 풀이 89
1-4 연립일차방정식의 활용 96
수준별 학습 99
수행 과제 102
학습에 대한 자기 평가 103
대단원 핵심 한눈에 보기 104
만화로 보는 수학 이야기 105
대단원 평가 문제 106
컴퓨터의 활용 108
수학 산책 109

Ⅳ. 부등식

1. 일차부등식 112
1-1 부등식과 그 해 113
1-2 부등식의 성질 116
1-3 일차부등식의 풀이 119
1-4 일차부등식의 활용 125
수준별 학습 129
2. 연립일차부등식 132
2-1 연립일차부등식 133
2-2 연립일차부등식의 활용 138
수준별 학습 141
수행 과제 144
학습에 대한 자기 평가 145
대단원 핵심 한눈에 보기 146
만화로 보는 수학 이야기 147
대단원 평가 문제 148
수학 산책 150

V. 일차함수

1. 일차함수와 그래프 154
1-1 일차함수의 뜻과 그래프 155
1-2 일차함수의 그래프의 성질 167
1-3 일차함수의 활용 174
수준별 학습 177
2. 일차함수와 일차방정식의 관계 180
2-1 일차함수와 일차방정식 181
2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해 185
계산기의 활용 188
수준별 학습 189
수행 과제 192
학습에 대한 자기 평가 193
대단원 핵심 한눈에 보기 194
만화로 보는 수학 이야기 195
대단원 평가 문제 196
컴퓨터의 활용 198
수학 산책 200

VI. 확률

1. 경우의 수와 확률 204
1-1 경우의 수 205
1-2 확률의 뜻 211
수준별 학습 215
2. 확률의 성질과 계산 218
2-1 확률의 성질 219
2-2 확률의 계산 222
수준별 학습 227
수행 과제 230
학습에 대한 자기 평가 231
대단원 핵심 한눈에 보기 232
만화로 보는 수학 이야기 233
대단원 평가 문제 234
수학 산책 236

VII. 도형의 성질

1. 삼각형의 성질 240
1-1 이등변삼각형 241
1-2 직각삼각형의 합동 247
1-3 삼각형의 외심과 내심 250
수준별 학습 259
2. 사각형의 성질 262
2-1 평행사변형 263
2-2 여러 가지 사각형 269
수준별 학습 277
수행 과제 280
학습에 대한 자기 평가 281
대단원 핵심 한눈에 보기 282
만화로 보는 수학 이야기 283
대단원 평가 문제 284
컴퓨터의 활용 286
수학 산책 288

VIII. 도형의 닮음

1. 도형의 닮음 292
1-1 닮은 도형 293
1-2 삼각형의 닮음조건 297
수준별 학습 301
2. 닮음의 활용 304
2-1 평행선과 선분의 길이의 비 305
2-2 닮음의 활용 310
수준별 학습 321
수행 과제 324
학습에 대한 자기 평가 325
대단원 핵심 한눈에 보기 326
만화로 보는 수학 이야기 327
대단원 평가 문제 328
컴퓨터의 활용 330
수학 산책 331

부록 **해답** 334 **활동지** 379 **찾아보기** 391



I 유리수

이 단원의 학습목표

1. 순환소수의 의미를 이해한다.
2. 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

1. 유리수와 순환소수



현악기는 소리의 높낮이가 현의 길이에 따라 달라진다.

현의 길이가 $\frac{1}{2}$배가 되면 한 옥타브 높은 소리가 나고, $\frac{2}{3}$배가 되면 5도 높은 음이 된다고 한다. 현의 길이와 소리의 진동수는 반비례하므로 기준음 '도'의 진동수를 1이라고 하면 진동수가 $\frac{3}{2}$인 음은 '도'보다 5도 높은 '솔'이 되고, 진동수가 2가 되면 한 옥타브 높은 '도'가 된다. 이를 이용하면 각각의 음에 해당되는 진동수를 구할 수 있다. 예를 들면

① '솔'보다 5도 높은 '높은 레'의 진동수는 $\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$이므로 이보다 한 옥타브 낮은 '레'의 진동수는 $\frac{9}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{8}$이다.

② '레'보다 5도 높은 '라'의 진동수는 $\frac{9}{8}\times\frac{3}{2}=\frac{27}{16}$이다.

이와 같이 자연수의 비를 이용하여 음악의 아름다운 소리를 나타낼 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
- 분수의 덧셈과 뺄셈
- 분수와 소수

[중1~3학년군]
- 자연수의 성질
- 정수와 유리수

이 단원에서 공부할 내용

1. **유리수와 순환소수**
   - 유리수와 소수
   - 유리수와 순환소수

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 제곱근과 실수
- 근호를 포함한 식의 계산

[수학 I]
- 복소수와 이차방정식



1 유리수와 순환소수

준 | 비 | 학 | 습

약분
- 약분: 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것
- 기약분수: 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수

분수는 소수로, 소수는 분수로 나타내기
- 분자를 분모로 나누거나 분모가 10, 100, 1000, …인 분수로 고친 후 소수로 나타낸다.
- 분모가 10, 100, 1000, …인 분수로 고친 후 약분하여 기약분수로 나타낸다.

소인수분해
- 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수
- 소인수분해: 어떤 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것

정수와 유리수

유리수 ⟨ 정수 ⟨ 양의 정수(자연수), 0, 음의 정수 ; 정수가 아닌 유리수

1 다음 분수를 약분하여 기약분수로 나타내어라.

(1) $\frac{3}{9}$ (2) $\frac{18}{12}$

(3) $\frac{15}{35}$ (4) $\frac{24}{81}$

2 다음 분수는 소수로, 소수는 분수로 나타내어라.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{25}$

(3) 0.176 (4) 0.008

3 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 12 (2) 30

(3) 45 (4) 315

4 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 각각 찾아라.

보기: $0.6,\ -\frac{4}{7},\ -2,\ 0,\ \frac{5}{1}$

(1) 정수 (2) 유리수

1-1 유리수와 소수

● 유한소수와 무한소수의 의미를 이해한다.

유한소수, 무한소수란 무엇인가?

창의력 기르기

우리나라의 강수량



우리나라의 연평균 강수량은 1245 mm로 세계 평균 880 mm의 1.4배나 되지만 1인당 강수량은 세계 평균의 $\frac{1}{8}$인 연간 2591 m^3에 불과하다. 또한 여름철에 연 강수량의 $\frac{2}{3}$가 집중되는 등 계절별 강수량 차이가 심하여 봄, 가을에 가뭄이 발생하기도 한다.

탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

1 창의력 기르기에서 분수를 모두 찾아 소수로 나타내어 보자.

2 1에서 구한 소수 중에서 소수점 아래의 숫자가 유한개인 것과 무한개인 것을 각각 말하여 보자.

우리는 "수학 ①"에서 $\frac{10}{5}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{7}{9}$과 같이 분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 배웠다.

분수 꼴인 유리수는 나눗셈을 이용하여 다음과 같이 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{10}{5}=10\div5=2, \qquad \frac{18}{3}=18\div3=6$$

$$\frac{9}{100}=9\div100=0.09, \quad \frac{7}{4}=7\div4=1.75$$

$$\frac{7}{9}=7\div9=0.777\cdots, \quad \frac{4}{11}=4\div11=0.363636\cdots$$

이때 0.09, 1.75와 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수를 **유한소수**라 하고, 0.777…, 0.363636…과 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수를 **무한소수**라고 한다.

문제 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{4}{3}$

(3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{1}{6}$

어떤 분수를 유한소수로 나타낼 수 있는가?

탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다음은 유한소수를 기약분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$0.6=\frac{6}{10}=\frac{3}{\square},\quad 0.35=\frac{\square}{100}=\frac{\square}{\square}$$

2 유한소수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모에는 어떠한 특징이 있는지 말하여 보자.

3 다음은 분수를 유한소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$\frac{3}{2}=\frac{3\times\square}{2\times\square}=\frac{\square}{10}=1.5$$

$$\frac{7}{25}=\frac{7\times\square}{25\times\square}=\frac{\square}{100}=\square$$

4 **3**과 같이 모든 기약분수는 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수 있는지 말하여 보자.

유한소수 0.3, 0.47, 0.653은 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

$$0.3=\frac{3}{10},\quad 0.47=\frac{47}{100}=\frac{47}{10^2},\quad 0.653=\frac{653}{1000}=\frac{653}{10^3}$$

그런데

$$10=2\times5,\quad 10^2=2^2\times5^2,\quad 10^3=2^3\times5^3,\quad \cdots$$

이므로 유한소수를 분수로 나타내면 분모의 소인수는 2와 5뿐이다.

또한 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 다음과 같이 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수 있으므로 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}=\frac{7\times5}{2^2\times5^2}=\frac{35}{10^2}=\frac{35}{100}=0.35$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

보기 (1) $\frac{9}{75}=\frac{3}{25}=\frac{3}{5^2}$ 이므로 $\frac{9}{75}$는 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{35}{60}=\frac{7}{12}=\frac{7}{2^2\times3}$ 이므로 $\frac{35}{60}$는 유한소수로 나타낼 수 없다.

문제 2 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

기약분수로 나타낸 후 분모의 소인수를 구하여 본다.

㉠ $\frac{9}{2^4}$ ㉡ $\frac{4}{3^2\times5}$ ㉢ $\frac{4}{2\times5\times7}$ ㉣ $\frac{42}{2^3\times3\times5}$

발전 문제 3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아 유한소수로 나타내어라.

(1) $\frac{13}{60}$ (2) $\frac{24}{120}$ (3) $\frac{27}{180}$ (4) $\frac{21}{525}$

추론 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 그 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다. 그 이유를 설명하여 보자.

1-2 유리수와 순환소수

- 순환소수의 의미를 이해한다.
- 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

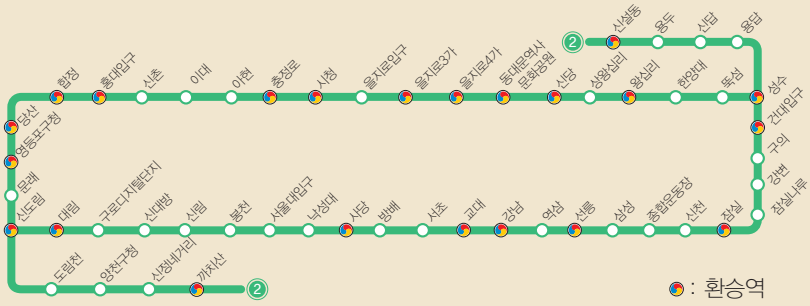


순환소수란 무엇인가?

창의력 기르기

서울 지하철 2호선

서울 지하철 2호선은 시청을 기점으로 한 바퀴를 도는 을지로 순환선과 신도림–까치산, 성수–신설동을 왕복하는 2개의 지선으로 운행되고 있다. 전체 51개 역 중에서 다른 지하철로 환승할 수 있는 역은 22개로 서울 지하철 노선 중 환승역이 가장 많다.



탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.



1 서울 지하철 2호선 역 중에서 환승역의 수에 대한 전체 역의 수의 비율을 분수로 나타내어 보자.

2 1에서 나타낸 분수를 소수로 나타내어 보자.

분수 $\frac{7}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{269}{330}$를 소수로 나타내면

$$\frac{7}{9}=0.777\cdots,\quad \frac{6}{11}=0.545454\cdots,\quad \frac{269}{330}=0.8151515\cdots$$

이다.

이와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수를 **순환소수**라고 하며, 이때 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 **순환마디**라고 한다.

0.363636…
↑
순환마디

이를테면 순환소수 0.777…, 0.545454…, 0.8151515…의 순환마디는 각각 7, 54, 15이다.

한편 순환소수는 다음과 같이 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 간단히 나타낸다.

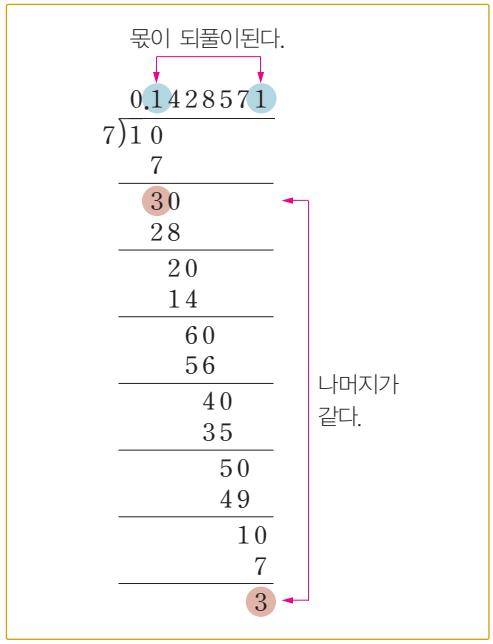
$$2.415415415\cdots = 2.\dot{4}1\dot{5}$$

보기 $0.333\cdots = 0.\dot{3}$, $2.784784784\cdots = 2.\dot{7}8\dot{4}$, $0.1565656\cdots = 0.1\dot{5}\dot{6}$

문제 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타내어라.

(1) 0.747474…
(2) 5.123333…
(3) 6.2898989…
(4) 0.405405…

분수 $\frac{1}{7}$을 소수로 나타낼 때, 다음과 같은 나눗셈 과정을 거치게 된다.



위의 나눗셈 과정에서 다음을 알 수 있다.

(1) 나머지는 7보다 작아야 하므로 적어도 7번째 안에는 같은 수가 나타난다.

(2) 나머지가 같은 수가 나타나면 그때부터 같은 몫이 되풀이된다.

즉, $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}42857\dot{}$이 됨을 알 수 있다.



무한소수 중에는 순환하지 않는 무한소수도 있다. 이를테면 원주율 π는
3.1415926535…
로 순환하지 않는 무한소수이다.

일반적으로 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 무한소수가 되며 이 무한소수는 반드시 순환소수로 나타내어진다.

문제 2 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

(1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{13}{18}$ (3) $\frac{4}{33}$ (4) $\frac{14}{111}$

함께 만들어요

문제 3 문제 2와 같이 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 알아보는 문제를 만들고 풀어 보아라.

순환소수는 분수로 나타낼 수 있는가?

탐 구 활 동 **순환소수 $x=0.2222\cdots$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.**

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$10x=10\times 0.2222\cdots=\square$$

2 x와 $10x$의 소수 부분을 비교하여 보자.

순환소수 $0.\dot{7}$을 분수로 나타내어 보자.

$0.\dot{7}$을 x라고 하면

$$x=0.7777\cdots \quad \cdots\cdots ①$$

이고, ①의 양변에 10을 곱하면

$$10x=7.7777\cdots \quad \cdots\cdots ②$$

이다. 이때 ①과 ②의 소수 부분이 같으므로

②에서 ①을 변끼리 빼면 $9x=7$

따라서 $x=\frac{7}{9}$이다.

즉, $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$임을 알 수 있다.

$$\begin{array}{rl} 10x=7.7777\cdots & \\ -) \quad x=0.7777\cdots & \\ \hline 9x=7 & \end{array}$$

예 제 1

순환소수 $0.\dot{8}\dot{5}$를 분수로 나타내어라.

x=(순환소수)로 놓고, 양변에 적당한 10의 거듭제곱을 곱하여 소수 부분이 같도록 만든다.

● 풀이 $0.\dot{8}\dot{5}$를 x라고 하면

$$x=0.858585\cdots \quad \cdots\cdots ①$$

①의 양변에 100을 곱하면

$$100x=85.858585\cdots \quad \cdots\cdots ②$$

②에서 ①을 변끼리 빼면

$$99x=85$$

따라서 $x=\frac{85}{99}$이다.

$$\begin{array}{rl} 100x= & 85.858585\cdots \\ -) \quad x= & 0.858585\cdots \\ \hline 99x= & 85 \end{array}$$

답 ● $\frac{85}{99}$

문 제 4 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.\dot{4}$ (2) $0.\dot{2}\dot{7}$ (3) $0.\dot{2}3\dot{4}$

예 제 2

순환소수 $0.23\dot{6}$을 분수로 나타내어라.

소수점 아래에는 순환마디만 반복되도록 10의 거듭제곱을 곱한 후 뺄셈으로 간단히 한다.

● 풀이 $0.23\dot{6}$을 x라고 하면

$$x=0.2363636\cdots \quad \cdots\cdots ①$$

①의 양변에 10과 1000을 곱하면

$$10x=2.363636\cdots \quad \cdots\cdots ②$$

$$1000x=236.363636\cdots \quad \cdots\cdots ③$$

③에서 ②를 변끼리 빼면

$$990x=234$$

따라서 $x=\frac{234}{990}=\frac{13}{55}$이다.

$$\begin{array}{rl} 1000x= & 236.363636\cdots \\ -) \quad 10x= & 2.363636\cdots \\ \hline 990x= & 234 \end{array}$$

답 ● $\frac{13}{55}$

문제 5 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.5\dot{2}$ (2) $0.2\dot{4}\dot{7}$ (3) $1.09\dot{3}$

이상에서 알아본 것과 같이 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있으므로 순환소수는 유리수이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

유리수와 순환소수

(1) 유한소수와 순환소수는 유리수이다.
(2) 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

창의 UP

다음은 지선이가 순환소수 $1.0\dot{2}\dot{7}$을 분수로 나타낸 것이다. 잘못 계산한 곳을 찾아서 바르게 고쳐라.

$1.0\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$$x=1.0272727\cdots \quad \cdots\cdots ①$$

①의 양변에 1000을 곱하면

$$1000x=1027.272727\cdots \quad \cdots\cdots ②$$

②에서 ①을 변끼리 빼면

$$999x=1026$$

따라서 $x=\frac{1026}{999}=\frac{114}{111}$이다.

추론

n이 7보다 작은 자연수일 때, 분수 $\frac{n}{7}$을 소수로 나타내면 모두 순환소수가 된다. 이때 이 순환소수의 특징을 말하여 보자.



소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수를 무한소수라고 한다.

1 다음 소수를 유한소수와 무한소수로 구별하여라.

(1) 0.8888…　　(2) 0.74

(3) 1.100100100…　　(4) 2.56666

2 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $\frac{7}{2}$　　(2) $\frac{11}{6}$

(3) $\frac{8}{11}$　　(4) $\frac{3}{25}$

분모의 소인수가 2나 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{3}{2\times5^2}$　　㉡ $\frac{6}{2^3\times7}$

㉢ $\frac{6}{3\times5}$　　㉣ $\frac{30}{2\times3^2}$

순환소수에서 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 순환마디라고 한다.

4 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타내어라.

(1) 0.3333…　　(2) 0.424242…

(3) 2.385555…　　(4) 1.8512512512…

5 다음은 순환소수 $0.\dot{1}\dot{8}$을 분수로 고치는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$0.\dot{1}\dot{8}$을 x라고 하면

□$x=18.1818\cdots$

$-)\quad x=0.1818\cdots$

□$x=18$

따라서 $x=$□이다.

중/단/원 기본

수준별

유한소수와 무한소수

1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $-\frac{3}{4}$ (2) $\frac{7}{18}$

(3) $1\frac{5}{8}$ (4) $\frac{19}{33}$

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

2 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{3}{40}$ ㉡ $\frac{21}{625}$ ㉢ $\frac{17}{72}$

㉣ $\frac{9}{225}$ ㉤ $\frac{21}{490}$ ㉥ $\frac{6}{540}$

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아 유한소수로 나타내어라.

(1) $\frac{7}{15}$ (2) $\frac{9}{20}$ (3) $\frac{26}{18}$

(4) $\frac{25}{60}$ (5) $\frac{49}{70}$ (6) $\frac{3}{125}$

순환소수의 표현

4 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

(1) $\frac{20}{9}$ (2) $\frac{1}{11}$

(3) $\frac{13}{60}$ (4) $\frac{53}{90}$

유리수와 순환소수

5 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.\dot{6}\dot{3}$ (2) $0.1\dot{7}$

(3) $0.62\dot{1}$ (4) $0.82\dot{4}$

중/단/원 실력

1 분수 $\frac{7}{13}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 20번째 자리 숫자를 구하여라.

• 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2 또는 5만을 소인수로 가지려면 분자는 어떤 수가 되어야 하는지 생각해 본다.

2 분수 $\frac{x}{2^2\times3\times5}$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때 x가 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 자연수를 구하여라.

3 x가 100보다 작은 자연수일 때, 분수 $\frac{x}{130}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{y}$이다. x, y의 값을 구하여라.

• 먼저 주어진 순환소수를 기약분수로 나타내어 본다.

4 순환소수 $1.8\dot{3}$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

5 두 수 $\frac{13}{42}$, $\frac{49}{60}$에 자연수 a를 곱하면 두 수 모두 유한소수가 된다. 이러한 a의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

수행 과제

컴퓨터 프로그램을 활용한 순환소수 구하기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 순환소수를 구하여 보자.

❶ A1, A2 셀에 '분자', '분모'라 각각 쓰고, B1, B2 셀에 유리수의 분자, 분모의 값을 각각 써넣는다.
❷ 자릿수는 소수점 아래 숫자의 개수를 나타낸다.
❸ C5 셀에 '=B1'을 써넣어 나머지로서 분자가 나타나게 한다.
❹ B6 셀에 '=INT(10 * C5/B2)'를 써넣는다.
❺ C6 셀에 '=C5 * 10−B6 * B2'를 써넣는다.
❻ 소수 전개식을 나타내기 위해서 D5 셀에 '= "0."'이라고 써넣는다.
❼ D6 셀에 '=D5&TEXT(B6, 0)'을 써넣는다.
❽ B6 셀에서 D6 셀까지 아래로 블록을 잡아 메뉴에서 [편집] - [채우기] - [아래쪽]을 선택하면 오른쪽 그림처럼 순환소수가 나타난다.



	A	B	C	D
1	분자	7		
2	분모	13		
3				
4	자릿수	각 자릿수	나머지	소수 전개
5	0		7	0.
6	1	5	5	0.5
7	2	3	11	0.53
8	3	8	6	0.538
9	4	4	8	0.5384
10	5	6	2	0.53846
11	6	1	7	0.538461
12	7	5	5	0.5384615
13	8	3	11	0.53846153
14	9	8	6	0.538461538
15	10	4	8	0.5384615384
16	11	6	2	0.53846153846
17	12	1	7	0.538461538461
18	13	5	5	0.5384615384615
19	14	3	11	0.53846153846153
20	15	8	6	0.538461538461538

과제 1 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 구하여라.

(1) $\frac{12}{19}$ (2) $\frac{5}{23}$ (3) $\frac{16}{31}$

과제 2 분수 $\frac{n}{19}$을 순환소수로 나타낼 때, 자연수 n의 값이 변함에 따라 어떤 성질이 나타나는지 찾아보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	😊
학습 내용	유한소수와 무한소수의 의미를 이해하였는가?			
	순환소수의 의미를 이해하였는가?			
	유리수와 순환소수의 관계를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 유리수와 소수

유한소수	소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수 예 0.32, 3.467, 10.1234
무한소수	소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수 예 0.333…, 2.6262…, 3.141592…
유한소수로 나타낼 수 있는 분수	분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. 예 유한소수: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{50}$ 무한소수: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{60}$

② 유리수와 순환소수

순환소수	소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수
순환마디	순환소수에서 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분
순환소수를 분수로 나타내기	$x=3.\dot{5}$라고 하면 $x=3.5555\cdots$ $10x=35.5555\cdots$ $-)\ \ x=\ 3.5555\cdots$ $9x=32$ $x=\frac{32}{9}$ 즉, 순환소수 $3.\dot{5}$를 분수로 나타내면 $\frac{32}{9}$이다.
유리수와 순환소수	(1) 유한소수와 순환소수는 유리수이다. (2) 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.



이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디
- $2.4\dot{1}\dot{5}$(순환소수 표현)

분수들의 비행기 여행



생각 키/우/기 짐을 실을 수 있는 분수와 실을 수 없는 분수의 차이점은 무엇인지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{3}{2^2\times 3}$ ③ $\frac{13}{5^2}$
④ $\frac{7}{2^3\times 5^2}$ ⑤ $\frac{3^3}{2\times 3\times 5^2}$

2 유리수 $\frac{b}{a}$ $(a\neq 0)$에서 정수 b를 a로 나눌 때, 다음 중에서 그 계산 결과가 될 수 없는 것은?

① 정수 ② 자연수
③ 유한소수 ④ 순환소수
⑤ 순환하지 않는 무한소수

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는?

$$\frac{5}{6},\quad \frac{7}{16},\quad \frac{21}{30},\quad \frac{3}{33},\quad \frac{9}{75}$$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $0.\dot{2}=\frac{1}{5}$ ② $0.3=\frac{1}{3}$
③ $-0.\dot{4}\dot{5}=-\frac{5}{11}$ ④ $7.\dot{5}=7\frac{5}{9}$
⑤ $-0.2\dot{5}=-\frac{25}{99}$

5 다음 중에서 순환소수를 바르게 나타낸 것은?

① $0.02828\cdots=0.0\dot{2}8\dot{2}$
② $1.123123\cdots=1.\dot{1}2\dot{3}$
③ $4.0222\cdots=4.0\dot{2}2\dot{2}$
④ $2.131131\cdots=2.\dot{1}3\dot{1}$
⑤ $3.907878\cdots=3.907\dot{8}$

6 다음 중에서 $x=1.2\dot{7}\dot{3}$을 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식은?

① $1000x-x$
② $1000x-10x$
③ $1000x-100x$
④ $100x-10x$
⑤ $10000x-10x$

7 $\frac{7}{30}\times a$가 유한소수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중에서 가장 작은 수는?

① 2 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 15

8 다음 수 중에서 하나를 골라 x라고 할 때, 분수 $\frac{1}{x}$을 소수로 나타내면 순환소수가 되는 x의 개수는?

$$2,\quad 5,\quad 7,\quad 9,\quad 10,\quad 15$$

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

9 다음 중에서 옳은 것을 찾으면?

① 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
② 모든 무한소수는 순환소수이다.
③ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
④ 모든 무한소수는 유리수이다.
⑤ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

10 $0.\dot{4}\dot{7}=47\times A$일 때, A의 값은?

① 0.1 ② 0.01 ③ 0.001
④ $0.0\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{0}\dot{1}$

서/답/형

11 순환소수 $1.\dot{6}\dot{3}$을 분수로 나타내어라.

12 $0.\dot{6}=\frac{a}{3}$, $0.4\dot{3}=\frac{b}{30}$라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

13 $\frac{11}{280}\times n$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. n의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

14 분수 $\frac{10}{27}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 35번째 자리 숫자를 구하여라.

|서술형|

15 $\frac{1}{10}+\frac{1}{10^3}+\frac{1}{10^5}+\cdots$을 순환소수로 나타내는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

16 분수 $\frac{a}{60}$를 계산기를 이용하여 소수로 나타내었더니 다음과 같은 결과를 얻었다. 이때 자연수 a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



달력

달은 지구의 유일한 위성으로 약 384400 km 떨어진 거리에서 지구 주위를 서쪽에서 동쪽으로 돌고 있다. 달의 크기는 지구의 $\frac{1}{3}$보다 작으며 적도의 반지름의 길이는 약 1738 km 정도이다. 또 질량은 지구의 약 $\frac{1}{81}$에 불과하고 중력은 지구의 $\frac{1}{6}$ 정도이며 태양의 빛을 반사하여 빛을 내지만 반사율, 즉 받은 빛을 반사하는 비율은 약 0.073에 불과하다.

달이 지구를 한 바퀴 도는 데는 정확하게 29.53일이 걸리는데 이 시간을 기준으로 하여 한 달을 29일 또는 30일로 정한 것이 태음력이다. 그런데 태음력은 실제 달의 공전주기와 차이가 나기 때문에 이런 차이를 메우기 위하여 어떤 해는 일 년 중 새로운 한 달을 끼워 넣는다. 이렇게 새로 끼워 넣은 달을 윤달이라고 한다.

반면에 지구가 태양을 한 바퀴 도는 것을 기준으로 날짜를 정하는 것을 태양력이라 한다. 태양력에도 음력의 윤달과 같은 것이 있으나 음력처럼 한 달을 통째로 끼워 넣는 대신에 특정한 해에 하루를 첨가하는 윤년을 사용하고 있다.

오늘날 우리가 사용하고 있는 것과 같은 형식의 달력은 로마의 황제였던 카이사르(Caesar. G. J.; B. C. 100~B. C. 44)에 의하여 처음 고안된 것으로 카이사르의 달력에 의하면 지구가 태양을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간인 $365\frac{1}{4}$일을 1년으로 하고 있다.

여기에 나타나는 $\frac{1}{4}$일은 4년에 한 번씩 2월에 하루를 더하여 차이를 메우고 있는데, 이처럼 2월에 하루를 더하는 해를 윤년이라고 한다.

그러나 이렇게 4년마다 하루씩 더하여도 지구가 태양을 한 바퀴 도는 1년 동안과는 11분의 차이가 난다. 실제로 태양이 춘분점을 지나서 다시 춘분점까지 되돌아오는 1태양년은 365.2422일이다.

따라서 우리가 사용하는 1년의 365일과의 차 0.2422일은 4년마다 윤년을 두어 처리해도 정확하게 맞지는 않는다.

이것을 반영하여 만든 것이 오늘날 우리가 사용하고 있는 달력으로 1582년 교황 그레고리우스 13세(Gregorius XIII ; 1502~1585)가 제정한 '그레고리력'이다. 이 달력에 의하면 4년마다 윤년을 두되 100으로 나누어지는 해는 평년으로 하고 400의 배수인 1600년, 2000년 등은 윤년으로 정한다.

그레고리력에 의하면 400년 중에서 평년은 303번 나타나고 윤년은 97번 나타나며, 1년은 평균 365.2425일이다. 하루는 86400초이므로 1태양년과의 차는 겨우 25.92초 정도이다. 그래서 그레고리력이 제정된 1582년부터 $\frac{86400}{25.92}$(=약 3333.$\dot{3}$)년 뒤인 4916년에는 태양력보다 하루 앞서게 된다. 따라서 4916년은 윤년이 되는 4의 배수임에도 불구하고 평년이 된다.

여러분이 4916년까지 살 수 있다면 그 해의 달력에서 2월이 28일뿐이라는 것을 볼 수 있을 것이다.





II 식의 계산

이 단원의 학습목표

1. 지수법칙을 이해한다.
2. 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
3. 다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 곱셈 공식을 유도할 수 있다.
4. 다항식의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
5. 간단한 등식을 변형할 수 있다.

1. 단항식의 계산
2. 다항식의 계산



나노 기술은 우리나라뿐만 아니라 선진국들의 산업 발전에 기반이 되는, 시너지 효과가 큰 기술이다. 나노(nano)란 10억분의 1을 뜻하는 말로 고대 그리스 어로 난쟁이를 뜻하는 '나노스(nanos)'에서 나온 말이며, 그 말의 유래에서 아주 작다는 의미임을 알 수 있다. 1나노미터(nanometer)는 10억분의 1미터를 말하는데, 보통 사람의 머리카락 한 가닥의 굵기가 약 10만 나노미터라고 하니 1나노미터가 얼마나 작은지 짐작할 수 있을 것이다. 1나노미터를 분수로 나타내면 $\frac{1}{1000000000}$ m이고, 이것을 간단히 나타내면 $\frac{1}{10^9}$ m라고 쓸 수 있다.

이와 같이 매우 작은 수나 큰 수도 지수를 사용하면 간단하게 나타낼 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[중1~3학년군] 자연수의 성질 정수와 유리수 문자의 사용과 식의 계산	1. 단항식의 계산 지수법칙 단항식의 곱셈과 나눗셈 2. 다항식의 계산 다항식의 덧셈과 뺄셈 다항식의 곱셈과 나눗셈 곱셈 공식 등식의 변형	[중1~3학년군] 연립일차방정식 다항식의 인수분해 이차방정식 [수학 I] 다항식의 연산 인수분해

1 단항식의 계산



준 | 비 | 학 | 습

거듭제곱

같은 수를 여러 번 곱한 수는 밑과 지수로 간단히 나타낸다.

$7\times7\times7=7^3$ ← 지수, ↳ 밑

유리수의 곱셈과 나눗셈

- 두 유리수를 곱할 때, 두 수의 부호가 같으면 그 결과는 양수이고 부호가 다르면 음수이다.
- 유리수로 나눌 때에는 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

식을 간단히 나타내는 방법

$a\times5=5a$, $b\times a=ab$

$a\times a=a^2$, $a\div5=\frac{a}{5}$

단항식과 수의 곱셈, 나눗셈

- 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.
- 단항식을 수로 나눌 때에는 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

1 다음 수를 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $5\times5\times5$

(2) $2\times2\times2\times3\times3$

2 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{5}{2}\times\left(-\frac{4}{15}\right)$

(2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$

(3) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\frac{3}{8}$

(4) $\frac{12}{5}\div(-2)^2$

3 다음 식을 기호 $\times$, $\div$를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times b\times3$

(2) $x\div y\div2$

(3) $5\times a\times b\times b$

(4) $x\times(-1)\div y$

4 다음을 계산하여라.

(1) $2\times3x$

(2) $8a\div(-2)$

(3) $(-5a)\times\frac{2}{5}$

(4) $(-6x)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

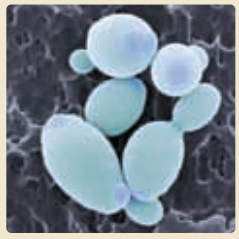
1-1 지수법칙

● 자연수 지수에 대한 지수법칙을 이해한다.

$a^m \times a^n$은 어떻게 계산하는가?

창의력 기르기

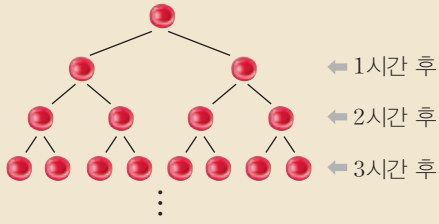
바이러스



동물, 식물 등 살아 있는 세포에 기생하는 작은 감염성 물질을 바이러스라고 한다. 바이러스는 스스로를 복제하는 특징이 있어 감기, 독감, 홍역 등 전염성 질병의 원인이 되기도 한다.

탐 구 활 동

1시간이 지나면 2개로 분열하는 바이러스가 있다. 다시 1시간이 지나면 각각 2개로 분열하여 4개의 바이러스가 된다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 표를 완성하여 보자.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8			
거듭제곱으로 표현	2	2^2				

2 **1**의 표에서 2시간 후의 바이러스의 수와 3시간 후의 바이러스의 수를 곱하면 몇 시간 후의 바이러스의 수와 같아지는지 말하여 보자.

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

같은 방법으로 수 a에 대하여

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{2\text{개}} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{3\text{개}}$$
$$= \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{(2+3)\text{개}}$$
$$= a^5$$

지수끼리의 합

$a^{\boxed{2}} \times a^{\boxed{3}} = a^{\boxed{2+3}} = a^5$

이다. 이때 a^5에서 지수 5는 a^2의 지수 2와 a^3의 지수 3의 합임을 알 수 있다.

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [1]

m, n이 자연수일 때

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

참고 지수법칙 [1]은 다음과 같이 세 개 이상의 거듭제곱의 곱에서도 성립한다.

$$a^4 \times a^3 \times a^2 = a^{4+3} \times a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

예 제 1

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $5^2 \times 5^4$ (2) $a^5 \times a^4$

(3) $x \times x^2 \times x^3$ (4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3$

● 풀이 (1) $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

(2) $a^5 \times a^4 = a^{5+4} = a^9$

(3) $x \times x^2 \times x^3 = x^{1+2+3} = x^6$

(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3 = a \times a^6 \times b^2 \times b^3$

$= a^{1+6} \times b^{2+3} = a^7 b^5$

답 ● (1) 5^6 (2) a^9 (3) x^6 (4) $a^7 b^5$

문 제

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $7^3 \times 7^5$ (2) $x^2 \times x^4$

(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3$ (4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3$

문제해결

1년은 약 3×10^7초이고, 빛의 속력은 약 3×10^5 km/초라고 한다. 빛이 1년 동안 진행하는 거리를 구하여 보자. (단, 속력은 평균 속력을 의미한다.)

$(a^m)^n$은 어떻게 계산하는가?



창의력 기르기

구골

구골이란 1 다음에 0이 100개 붙은 수이다. 즉, 구골은 10^{100}이다. 구골이라는 이름을 붙인 것은 미국의 수학자 에드워드 캐스너의 9살짜리 조카였는데, '손이 아파서 더 이상 쓸 수 없을 정도인 수'라고 설명하였다.

탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

1 $(3^4)^2$은 3^4을 몇 번 곱한 것인가?

2 $(3^4)^2$은 3을 몇 번 곱한 것인가?

지수법칙 [1]에서 m, n이 자연수일 때

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

이므로

$3^4 \times 3^4 = 3^{4+4}$

수 a에 대하여 $(a^4)^2$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$(a^4)^2 = a^4 \times a^4 = a^{4+4}$$
$$= a^{4\times 2} = a^8$$

지수끼리의 곱

$(a^{\boxed{4}})^{\boxed{2}} = a^{\boxed{4\times 2}} = a^8$

이때 a^8의 지수 8은 $(a^4)^2$의 두 지수 4와 2의 곱과 같음을 알 수 있다.

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.



지수법칙 [2]

m, n이 자연수일 때

$$(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$$

예 제 2

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^3$ (2) $(x^3)^7 \times x^4$

● **풀이** (1) $(a^5)^3 = a^{5\times 3} = a^{15}$

(2) $(x^3)^7 \times x^4 = x^{3\times 7} \times x^4 = x^{21} \times x^4 = x^{25}$

답 ● (1) a^{15} (2) x^{25}

문제 2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^3)^5$ (2) $(x^6)^2$

(3) $(a^3)^2 \times a^5$ (4) $x^2 \times (x^3)^7$

예제 3 $(a^4)^3 \times ab^2$을 간단히 하여라.

● 풀이 $(a^4)^3 \times ab^2 = a^{12} \times ab^2$

$= a^{12} \times a \times b^2$

$= a^{12+1} \times b^2$

$= a^{13}b^2$

답 ● $a^{13}b^2$

문제 3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^2 \times (b^4)^4$ (2) $x^3y \times (y^2)^6$

창의 UP

두께가 같은 종이 A, B가 있다. A는 반씩 12번 접고 B는 삼등분씩 6번 접는다면 어느 종이가 더 두꺼운지 설명하여라.



의사소통 $\{(a^2)^3\}^4$을 여러 가지 방법으로 간단히 나타내고 그 방법을 말하여 보자.

$a^m \div a^n$은 어떻게 계산하는가?

탐 구 활 동 다음과 같이 나눗셈을 분수로 나타낼 때, □ 안에 알맞은 식 또는 수를 써넣어 보자.

1 $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\square} = 3^{\square}$

2 $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\square}{\square} = \square$

3 $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\square}{\square} = \dfrac{1}{3^{\square}}$

0이 아닌 수 a에 대하여 $a^5 \div a^3$, $a^3 \div a^3$, $a^3 \div a^5$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$a^5 \div a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a} = a\times a = a^2$$

$$a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a} = \frac{1}{a\times a} = \frac{1}{a^2}$$

여기서

$$a^5 \div a^3 = a^{5-3}$$

$$a^3 \div a^3 = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{1}{a^{5-3}}$$

임을 알 수 있다.

지수의 차

$a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$

$a^3 \div a^5 = \dfrac{1}{a^{5-3}} = \dfrac{1}{a^2}$

지수의 차

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [3]

$a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때

(1) $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(2) $m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$

(3) $m < n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

앞으로는 특별한 언급이 없어도 나누는 수는 0이 아닌 것으로 생각한다.

예 제 4

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^5 \div a$ (2) $x^4 \div x^4$ (3) $b^2 \div b^6$

● 풀이 (1) $a^5 \div a = a^{5-1} = a^4$

(2) $x^4 \div x^4 = 1$

(3) $b^2 \div b^6 = \frac{1}{b^{6-2}} = \frac{1}{b^4}$

답 ● (1) a^4 (2) 1 (3) $\frac{1}{b^4}$

문 제 4



다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^6 \div a^3$ (2) $x^3 \div x^8$

(3) $y^2 \div y^2$ (4) $x \div x^5$

예 제 5

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^4 \div (x^8 \div x^5)$ (2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3$

● 풀이 (1) $x^4 \div (x^8 \div x^5) = x^4 \div x^{8-5} = x^4 \div x^3$

$= x^{4-3} = x$

(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3 = x^{7\times 2} \div x^{6\times 3} = x^{14} \div x^{18}$

$= \frac{1}{x^{18-14}} = \frac{1}{x^4}$

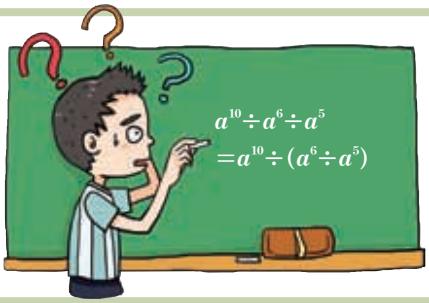
답 ● (1) x (2) $\frac{1}{x^4}$

문 제 5

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^7 \div a^4 \div a$ (2) $a^9 \div (a^6 \div a)$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3$ (4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5$



의사소통 $a^{10}\times a^6\times a^5$과 $a^{10}\times(a^6\times a^5)$, $a^{10}\div a^6\div a^5$과 $a^{10}\div(a^6\div a^5)$을 각각 계산해 보고, 어떤 차이가 있는지 토의하여 보자.

$(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$은 어떻게 계산하는가?

탐 구 활 동

$(2\times5)^4$과 $\left(\frac{2}{5}\right)^3$을 2와 5의 거듭제곱으로 나타내려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

1 $(2\times5)^4=(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)=2^{\square}\times5^{\square}$

2 $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{2^{\square}}{5^{\square}}$

두 수 a, b에 대하여 $(ab)^2$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ $(b\neq0)$은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(ab)^2=ab\times ab=a\times b\times a\times b$$
$$=a\times a\times b\times b=a^2b^2$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times a}{b\times b}=\frac{a^2}{b^2}$$

$(ab)^2=a^2b^2$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}$

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [4]

n이 자연수일 때

$$(ab)^n=a^nb^n,\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (b\neq0)$$

예 제 6

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7$

● 풀이 (1) $(ab)^4=a^4b^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7=\frac{a^7}{b^7}$

답 ● (1) a^4b^4 (2) $\frac{a^7}{b^7}$

문제 6

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^6$ (2) $\left(\frac{x^3}{y^4}\right)^2$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b$ (4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9$

실생활 문제 7

다음 표는 동양에서 사용하는 수의 다양한 표현들을 거듭제곱의 형태로 나타낸 것이다. 이 표에서 항하사는 인도 갠지스 강의 모래의 수라는 뜻으로 10^{52}을 나타낸다. 무량수는 항하사의 몇 배인지 거듭제곱으로 나타내어라.

큰 수의 거듭제곱 표현			
수	거듭제곱	수	거듭제곱
만	10^4	항하사	10^{52}
억	10^8	아승기	10^{56}
조	10^{12}	불가사의	10^{64}
경	10^{16}	무량수	10^{68}



문제해결

다음과 같이 a^2, a^5, $(\quad)^2$, $\times$, $\div$를 한 번씩만 사용하여 a, a^6, a^7, a^9, a^{10}의 값을 각각 나타내어 보자. (단, 모두 사용할 필요는 없다.)

$a^5\div a^2=a^3$, $(a^2)^2=a^4$, $(a^5)^2\div a^2=a^8$

1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈

● 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

단항식의 곱셈은 어떻게 하는가?



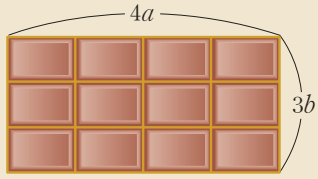
창의력 기르기

초콜릿

초콜릿(chocolate)은 카카오나무 열매의 씨로 만든 가루에 우유, 설탕, 향료 등을 섞어 만든 음식이다. 초콜릿이라는 말은 멕시코 인들이 카카오나무의 열매로 만든 음료를 초콜라틀(chocolatl)이라고 한 것에서 유래되었다고 한다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $3b$인 직사각형 모양의 초콜릿이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 초콜릿 전체의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

2 초콜릿 한 조각의 넓이를 구하여 보자.

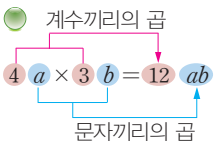
3 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 초콜릿의 넓이는

$$4a \times 3b$$

로 나타낼 수 있다.

이것을 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned} 4a \times 3b &= 4 \times a \times 3 \times b \\ &= 4 \times 3 \times a \times b \quad \text{(교환법칙)} \\ &= (4 \times 3) \times (a \times b) \quad \text{(결합법칙)} \\ &= 12ab \end{aligned}$$

여기서 $12ab$는 계수끼리의 곱 12와 문자끼리의 곱 ab의 곱으로 되어 있음을 알 수 있다.

이와 같이 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.

예 제 1

다음을 계산하여라.

(1) $4a \times 5b$ (2) $(-3x)^2 \times 2y$

● 풀이 (1) $4a \times 5b = 4 \times 5 \times a \times b$

$= 20ab$

(2) $(-3x)^2 \times 2y = (-3)^2 \times x^2 \times 2 \times y$

$= 9 \times 2 \times x^2 \times y$

$= 18x^2y$

답 ● (1) $20ab$ (2) $18x^2y$

문 제 다음을 계산하여라.

(1) $3a \times (-7b)$ (2) $-8x \times (-2y^3)$

(3) $5ab \times (-a^3b)$ (4) $(-2x)^2 \times 5x^3y$

단항식의 나눗셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

택배

택배는 사람이나 업체가 상자로 포장된 상품을 요구하는 장소까지 배달해 주는 운송 서비스이다. 우리나라에서는 1992년 한 물류 전문 회사에서 서비스를 시작하여 현재는 많은 사람들이 보편적으로 이용하고 있다.



탐 구 활 동

오른쪽 그림은 인터넷 쇼핑몰에서 주문한, 부피가 $12ab$인 택배 상자이다. 다음 물음에 답하여라.



1 한 밑면의 넓이가 $4a$일 때 높이를 구하는 식을 써 보자.

□ ÷ □

2 **1**에서 구한 식을 분수로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 택배 상자의 높이를 구하는 식은

$$12ab \div 4a$$

로 나타낼 수 있다.

이때 단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} 12ab \div 4a &= 12ab \times \frac{1}{4a} \\ &= 12 \times \frac{1}{4} \times ab \times \frac{1}{a} \\ &= 3b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12ab \div 4a &= \frac{12ab}{4a} \\ &= \frac{12 \times a \times b}{4 \times a} \\ &= 3b \end{aligned}$$

예제 2

다음을 계산하여라.

(1) $14ab^2 \div 2ab$ (2) $(-6x)^2 \div (-9x)$

● 풀이 (1) $14ab^2 \div 2ab = \frac{14ab^2}{2ab} = 7b$

(2) $(-6x)^2 \div (-9x) = \frac{36x^2}{-9x} = -4x$

답 ● (1) $7b$ (2) $-4x$

문제 2

다음을 계산하여라.

(1) $16x^9 \div 2x^3$ (2) $-27a^3b \div (-9a)$

(3) $30x^7y \div (-6x^3y)$ (4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5$

예 제 3

다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4$ (2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어서 계산한다.

풀이 (1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4 = 9x^2 \times \frac{1}{6x^3} \times 2x^4$

$= 3x^3$

(2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2 = -8a^4b^5 \times \frac{1}{2b^2}$

$= -4a^4b^3$

답 (1) $3x^3$ (2) $-4a^4b^3$

문제 3

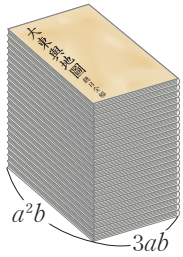
다음을 계산하여라.

(1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3$ (2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy$ (4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b$

실생활 문제 4

오른쪽 그림은 1861년 김정호가 제작한 22권의 대동여지도를 직육면체 모양으로 쌓은 것이다. 이것의 부피가 $6a^5b^4$이라고 할 때, 높이를 구하는 식을 쓰고 계산하여라.



의사소통 $12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 계산할 수 있는지 토의하여 보자.

수준별

n이 자연수일 때
- $(ab)^n=a^nb^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (b\neq 0)$

1 다음 식을 간단히 하여라.

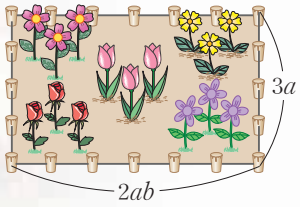
(1) $x^3\times x^6$
(2) $x^8\div x^5$
(3) $(a^2)^7$
(4) $(ab)^6$
(5) $(3a^5b)^3$
(6) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^5$

단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $6x^3\times 2x^4$
(2) $-2ab^3\times 4b^2$
(3) $4a^2b\div 2ab$
(4) $6x^5y^3\div(-3x^2y^2)$

3 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $2ab$, 세로의 길이가 $3a$인 직사각형 모양의 화단의 넓이를 구하여라.



4 오른쪽 표는 가로줄과 세로줄의 식을 곱하여 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 식을 써넣어라.

×	a	a^2	a^4
a		a^3	
a^3			
a^5			

중/단/원 기본

수준별

지수법칙

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^3 \times a \times a^2$

(2) $a^3 \times b \times a^2 \times b^4$

(3) $x^3 \div x^5 \div x^2$

(4) $x^4 \div (x^3 \div x^5)$

(5) $a^3 \times x^7 \div a^2 \div x^4$

(6) $a \div b^3 \times a^4 \div b^5$

지수법칙의 활용

2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(x^2y^4)^3 \times (x^5y)^4$

(2) $\left(\frac{b^2}{a}\right)^2 \div \left(\frac{b}{a^2}\right)^3$

(3) $x^5 \times (x^4y)^2 \div y$

(4) $\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^2 \div \left(\frac{y^3}{x^2}\right)^3 \times \frac{y}{x^3}$

지수법칙의 활용



3 한 변의 길이가 4인 정육면체 모양의 쌓기 나무를 쌓아 오른쪽 그림과 같은 직육면체를 만들었다. 이 직육면체의 부피가 2^a일 때, a의 값을 구하여라.



단항식의 곱셈과 나눗셈

4 다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2 \times (-7y^4)$

(2) $(-2x)^2 \times 3y^3 \times 4xy$

(3) $8a^6 \div (2a)^2$

(4) $(-4x^3y^4) \div 3x^3y^4 \times 6y^2$

단항식의 나눗셈

5 오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 세탁기의 부피가 $18a^3b^4$일 때, 세탁기의 높이를 구하여라.





1 다음 식을 간단히 하여라.

$4^5+4^5+4^5+4^5$

• 지수법칙을 이용하여 하나의 거듭제곱으로 간단히 한다.

2 자연수 n에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $2^n\times3^n=\square^n$ (2) $5^{n+2}=5^n\times\square$

(3) $16^3=4^{\square}=2^{\square}$ (4) $2^n\times2^n\times2=2^{\square n+1}$

3 다음 식을 만족시키는 A를 구하여라.

$(-3x^2yz)^3\div A=(6x^3yz^2)^2$

• 먼저 식을 간단히 한 후 $x=2$, $y=-3$을 대입하여 식의 값을 구한다.

4 $x=2$, $y=-3$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$(-x^2y)^2\times(-2x^2y)\div(-x^3y^2)$

5 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4ab^2$인 원기둥에 가득 담긴 물을 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3ab^3$이고 높이가 $4a^2b$인 원뿔 모양의 그릇에 부었더니 높이의 $\frac{2}{3}$만큼 채워졌다. 이때 원기둥의 높이를 구하여라.

2 다항식의 계산



준 | 비 | 학 | 습

분배법칙

$a(b+c)=ab+ac$

$(a+b)c=ac+bc$

동류항의 계산

동류항의 합 또는 차는

$2x+3x=(2+3)x=5x$

와 같이 분배법칙을 이용하여 간단히 나타낼 수 있다.

일차식의 덧셈과 뺄셈

- 덧셈: 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.
- 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

단항식의 곱셈과 나눗셈

- 곱셈: 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.
- 나눗셈: 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

1 다음을 계산하여라.

(1) $2(x+4)$

(2) $-5(-x+3)$

(3) $3(x-1)$

(4) $-4(-x-1)$

2 다음을 계산하여라.

(1) $2x-4x$

(2) $-x+x$

(3) $-3x+1-8x+4$

(4) $-10x-5+2x+5$

3 다음을 계산하여라.

(1) $(4a-2)+(2a-5)$

(2) $(2a-7)-(7-a)$

4 다음을 계산하여라.

(1) $5x\times 7x^2$

(2) $4x\times(-3y^2)$

(3) $12x^3\div 3x^2$

(4) $(2x)^4\div(-2x^2)^3$

2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈

● 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

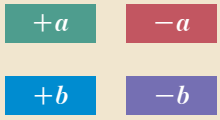
다항식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

탐 구 활 동

●준비물
대수 타일

활동지 1

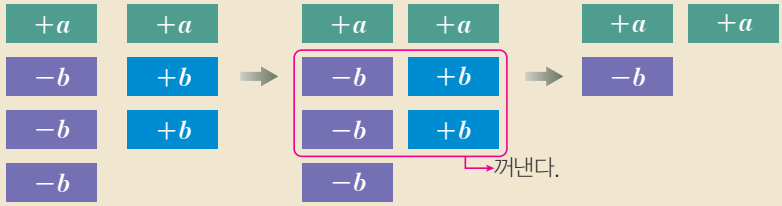
다음은 오른쪽 그림의 대수 타일 $+a$, $-a$, $+b$, $-b$를 이용하여 $(a-3b)+(a+2b)$를 계산하는 과정을 나타낸 것이다.



❶ $a-3b$와 $a+2b$를 타일로 나타낸다.

❷ $+a$ 타일과 $-a$ 타일 또는 $+b$ 타일과 $-b$ 타일이 짝을 이루면 꺼낸다.

❸ 남은 타일을 식으로 나타낸다.



위와 같은 방법으로 다음을 계산하여 보자.

1 $(4a+2b)+(a-3b)$

2 $(-a+3b)+(2a-b)$

문자가 두 가지인 일차식의 덧셈과 뺄셈도 문자가 한 가지인 일차식에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 하면 된다.

이때 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예를 들어 $(2a+3b)-(a+2b)=2a+3b-a-2b$

$=2a+3b+(-a)+(-2b)$

$=\{2a+(-a)\}+\{3b+(-2b)\}$

$=(2-1)a+(3-2)b$

$=a+b$

예 제 1

다음을 계산하여라.

(1) $(4a+7b)+(3a-2b)$ (2) $(2x-6y+5)-(4x+y-3)$

● 풀이 (1) $(4a+7b)+(3a-2b)$

$=4a+7b+3a-2b$

$=4a+3a+7b-2b$

$=7a+5b$

(2) $(2x-6y+5)-(4x+y-3)$

$=2x-6y+5-4x-y+3$

$=2x-4x-6y-y+5+3$

$=-2x-7y+8$

$$\begin{array}{r} 4a+7b \\ +)\ 3a-2b \\ \hline 7a+5b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-6y+5 \\ -)\ 4x+\ y-3 \\ \hline -2x-7y+8 \end{array}$$

답 ● (1) $7a+5b$ (2) $-2x-7y+8$

문 제

다음을 계산하여라.

(1) $(2a-7b)+(5a+3b)$ (2) $(x-5y)-(-x+y)$

(3) $(3a-b-6)+(3a-8b+1)$ (4) $(-x-y+5)-(3x+4y-2)$

빼는 식은 괄호를 풀 때, 각 항의 부호를 모두 바꾸어야 한다.

예 제 2

다음을 계산하여라.

(1) $3(a-2b)+2(3a+b)$ (2) $a-\{2b-3(a-3b)\}$

● 풀이 (1) $3(a-2b)+2(3a+b)=3a-6b+6a+2b$

$=9a-4b$

(2) $a-\{2b-3(a-3b)\}=a-(2b-3a+9b)$

$=a-(-3a+11b)$

$=a+3a-11b$

$=4a-11b$

답 ● (1) $9a-4b$ (2) $4a-11b$

괄호를 푸는 순서

소괄호 ( )

↓

중괄호 { }

↓

대괄호 [ ]

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $3(x+4y)-2(2x-y)$ (2) $5(2a-b)+3(a+2b)$

(3) $3a+b+\{2a-b-(3b-4)\}$ (4) $x-2y-\{3x-y-2(2x-y)\}$

이차식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

리모델링

노후화된 건물의 외관과 구조를 안전하고 쾌적하게 바꾸기 위하여 리모델링을 하는 건축물을 많이 볼 수 있다. 리모델링은 새롭게 건축물을 짓는 것보다 공사비가 절약되고, 환경 쓰레기가 적게 나오는 장점이 있다.

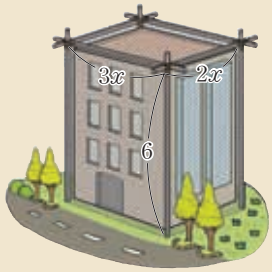


탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 리모델링 공사 중에 발생하는 먼지를 차단하기 위해 건물의 옥상과 옆면을 직육면체 모양의 천막으로 덮었다. 다음 물음에 답하여라.

1 사용한 천막의 넓이를 구하여라.

2 **1**의 넓이를 나타낸 식에서 차수가 가장 큰 항을 말하여라.



탐구 활동에서 사용한 천막의 넓이를 구하면

$$6x^2+60x$$

이다.

각 항의 차수 중 최고 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 한다.

문자 x에 관한 다항식 $6x^2+60x$는 두 개의 항 $6x^2$, $60x$로 이루어져 있다. 이 중에서 차수가 가장 큰 항인 $6x^2$의 차수가 2이다. 따라서 다항식 $6x^2+60x$는 이차식이다.

이차식의 덧셈과 뺄셈도 일차식의 덧셈과 뺄셈에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

참고 이차식에서도 동류항은 문자와 차수가 같은 항을 말한다. 예를 들어 이차식 $x^2+2x-1+2x^2+3x+2$에서 동류항은 각각 x^2과 $2x^2$, $2x$와 $3x$, -1과 2이다.

예 제 3

다음을 계산하여라.

(1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$ (2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

● 풀이 (1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2+2x^2-5x+6$

$=3x^2+2x^2+x-5x-2+6$

$=5x^2-4x+4$

(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2-2x^2+5x-6$

$=3x^2-2x^2+x+5x-2-6$

$=x^2+6x-8$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ +)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline 5x^2-4x+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ -)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline x^2+6x-8 \end{array}$$

● 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

답 ● (1) $5x^2-4x+4$ (2) x^2+6x-8

문제 3

다음을 계산하여라.

(1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$ (2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$

발전 문제 4

다음을 계산하여라.

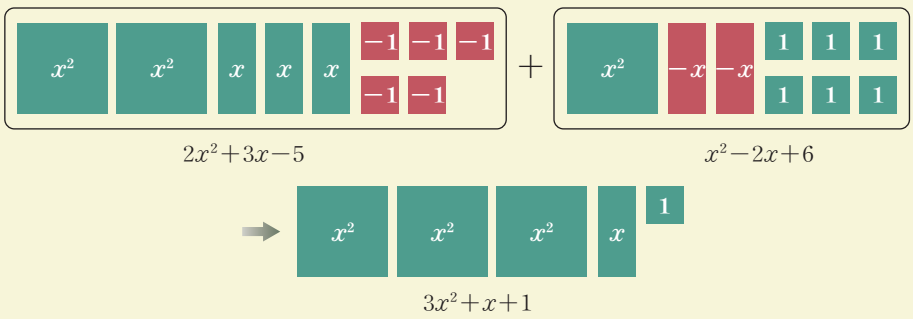
(1) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$ (2) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$

창의 UP

● 준비물
대수 타일

활동지 2

두 다항식 $2x^2+3x-5$, x^2-2x+6을 각각 대수 타일로 나타내고 두 다항식을 더하면 다음과 같다. 문제 3의 계산 과정을 대수 타일을 이용하여 설명하여라.



2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈

● 다항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



(단항식)×(다항식)은 어떻게 하는가?

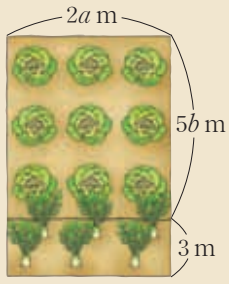
창의력 기르기

주말 농장

주말 농장은 도시 근교의 농지를 도시민에게 빌려 주어 주말이나 휴일에 채소를 길러 보며 전원생활을 느낄 수 있도록 한 곳이다. 도시민들은 주말 농장을 통하여 직접 기른 채소를 먹을 수 있을 뿐만 아니라 채소를 가꾸는 과정을 체험할 수 있다.

탐 구 활 동

수연이네 가족은 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 텃밭에 배추와 무를 기르고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 전체 텃밭의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?

2 1에서 얻은 식을 이용하여 전체 텃밭의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

3 전체 텃밭의 넓이를 배추밭의 넓이와 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산한다.

● 수와 다항식의 곱셈
$2(3a+4)$
$=2\times 3a+2\times 4$
$=6a+8$

예를 들어

$$2a(5b+3)=2a\times 5b+2a\times 3$$
$$=10ab+6a$$

이다.

● 전개하여 얻은 식을 전개식이라고 한다.

이와 같이 단항식과 다항식의 곱셈에서 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 한다.

전개
$2a(5b+3)=10ab+6a$
전개식

보기 $3x(x+2y-1)=3x\times x+3x\times 2y+3x\times(-1)$
$=3x^2+6xy-3x$

문제 다음 식을 전개하여라.

(1) $x(3x+2y)$ (2) $-3a(2a-b)$

(3) $4a(2a+5b-1)$ (4) $2x(-5x+3y-1)$

예제 1

$x(3x+5y)-4x(2x-y)$를 계산하여라.

● 풀이 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$

$=x\times 3x+x\times 5y-4x\times 2x-4x\times(-y)$

$=3x^2+5xy-8x^2+4xy$

$=-5x^2+9xy$

답 ● $-5x^2+9xy$

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $a(2a-3)+2a(a+1)$ (2) $x(x-3)+7x(x-1)$

(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$ (4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$

추론

●준비물
대수 타일

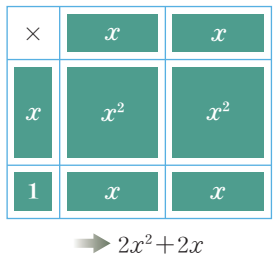
활동지 3

다음은 대수 타일을 이용하여 $2x(x+1)$을 계산하는 과정을 나타낸 것이다.

❶ 가로축과 세로축에 각각 $2x$, $x+1$을 나타내는 대수 타일을 놓는다.

❷ 빈칸에 알맞은 대수 타일을 올려 놓는다.

❸ 올려 놓은 대수 타일을 보고 식으로 나타낸다.



→ $2x^2+2x$

위와 같은 방법으로 다음을 계산하여 보자.

(1) $x(x+3)$ (2) $2x(3x+1)$

(다항식)×(다항식)은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

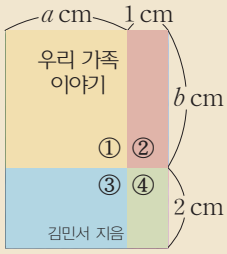
전자책(E-book)

책을 전자책으로 제작하거나 다운로드를 받아 태블릿 피시(PC)로 읽는 사람들을 볼 수 있다. 전문적인 지식이 없더라도 다양한 디자인으로 자신만의 전자책을 꾸밀 수 있고, 여러 종류의 책을 많이 가지고 다닐 수 있는 이점이 있어 사용자가 증가하고 있다.



탐 구 활 동

오른쪽 그림은 민서가 직접 만든 전자책의 표지이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 표지의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?

2 **1**에서 얻은 식을 이용하여 표지의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

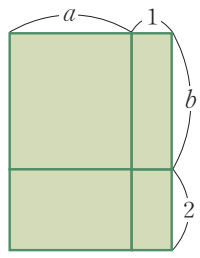
3 표지의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

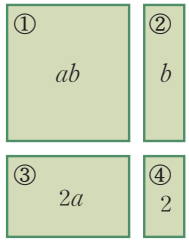
탐구 활동에서 가로의 길이가 $a+1$이고, 세로의 길이가 $b+2$인 직사각형의 넓이는 $(a+1)(b+2)$이다.

이것은 오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 4개의 직사각형 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합과 같으므로

$$(a+1)(b+2)=ab+b+2a+2$$

이다.

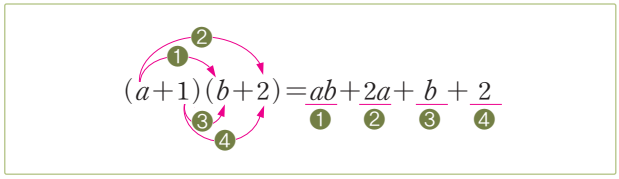




한편 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 이 등식이 항상 성립함을 밝힐 수 있다.

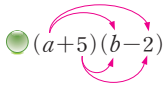
$$\begin{aligned}&(a+1)(b+2)\\&=(a+1)M \quad \leftarrow b+2\text{를 } M\text{으로 놓는다.}\\&=aM+M \quad \leftarrow \text{분배법칙}\\&=a(b+2)+(b+2) \quad \leftarrow M\text{에 } b+2\text{를 대입한다.}\\&=ab+2a+b+2 \quad \leftarrow \text{분배법칙}\end{aligned}$$

즉, $(a+1)(b+2)$는 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.



예 제 2

$(a+5)(b-2)$를 전개하여라.



$=ab-2a+5b-10$

● 풀이 $(a+5)(b-2)=a\times b+a\times(-2)+5\times b+5\times(-2)$

$=ab-2a+5b-10$

답 ● $ab-2a+5b-10$

문제 3

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(b+2)$

(2) $(x+5)(y-3)$

(3) $(a-5)(b-7)$

(4) $(x-8)(y+1)$

다항식과 다항식의 곱을 전개하였을 때, 전개식에 동류항이 있으면 동류항을 모아서 간단히 정리한다.

예를 들어 두 다항식의 곱 $(a+4)(a-5)$를 전개하면 다음과 같다.

$$(a+4)(a-5)=a\times a+a\times(-5)+4\times a+4\times(-5)$$
$$=a^2-5a+4a-20$$
$$=a^2-a-20$$

문제 4

식을 전개한 후 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+6)(a+2)$

(2) $(x+4)(x-5)$

(3) $(a+5)(a-1)$

(4) $(x-7)(x-3)$

문제 5

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2a+1)(a-3)$

(2) $(x-8)(3x+1)$

(3) $(3b-4)(b-5)$

(4) $(y-1)(2y+1)$

(다항식)÷(단항식)은 어떻게 하는가?



창의력 기르기

케이크

이집트 벽화를 보면 밀가루를 반죽하여 케이크를 만드는 사람들의 모습을 볼 수 있다. 오늘날 케이크는 촛불로 장식을 하여 축하할 때나 무병장수를 기원할 때 많이 사용한다. 케이크에 촛불로 장식을 하는 것은 중세 독일 농민들의 '킨데페스페' 라는 어린이 생일 축하 행사에서 시작되었다고 전해진다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같은 삼각기둥 모양의 조각 케이크의 한 밑면의 넓이는 $2a$, 부피는 $4a^2+6ab$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.



1 조각 케이크의 높이를 (부피)÷(한 밑면의 넓이)로 나타내어 보자.

2 **1**의 식을 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 나타내어 보자.

다항식을 단항식으로 나눌 때에도 다항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

예를 들어 $(4a^2+6ab)\div 2a$를 계산하면 다음과 같다.

$(4a^2+6ab)\div 2a$
$=(4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a}$
$=4a^2\times\frac{1}{2a}+6ab\times\frac{1}{2a}$
$=2a+3b$

$(4a^2+6ab)\div 2a$
$=\frac{4a^2+6ab}{2a}$
$=\frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a}$
$=2a+3b$

$\frac{x+y}{a}=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$

보기 (1) $(9a^2-3ab)\div 3a=\frac{9a^2-3ab}{3a}=\frac{9a^2}{3a}-\frac{3ab}{3a}=3a-b$

(2) $(8x^2-4x)\div(-2x)=\frac{8x^2-4x}{-2x}=\frac{8x^2}{-2x}-\frac{4x}{-2x}=-4x+2$

다항식을 단항식으로 나눌 때에는 각 항의 부호에 주의한다.

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$

(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$

예 제 3

다음을 계산하여라.

(1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}$ (2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x$

● 풀이 (1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}=(2a+3b)+(a-2b)$

$=3a+b$

(2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x=2x^2-7x-\frac{16x^3+8x^2}{4x}$

$=2x^2-7x-4x^2-2x$

$=-2x^2-9x$

답 ● (1) $3a+b$ (2) $-2x^2-9x$

문제 7

다음을 계산하여라.

(1) $\frac{6x-15x^2}{3x}+\frac{4y^2-12xy}{4y}$

(2) $\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\frac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$

발전 문제 8

다음을 계산하여라.

(1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$

추 론

다음은 명수와 상희가 계산한 것이다. 계산에서 틀린 곳을 각각 찾아 그 이유를 설명하고, 바르게 계산하여 보자.

명수

$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2+3x^2$

상희

$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2-6x^3y$

2-3 곱셈 공식

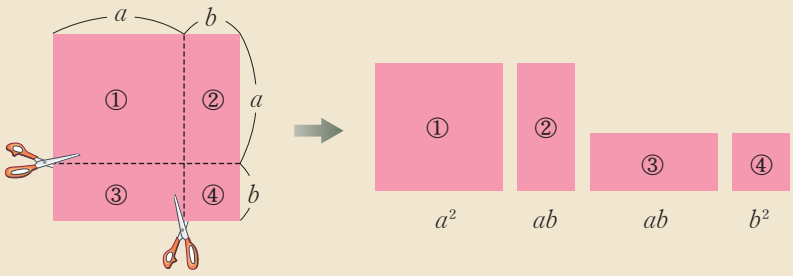
● 다항식의 곱셈의 원리를 이용하여 곱셈 공식을 유도할 수 있다.

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$은 어떻게 전개하는가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 정사각형 모양의 색종이를 두 개의 정사각형과 두 개의 직사각형으로 잘랐을 때, 물음에 답하여 보자.

● **준비물**
색종이, 가위



1 처음 색종이의 넓이를 거듭제곱으로 나타내어 보자.

2 처음 색종이의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

다항식의 곱셈에서 특수한 꼴의 곱셈은 공식을 이용하면 쉽게 전개할 수 있다. 이제 곱셈 공식에 대하여 알아보자.

$(a+b)^2$은 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

● $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2 \neq a^2+b^2$

$$\begin{aligned}(a+b)^2&=(a+b)(a+b)\\&=a^2+ab+ab+b^2\\&=a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

$(a+b)(a+b)$

같은 방법으로 $(a-b)^2$도 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}(a-b)^2&=(a-b)(a-b)\\&=a^2-ab-ab+b^2\\&=a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$

$(a-b)(a-b)$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [1]

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

예 제 1 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+4)^2$ (2) $(b-3)^2$

● 풀이 (1) $(a+4)^2=a^2+2\times a\times 4+4^2$
$=a^2+8a+16$

(2) $(b-3)^2=b^2-2\times b\times 3+3^2$
$=b^2-6b+9$

답 ● (1) $a^2+8a+16$ (2) b^2-6b+9

문제 1 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+5)^2$ (2) $(b-9)^2$

(3) $(x+y)^2$ (4) $(x-y)^2$

발전 문제 2 다음 식을 전개하여라.

(1) $(3x+2)^2$ (2) $(4x-5)^2$

의사소통 다음 등식이 성립하는지 토의하여 보자.

$$(-a-b)^2=(a+b)^2$$

$(a+b)(a-b)$는 어떻게 전개하는가?

창의력 기르기

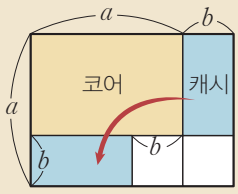
중앙처리장치(CPU) 설계



컴퓨터의 두뇌 역할을 하는 중앙처리장치는 크게 코어(core)와 캐시(cache)의 두 부분으로 나눌 수 있다. 코어와 캐시의 위치를 설계하는 방법에 따라 중앙처리장치의 속도, 발열 등 컴퓨터의 성능이 달라진다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 설계된 중앙처리장치의 발열이 심해 캐시의 위치를 코어의 아래쪽으로 옮기려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



1 캐시가 코어의 오른쪽에 위치하도록 설계하였을 때, 중앙처리장치의 넓이를 가로와 세로의 곱으로 나타내어 보자.

2 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겨 설계하였을 때, 정사각형의 넓이의 차를 이용하여 중앙처리장치의 넓이를 나타내어 보자.

$(a+b)(a-b)$는 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$
$$=a^2-b^2$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [2]

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

예 제 2

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(2x+5)(2x-5)$

● 풀이 (1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

(2) $(2x+5)(2x-5)=(2x)^2-5^2=4x^2-25$

답 ● (1) a^2-9 (2) $4x^2-25$

문제 3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+6)(a-6)$ (2) $(2b+1)(2b-1)$

(3) $(a+2b)(a-2b)$ (4) $(-x-y)(-x+y)$

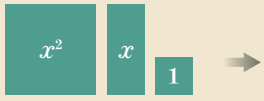
$(x+a)(x+b)$는 어떻게 전개하는가?

탐 구 활 동

●준비물
대수 타일

활동지 4

다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 전개할 때, 물음에 답하여 보자.



×	x	1	1	1
x				
1				
1				

1 표의 빈칸을 대수 타일로 채워 보자.

2 **1**을 이용하여 $(x+3)(x+2)$의 전개식을 써 보자.

두 다항식의 곱 $(x+a)(x+b)$를 전개하면 다음과 같다.

$$(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab$$
$$=x^2+(a+b)x+ab$$

여기서 전개식의 x의 계수는 a와 b의 합과 같고, 상수항은 a와 b의 곱과 같음을 알 수 있다.

$$(x+a)(x+b)=x^2+(\underbrace{a+b}_{\text{합}})x+\underbrace{a\times b}_{\text{곱}}$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [3]

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

예 제 3

다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+4)(x+2)$ (2) $(x+1)(x-5)$

$(x+4)(x+2)$
$=x^2+\underset{\text{합}}{6}x+\underset{\text{곱}}{8}$

● 풀이 (1) $(x+4)(x+2)=x^2+(4+2)x+4\times 2$
$=x^2+6x+8$

(2) $(x+1)(x-5)=x^2+\{1+(-5)\}x+1\times(-5)$
$=x^2-4x-5$

답 ● (1) x^2+6x+8 (2) x^2-4x-5

문 제 4

다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+2)(x+1)$ (2) $(x+5)(x-2)$

(3) $(x-6)(x-3)$ (4) $(x-4)(x+7)$

$(ax+b)(cx+d)$는 어떻게 전개하는가?

$(ax+b)(cx+d)$

두 다항식의 곱 $(ax+b)(cx+d)$를 전개하면 다음과 같다.

$$(ax+b)(cx+d)=ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d$$
$$=acx^2+adx+bcx+bd$$
$$=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

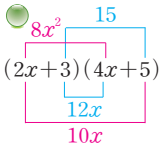
곱셈 공식 [4]

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

예 제 4

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(4x+5)$ (2) $(3x-1)(5x-2)$



● 풀이 (1) $(2x+3)(4x+5)$

$=(2\times4)x^2+(2\times5+3\times4)x+3\times5$

$=8x^2+22x+15$

(2) $(3x-1)(5x-2)$

$=(3\times5)x^2+\{3\times(-2)+(-1)\times5\}x+(-1)\times(-2)$

$=15x^2+(-6-5)x+2$

$=15x^2-11x+2$

답 ● (1) $8x^2+22x+15$ (2) $15x^2-11x+2$

문 제 5

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(x+4)$ (2) $(7x+1)(x-2)$

(3) $(6x-5)(-x-1)$ (4) $(-x+2)(4x-7)$

함께 만들어요 문 제 6

곱셈 공식을 이용한 문제를 만들고, 그 식을 전개하여라.

의사소통

다음을 계산하여 보고, 간단하게 계산하는 방법을 토의하여 보자.

(1) 103^2 (2) 299^2

(3) 202×198 (4) 10.2×9.8

2-4 등식의 변형

● 간단한 등식을 변형할 수 있다.



주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있는가?

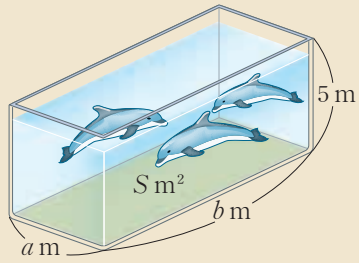
창의력 기르기

수족관과 수조

수족관은 물속이나 물가에서 생활하는 동물을 수집, 사육, 전시하는 기관이다. 수족관에서는 이러한 동물을 수조에 넣어 관리하는데, 수조의 크기는 집에서 관리하는 관상어 수조와 같이 작은 것에서부터 돌고래, 고래와 같은 종이 생활할 수 있는 큰 수족관까지 다양하다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 수조의 한 밑면의 넓이를 S m^2, 부피를 V m^{3}라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 V를 S를 사용한 식으로 나타내어 보자.

2 S를 a, b를 사용한 식으로 나타내어 보자.

3 V를 a, b를 사용한 식으로 나타내어 보자.

주어진 식의 문자에 수를 대입하는 것과 마찬가지로 문자에 식을 대입할 수도 있다.

예를 들어 $A=x+4y$, $B=2x-y$일 때, $2A+3B$의 A에 $x+4y$, B에 $2x-y$를 대입하면 다음과 같다.

대입하는 식이 다항식이면 괄호로 묶어서 대입한다.

$$\begin{aligned}2A+3B&=2(x+4y)+3(2x-y)\\&=2x+8y+6x-3y\\&=8x+5y\end{aligned}$$

$2A+3B$ (A: $x+4y$, B: $2x-y$)

이와 같이 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하여 주어진 식을 다른 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있다.

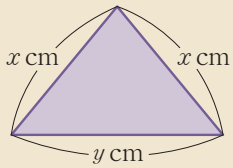
문제 $A=3x-2y$, $B=-x+5y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $5A+B$ (2) $-A+4B$

주어진 등식을 한 문자에 관하여 풀 수 있는가?

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같은 이등변삼각형의 둘레의 길이가 20 cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 x와 y 사이의 관계를 등식으로 나타내어 보자.

2 밑변의 길이 y를 구하는 식을 다음 □ 안에 써넣어 보자.

$y=$□

y에 관하여 푼다.
⇨ $y=$(다른 문자에 관한 식)

탐구 활동의 등식 $2x+y=20$에서 $2x$를 이항하면 $y=-2x+20$이다.

이와 같이 등식을 변형하여 y를 다른 문자에 관한 식으로 나타내는 것을 y에 관하여 푼다고 한다.

보기 $x+2y=-x+8$을 y에 관하여 풀면

$2y=-2x+8,\ y=-x+4$

문제 2 다음 등식을 y에 관하여 풀어라.

(1) $5x-3y=-18$

(2) $2x+3y=-6x+4y+2$

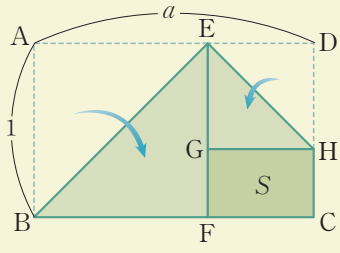
문제 3 다음 등식을 [ ] 안의 문자에 관하여 풀어라.

(1) $S=\frac{1}{2}ah\ [h]$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h\ [a]$

창의 UP

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 1인 직사각형 모양의 종이 ABCD를 오른쪽 그림과 같이 접었다. 이때 사각형 GFCH의 넓이 S를 구하는 방법을 설명하여라. (단, $1<a<2$)





다항식의 덧셈과 뺄셈은 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

1 다음을 계산하여라.

(1) $(a+3b)+(4a-2b)$
(2) $(2a-5b)-(6a+b)$
(3) $(x^2-2x)+(4x^2+x)$
(4) $(x^2-5x)-(3x^2+4x)$

2 다음을 계산하여라.

(1) $2a(6a+5)$
(2) $-4x(2x-3)$
(3) $(8a^2+4a)\div(-4a)$
(4) $(5a^2-10ab)\div 5a$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+2)^2$
(2) $(b-1)^2$
(3) $(x+3)(x-3)$
(4) $(x-1)(x+1)$
(5) $(x+2)(x+5)$
(6) $(2x-3)(3x-5)$

4 $A=2x+3y$, $B=x-5y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $3A+4B$
(2) $-A+5B$

5 $y=2x-3$일 때, $x-y+4$를 x에 관한 식으로 나타내어라.

중/단/원 기본

수준별

다항식의 덧셈과 뺄셈

1 다음을 계산하여라.

(1) $2(a-5b)-4(a+3b)$

(2) $(5x^2-x+3)+2(x^2+x-1)$

(3) $3(x^2+2x+4)-(4x^2-3x+5)$

(4) $7x-[2x+\{(x-5y)+3x\}-y]$

다항식과 단항식의 나눗셈

2 다음을 계산하여라.

(1) $\dfrac{2a^2b+4ab-6a}{2a}$

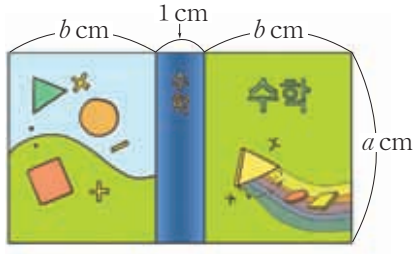
(2) $(15a^2-10ab+5a)\div 5a$

(3) $\dfrac{3a^2+4ab}{a}-\dfrac{8ab-14b^2}{2b}$

(4) $(20a^2+4a)\div(-4a)+(3a^2-7a)\div a$

단항식과 다항식의 곱셈

3 다음 그림과 같이 책의 겉표지를 만들려고 할 때, 표지 전체의 넓이를 식으로 나타내어라.



곱셈 공식

4 다음을 계산하여라.

(1) $(x+y)^2-(x-y)^2$

(2) $(x+3)(x-3)+(x-5)^2$

(3) $(x+1)(x-5)+(x-4)(x+2)$

(4) $(x-2)(5x+6)-(3x-4)(x-1)$

등식의 변형

5 다음 등식을 [ ] 안의 문자에 관하여 풀어라.

(1) $a+2b=l$ [b]

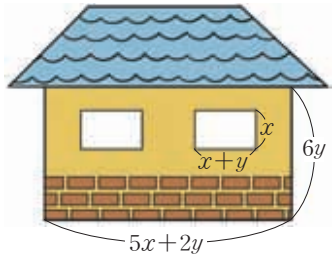
(2) $\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a-2b}{3}$ [a]

수준별

1 $\frac{1}{4}(2x^2-x+1)-\frac{2}{3}(x^2+3x-7)$을 계산하여 얻은 다항식에서 x^2의 계수를 a, x의 계수를 b라고 할 때, ab의 값을 구하여라.

2 어떤 식에서 $3x^2-x+6$을 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 x^2+4x가 되었다. 이때 바르게 계산한 답을 구하여라.

3 오른쪽 그림과 같은 집 모양의 그림에서 두 창문의 크기는 같다. 이때 지붕과 창문을 제외한 부분의 넓이를 구하여라.



4 $(x+y)(x-y)$를 이용하여 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$의 값을 구하여라.

• 주어진 문자에 식을 대입하고, 곱셈 공식을 이용한다.

5 $A=2x-y$, $B=-x-y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) A^2+B^2 (2) $(A+B)^2$

• $a:b=4:3$이면 $3a=4b$, $a=\frac{4}{3}b$

6 $a:b=2:3$이고 $b:c=1:2$일 때, $\frac{3a+4b+c}{2b}$의 값을 구하여라.

x, 2, 3으로 식 만들기

다음은 x를 세 개, 연산 기호를 두 개, 숫자 2와 3을 각각 한 개씩 사용하여 계산 결과가 0과 1이 되도록 만든 것이다.

$$0=x^2-x^3\div x$$
$$1=x\times x^2\div x^3$$

과제 1 위와 같이 x를 세 개, 연산 기호를 두 개, 2와 3을 각각 한 개씩 사용하여 계산 결과가 다음과 같아지도록 만들어 보자. (단, 연산 기호는 같은 것을 두 번 사용할 수 있고 괄호를 사용할 수도 있다.)

식 만들기

계산 결과	식
x	
x^2	
x^3	
x^4	
x^5	
x^6	
x^7	
x^8	
x^9	
x^{10}	

과제 2 과제 1의 계산 결과를 확인하고, 다른 학생이 만든 방법과 비교하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	지수법칙을 이해하였는가?			
	이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
	다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 곱셈 공식을 유도할 수 있는가?			
	다항식의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
	간단한 등식을 변형할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 지수법칙

지수법칙	m, n이 자연수일 때 (1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (2) $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$ (3) $a \neq 0$에 대하여 $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ $m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$ $m < n$이면 $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$ (4) $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

② 단항식의 곱셈과 나눗셈

곱셈	(1) 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다. (2) 같은 문자끼리 곱할 때에는 지수법칙을 이용한다. (3) 계산 결과를 쓸 때에는 계수를 먼저 쓰고, 문자는 알파벳 순서로 쓴다.
나눗셈	역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

③ 다항식의 덧셈과 뺄셈

이차식	차수가 2인 다항식
덧셈과 뺄셈	(1) 덧셈: 동류항끼리 모아서 계산한다. (2) 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

④ 다항식의 곱셈과 나눗셈

전개	두 식의 곱을 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것
곱셈과 나눗셈	(1) 단항식과 다항식의 곱셈: 분배법칙을 이용하여 계산한다. (2) 다항식과 다항식의 곱셈 $(a+1)(b+2) = ab+2a+b+2$ (3) 나눗셈: 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

⑤ 곱셈 공식

곱셈 공식	(1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ (2) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ (3) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$ (4) $(ax+b)(cx+d)$ $= acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑥ 등식의 변형

식의 대입	주어진 식의 문자에 그 문자를 나타내는 다른 식을 대입할 수 있다. 예 $A = x+2y$, $B = 4x-y$일 때 $3A+2B = 3(x+2y)+2(4x-y)$ $= 11x+4y$
등식의 변형	등식을 변형하여 y를 다른 문자에 관한 식으로 나타내는 것을 등식을 y에 관하여 푼다고 한다.



이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 전개

우리 아이가 커졌어요!



생각 키/우/기 이 곱셈 기계에 b^5을 넣었을 때 결과를 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 옳은 것은?

① $a^2 \times a^3 = a^6$ ② $a^7 \div a^2 = a^5$
③ $a^4 \div a^4 = 0$ ④ $(a^2)^4 = a^6$
⑤ $(ab)^3 = ab^3$

2 $a^x b^3 \times (a^2 b^y)^3 = a^{10} b^{18}$일 때, $x+y$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

3 다음 중에서 옳은 것은?

① $-3x \times 4y = -7xy$
② $2ab \times 5a = 10ab$
③ $ab \times 5a^2 b = 5a^3 b^2$
④ $-x^2 \div (-3x^3) = 2x$
⑤ $8x^2 \div (-2x^2) = -4x$

4 $-3a(a+2b)+4b(a-b)$를 계산하면?

① $3a^2 - 10a^2b^2 + 4b^2$
② $-3a^2 - 2ab - 4b^2$
③ $-3a^2 + 10ab - 4b^2$
④ $-3a^2 + 10a^2b^2 - 4b^2$
⑤ $-3a^2 - 10ab - 4b^2$

5 $(x+ay)+(2x-7y)=bx-5y$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

6 $a=-3$, $b=4$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{4a^2+2ab}{2a} - \frac{6b^2+9ab}{3b}$$

① -23 ② -13 ③ -3
④ -1 ⑤ 1

7 $x(x-4)-(3x+2)^2$을 계산하여 얻은 다항식에서 x의 계수는?

① -16 ② -10 ③ -8
④ 2 ⑤ 8

8 다음 □ 안에 들어갈 수를 모두 더하면?

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + \square x + \square$$
$$(x-3)^2 = x^2 - \square x + \square$$

① 9 ② 13 ③ 14
④ 16 ⑤ 20

9 다음 중에서 옳은 것은?

① $-3x(x-y)=-3x^2+3xy$

② $\dfrac{2a^2b+3ab^2+ab}{ab}=2a+3b$

③ $(x-3)^2-(x+3)=-6x$

④ $(2x-5)(2x+5)=4x^2-10$

⑤ $(3x+1)(x-4)=3x^2-x-4$

10 다음 중에서 나머지 넷과 다른 등식을 나타내는 것은?

① $l=2a+2b$ ② $a+b=\dfrac{l}{2}$

③ $a=\dfrac{l}{2}-b$ ④ $b=\dfrac{l}{2}-a$

⑤ $2l=a+b$

서/답/형

11 $(-2a^2b^3)^2\div 4ab^3\times 3a^2b$를 계산하여라.

12 다음을 계산하여라.

$(8x-4y)\div 4-(6x^2+2xy)\div 2x$

13 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하여라.

$(-3a^2b^3)^2\div(-2ab^4)\times\square=9ab^5$

14 한 변의 길이가 각각 $2a+5b$, $a-3b$인 두 정사각형의 넓이의 합을 구하여라.

15 $3x+y-2=0$일 때, $2x-5y+4$를 x에 관한 식으로 나타내어라.

|서술형|

16 $2^{11}\times 5^7$은 몇 자리의 수인지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

17 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원뿔의 부피를 V라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) V를 r, h에 관한 식으로 나타내어라.

(2) (1)의 식을 h에 관하여 풀어라.

사이버 가정 학습을 이용하여 보자.

각 시도 교육청에서는 인터넷을 이용하여 학생들이 자율적으로 학습할 수 있도록 '사이버 가정 학습' 사이트를 운영하고 있다.

1 각 시도 교육청에서 운영하는 '사이버 가정 학습' 사이트의 주소는 다음과 같다.

서울특별시 | http://www.kkulmat.com



부산광역시 | http://cyber.busanedu.net



인천광역시 | http://cyber.edu-i.org



대구광역시 | http://estudy.edunavi.kr



대전광역시 | http://www.edurang.net



광주광역시 | http://cyber.gedu.net



울산광역시 | http://home.go.kr



경기도 | http://danopy.goedu.kr



충청남도 | http://smart.edus.or.kr



충청북도 | http://cbedunet.or.kr



전라남도 | http://cyber.jnei.or.kr



전라북도 | http://eschool.jbedu.kr



경상남도 | http://lms.gnedu.net



경상북도 | http://www.gyo6.net



강원도 | http://www.gweduone.net



제주특별자치도 | http://jejuestudy.net



2 ‘사이버 가정 학습’ 사이트에서 수학 학습 자료를 찾아 학습에 활용하여 보자.

‘사이버 가정 학습’ 사이트는 학생들에게 재미있고 풍부한 자료를 제공하며, 학습에 관한 질문이나 그 밖에 생활에서 일어나는 문제에 대하여 상담 선생님께서 친절하게 답하여 주신다. 따라서 이러한 사이트를 활용하면 학습 효과를 높일 수 있다.

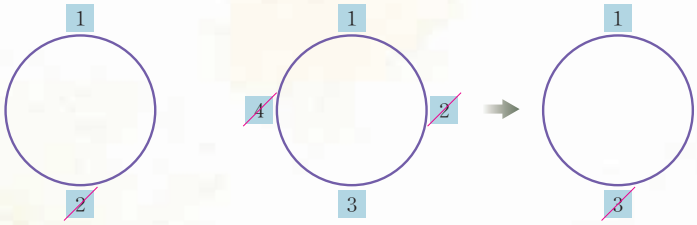
장군의 지혜

옛날 어느 왕국에 어여쁜 공주가 살고 있었다. 왕은 공주가 결혼할 나이가 되자 자신이 거느린 용감한 장군들 중에서 공주의 신랑감을 고르기로 하였다. 평소에 공주의 신랑감은 용감하면서 지혜가 있어야 한다고 생각한 왕은 모든 장군들을 불러 원형 탁자에 앉힌 후 공주의 신랑감을 뽑는 규칙을 설명하였다.

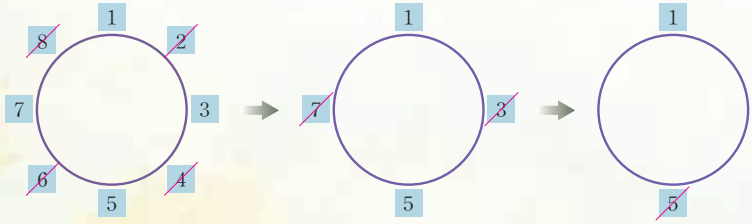
"앞으로 1번 자리에 앉은 장군을 1번 장군이라고 지칭하겠노라. 1번 장군은 'You live', 2번 장군은 'You die', 3번 장군은 'You live', 그리고 4번 장군은 'You die', …의 방법으로 마지막에 남는 한 명을 신랑감으로 선택할 터이니 내일 이 자리에 다시 모이도록 하라."

그런데 이미 공주와 사랑하는 사이인 현명한 킨 장군은 자신이 신랑감으로 선택되기 위하여 다음과 같이 지혜를 발휘하였다.

'장군이 2명이면 1번 장군이 남고, $2^2=4$명이면 먼저 1번과 3번 장군이 남는데, 다시 규칙을 적용하면 결국엔 1번 장군이 남게 되는군.

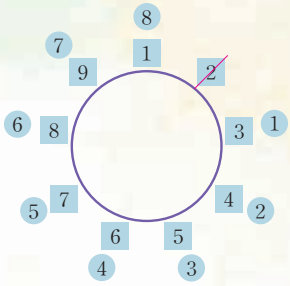


$2^3=8$명일 때를 해 보니 1, 3, 5, 7번 장군이 남았다가 다시 1, 5번 장군이 남고, 이번에도 또 1번 장군만 남게 되는군.



결국 장군의 수가 2^n명일 경우엔 항상 처음 시작하는 장군인 1번 장군이 마지막에 남게 되는구나.'

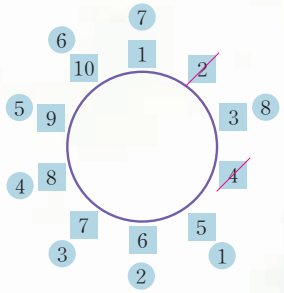
그리고는 킨 장군은 2^n명에 1명, 2명, …, k명이 추가되는 경우를 생각하였다.



'먼저 1명을 추가하여 (2^n+1)명일 때는 2번 장군이 'You die'로 제외되면 3번 장군을 처음 시작하는 장군으로 하는 2^n명의 장군이 남으니 결국 3번 장군이 마지막까지 남겠군.

이번에는 2명을 더 추가하여 (2^n+2)명이면 2번 장군과 4번 장군이 차례로 제외된 후 5번 장군을 처음 시작하는 장군으로 하는 2^n명의 장군이 남으니 5번 장군이 마지막에 남게 되겠군.

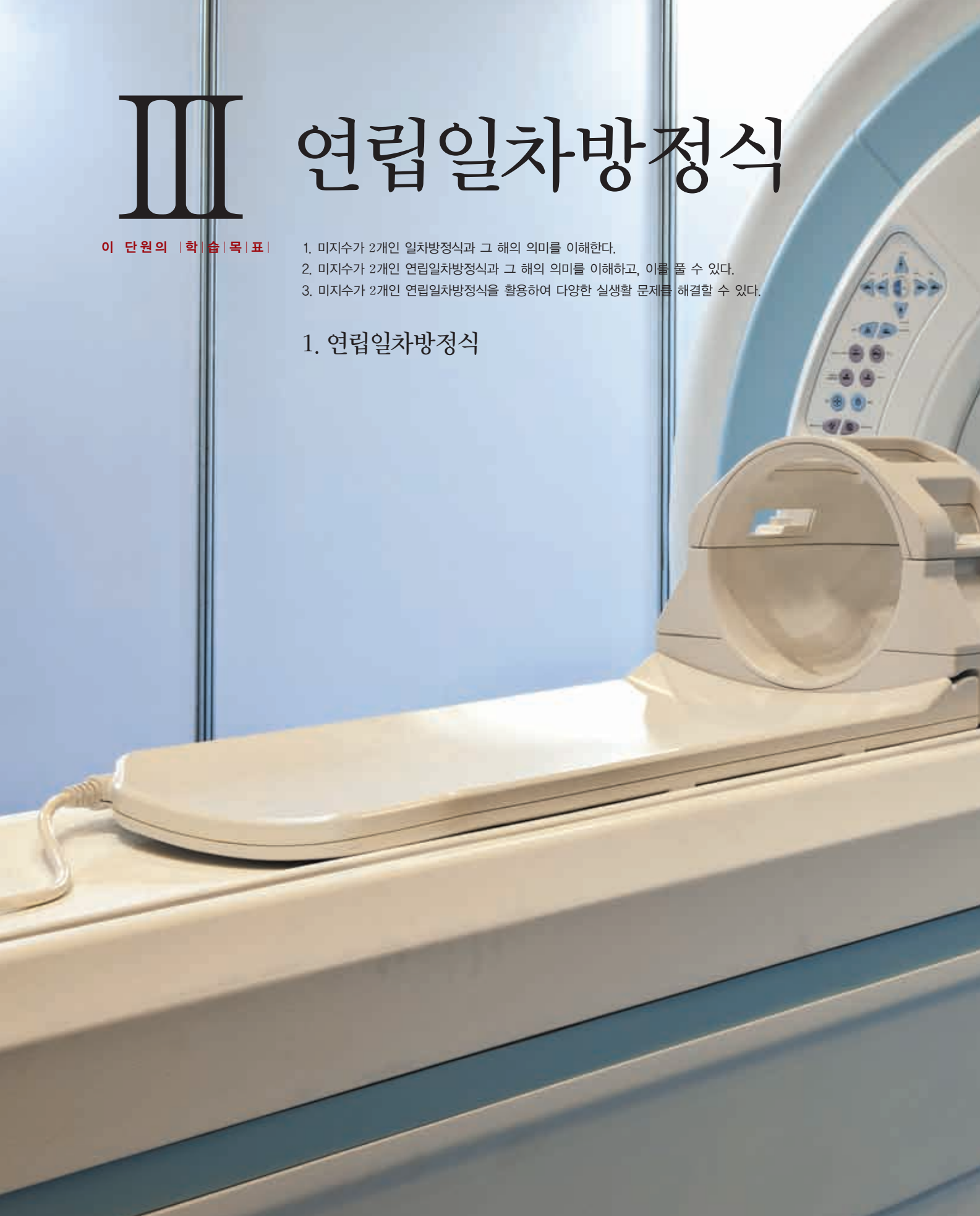
결국 k명을 추가한 (2^n+k)명이면 마지막에 남는 장군은 $(2k+1)$번째 장군이 되는구나.'



다음날 왕 앞에 모인 장군들은 모두 80명이었는데, 킨 장군이 80을 2의 거듭제곱을 사용하여 나타내어 보니 $80=2^6+16$이었다. 그래서 킨 장군은 $k=16$이므로 $2\times16+1=33$번째 자리에 가서 얼른 앉았다.

결국 현명한 킨 장군은 마지막까지 남아 사랑하는 공주와 결혼할 수 있었다.





Ⅲ 연립일차방정식

이 단원의 학습목표

1. 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.
2. 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.
3. 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

1. 연립일차방정식



병원에서는 환자의 질병을 진단하기 위해 첨단 의료 장비인 컴퓨터 단층 촬영기기(CT)를 사용한다. 이 기기를 이용하면 인체 내부의 단면을 영상으로 얻어 우리 몸에서 이상이 있는 부분을 정확하게 진단할 수 있다.

인체의 각 부위는 밀도가 약간씩 다르기 때문에 X선을 흡수하는 정도가 다르다. 따라서 인체의 각 부위에 여러 각도로 X선을 투과시켜 인체가 흡수한 X선의 양을 미지수로 하는 여러 개의 방정식을 얻게 되는데, 이 방정식을 동시에 만족하는 해를 구하여 인체 내부의 단면을 영상으로 확인할 수 있게 된다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[중1~3학년군]
- 문자와 식
- 일차방정식
- 단항식의 계산
- 다항식의 계산

이 단원에서 공부할 내용

1. **연립일차방정식**
   - 미지수가 2개인 일차방정식
   - 연립일차방정식과 그 해
   - 연립일차방정식의 풀이
   - 연립일차방정식의 활용

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 일차부등식
- 연립일차부등식
- 이차방정식

[수학 I]
- 여러 가지 방정식
- 여러 가지 부등식

1 연립일차방정식



준 | 비 | 학 | 습

문자와 식
문자를 사용하면 수량 사이의 관계를 간단히 식으로 나타낼 수 있다.

등식의 성질
$a=b$이면
- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

일차방정식의 풀이
주어진 일차방정식을
$x=$(수)
의 꼴로 만들어 해를 구한다.

일차방정식의 활용
구하고자 하는 것을 미지수로 놓고 수량 사이의 관계를 식으로 나타내어 푼다.

1 문자를 사용하여 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 한 개에 300원 하는 우유 x개의 값

(2) 10자루의 값이 a원인 볼펜 1자루의 값

2 $a=b$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

㉠ $a+3=b+3$	㉡ $a-7=7-b$
㉢ $-2a=-2b$	㉣ $\frac{a}{4}=\frac{b}{4}$

3 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-3=9$

(2) $x-7=4(x+2)$

(3) $0.1x-1.8=0.6x+0.2$

(4) $\frac{5x-2}{8}-\frac{3x-2}{2}=-1$

4 진우는 8000원, 영경이는 5000원을 가지고 열대어를 사러 갔다. 가격이 같은 열대어를 진우는 4마리, 영경이는 2마리를 샀더니 진우와 영경이의 남은 돈은 같아졌다. 열대어 한 마리의 가격을 구하여라.



1-1 미지수가 2개인 일차방정식

● 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.



미지수가 2개인 일차방정식과 그 해란 무엇인가?

창의력 기르기

요구르트

요구르트는 우유를 발효시킨 식품으로 건강에 좋을 뿐만 아니라 독특한 맛을 지니고 있다. 특히 요구르트의 유산균은 음식물을 분해시켜 흡수가 잘 되도록 만들어 준다.

탐 구 활 동

한 개에 500원 하는 딸기 요구르트 x개와 한 개에 1000원 하는 포도 요구르트 y개를 합하여 4000원어치를 샀을 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

2 딸기 요구르트를 2개, 4개, 6개 샀을 때, 포도 요구르트는 각각 몇 개씩 샀는지 오른쪽 표를 완성하여 보자.

x	2	4	6
y			

탐구 활동에서 x와 y 사이의 관계식은

$$500x+1000y=4000$$

으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식 또는 간단히 일차방정식이라고 한다.

일반적으로 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$ax+by+c=0 \ (a, b, c\text{는 상수}, a\neq 0, b\neq 0)$$

문 제 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $4x-y=0$　　㉡ $3x+4-2=0$

㉢ $y=6x+5$　　㉣ $2x+7y=7(y-3)$

일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수 x, y의 값을 구하여 보자.

일차방정식 $2x+y=7$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

$2x+y=7$을 y에 관하여 풀면 x의 값에 대한 y의 값을 구하기 편리하다.

x	1	2	3	4	5	…
y	5	3	1	-1	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수의 순서쌍 (x, y)를 구하면 $(1, 5)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$이다.

이와 같이 미지수가 x, y인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)를 이 방정식의 해라 하고, 해를 모두 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

예 제 1 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=12$를 풀어라.

● **풀이** 일차방정식 $3x+y=12$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	9	6	3	0	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는 $(1, 9)$, $(2, 6)$, $(3, 3)$이다.

답 ● $(1, 9)$, $(2, 6)$, $(3, 3)$

문 제 2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $x+y=5$ (2) $x+2y=10$

문 제 3 다음 중에서 $(3, 2)$를 해로 가지는 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x+2y=5$ ㉡ $2x-y=4$
㉢ $x-3y=3$ ㉣ $4x-5y=2$

1-2 연립일차방정식과 그 해

● 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해란 무엇인가?

탐 구 활 동

성일이는 오늘 휴대 전화에서 한 건당 15원인 단문 문자 x건과 30원인 장문 문자 y건을 합쳐 모두 5건의 문자를 보냈더니 105원의 요금이 나왔다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 성일이가 보낸 문자의 건수를 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

2 성일이가 내야할 문자 요금을 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

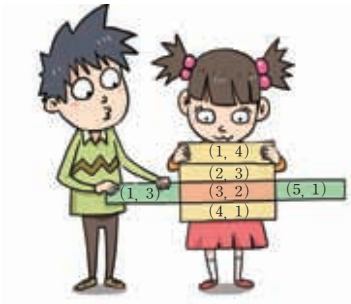
탐구 활동에서 단문 문자를 보낸 건수 x와 장문 문자를 보낸 건수 y를 구하려면 두 개의 방정식

$$x+y=5 \quad \cdots\cdots ①$$

$$15x+30y=105 \quad \cdots\cdots ②$$

를 동시에 만족하는 x, y의 값을 찾으면 된다.

먼저 일차방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.



①

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

②

x	1	3	5
y	3	2	1

따라서 일차방정식 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 표에서 순서쌍 $(3,\ 2)$임을 알 수 있다.

일반적으로 미지수가 2개인 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 해를 구하는 경우, 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 15x+30y=105 \end{cases}$$

와 같이 나타낸다. 이것을 미지수가 2개인 **연립일차방정식** 또는 간단히 **연립방정식**이라고 한다.

이때 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 $(x,\ y)$를 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

이를테면 앞의 연립일차방정식의 해는

$$x=3,\ y=2 \text{ 또는 } (3,\ 2)$$

이다.

예 제 1

x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 풀이 방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1

②

x	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 위의 표에서 ①과 ②를 동시에 만족시키는 x, y의 순서쌍 $(4,\ 3)$이다.

답 ● $(4,\ 3)$

문 제 1

x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=8 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+y=13 \\ x+3y=14 \end{cases}$

문 제 2

연립일차방정식 $\begin{cases} ax-4y=-5 \\ 2x+by=4 \end{cases}$의 해가 $(3,\ 2)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

1-3 연립일차방정식의 풀이

● 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구할 수 있다.



두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 해를 구할 수 있는가?

창의력 기르기

유니세프(UNICEF)

영양실조인 어린이가 전 세계에 약 1억 6천 8백만 명에 달한다고 한다. 유니세프(UNICEF)는 이러한 어린이들을 위하여 국적과 인종, 이념, 종교, 성별 등과 상관없이 도움의 손길을 전하고 있다.



탐 구 활 동

민정이는 유니세프에 기부금을 전달하기 위해 친구들과 동전을 모았다. 100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하여 모두 35개를 모았는데 총액은 8300원이었다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 연립일차방정식을 완성하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=\square \\ \square x+\square y=8300 \end{cases}$$

2 1의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} 4x+y=6 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 ①에서 ②를 변끼리 빼면

$$2x=2,\ x=1$$

이고, $x=1$을 ①에 대입하면

$$4+y=6,\ y=2$$

이다.

● ①에서 ②를 변끼리 빼면 미지수 y를 없앨 수 있다.

$$\begin{array}{rr} 4x+y=6 & \\ -)\ 2x+y=4 & \\ \hline 2x \quad\ =2 & \end{array}$$

따라서 $x=1$, $y=2$는 방정식 ①, ②를 동시에 만족시키므로 주어진 연립일차방정식의 해이다.

참고 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것을 그 미지수를 소거한다고 한다. 또 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 가감법이라고 한다.

문제 1

다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-2y=-4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 \\ 5x+6y=-9 \end{cases}$

소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 변끼리 빼고, 부호가 다르면 변끼리 더한다.

예제 1

다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

$$\begin{cases} 2x+3y=-5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=21 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

소거하려는 미지수의 계수의 절댓값이 같아지도록 식의 양변에 적당한 수를 곱하거나 나누어서 계산한다.

풀이 x를 소거하기 위하여 ①의 양변에 3을 곱하고, ②의 양변에 2를 곱하면

$$\begin{cases} 6x+9y=-15 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-10y=42 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$$19y=-57,\ y=-3$$

$y=-3$을 ①에 대입하면

$$2x+3\times(-3)=-5,\ x=2$$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=-3$이다.

$$\begin{array}{rr} 6x+ & 9y=-15 \\ -)\ 6x- & 10y=\ \ 42 \\ \hline & 19y=-57 \end{array}$$

답 $x=2$, $y=-3$

문제 2

다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 5x+4y=-7 \\ 3x-2y=-13 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 해를 구할 수 있는가?

창의력 기르기

농구 경기와 3점 슛

농구 역사상 3점 슛은 가장 위대한 발견 중 하나로 꼽히고 있다. 미국 프로 농구(NBA) 1979~1980년 시즌에 처음으로 3점 슛을 도입한 이후로 모든 농구 경기에 전면 시행되면서 농구는 더욱 박진감 넘치는 경기가 되었다.



탐 구 활 동

농구 경기에서 어떤 선수가 2점 슛 x개와 3점 슛 y개를 성공하여 21점을 득점하였다. 2점 슛의 개수가 3점 슛의 개수의 2배일 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 연립일차방정식으로 나타내어 보자.

2 **1**의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①을 ②에 대입하면

$$3x+(2x-1)=9$$

$$5x=10,\ x=2$$

이고, $x=2$를 ①에 대입하면

$$y=2\times 2-1=3$$

이다.

$y=2x-1$
↓ 대입
$3x+y=9$
↓
$3x+(2x-1)=9$

따라서 위의 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=3$이다.

참고 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 대입법이라고 한다.

예 제 2

다음 연립일차방정식을 대입법으로 풀어라.

$$\begin{cases} y=-3x+12 & \cdots\cdots ① \\ 4x-3y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

한 방정식에서 계수가 간단한 미지수를 찾아 그 미지수에 관하여 정리한 후 다른 식에 대입한다.

● **풀이** ①을 ②에 대입하면

$$4x-3(-3x+12)=3$$
$$13x=39,\ x=3$$

$x=3$을 ①에 대입하면

$$y=-3\times 3+12=3$$

따라서 구하는 해는 $x=3$, $y=3$이다.

답 ● $x=3,\ y=3$

문 제 3

다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ y=-x+4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=9 \\ x=-2y+5 \end{cases}$

추 론

승준이와 서영이는 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y=1 & \cdots\cdots ① \\ x=2y+3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$을 다음과 같이 풀었다.

두 학생의 풀이 방법에 대해 설명하고 어느 방법이 더 편리한지 비교하여 보자.

승준

②에서 우변의 $2y$를 좌변으로 이항하면

$$x-2y=3 \quad \cdots\cdots ③$$

①과 ③을 변끼리 더하면

$$4x=4,\ x=1$$

$x=1$을 ②에 대입하면

$$1=2y+3,\ y=-1$$

따라서 구하는 해는

$$x=1,\ y=-1$$

서영

②를 ①에 대입하면

$$3(2y+3)+2y=1$$
$$8y=-8,\ y=-1$$

$y=-1$을 ②에 대입하면

$$x=-2+3=1,\ x=1$$

따라서 구하는 해는

$$x=1,\ y=-1$$

계수가 소수나 분수인 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

연립일차방정식에서 미지수의 계수가 소수일 때에는 방정식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고치고, 분수일 때에는 방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예 제 3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 0.3x+0.8y=7.2 & \cdots\cdots ① \\ 0.06x-0.05y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

계수가 소수이면 10, 100, 1000, … 중에서 알맞은 수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

● **풀이** ①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+8y=72 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-5y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$21y=126,\ y=6$$

$y=6$을 ③에 대입하면

$$3x+48=72$$

$$3x=24,\ x=8$$

따라서 구하는 해는 $x=8$, $y=6$이다.

$$\begin{array}{r} 6x+16y=144 \\ -)\ 6x-\ 5y=\ 18 \\ \hline 21y=126 \end{array}$$

답 ● $x=8$, $y=6$

문 제 4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 \\ 0.5x-0.3y=-0.9 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 \\ 0.2x-0.1y=1.1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 \\ 0.02x+0.03y=0.18 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

예 제 4

다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=\frac{1}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

계수가 분수이면 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 12를 곱하면

$$\begin{cases} 3x+2y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x+3y=6 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 3을 곱하고, ④의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$x=6$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$$18+2y=6,\ y=-6$$

따라서 구하는 해는 $x=6,\ y=-6$이다.

$$\begin{array}{rr} & 9x+6y=18 \\ -) & 8x+6y=12 \\ \hline & x\ \ =\ 6 \end{array}$$

답 $x=6,\ y=-6$

문 제 5

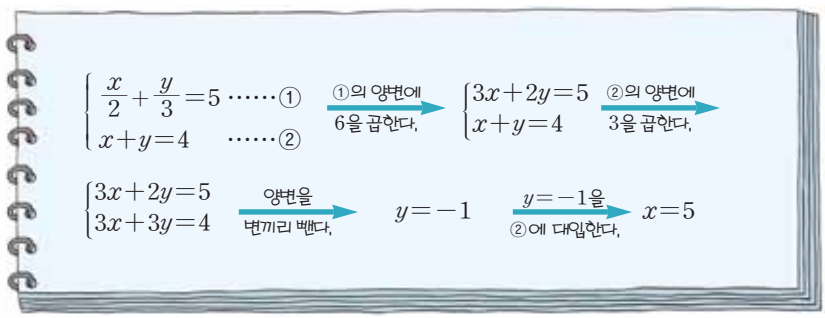
다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=\frac{5}{6} \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=-\frac{3}{10} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1 \\ \frac{x}{5}-\frac{y}{4}=1 \end{cases}$

문제해결

주연이가 연립일차방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ 를 다음과 같이 풀었다. 풀이를 검산하여 틀린 곳을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.



해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식은 어떤 것인가?

연립일차방정식의 해는 한 쌍만 있는 경우도 있지만 방정식에 따라서는 해가 무수히 많거나, 해가 없는 경우도 있다.

예 제 5 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ① \\ 2x+2y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-3y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-6y=7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

● 풀이 (1) ①의 양변에 2를 곱하면

$$2x+2y=6 \qquad \cdots\cdots ③$$

③은 ②와 같은 식이므로 ①과 ②의 해는 같다.

그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(2) ①의 양변에 2를 곱하여 ②를 변끼리 빼면

$$0=1$$

좌변은 0, 우변은 1이 되어 등식이 성립할 수 없다.

따라서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

즉, 이 연립일차방정식의 해는 없다.

$$\begin{array}{r} 2x-6y=8 \\ -)\ 2x-6y=7 \\ \hline 0=1 \end{array}$$

답 ● (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문 제 6 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+8y=5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 6x-3y=-9 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-4y=2 \\ y-(5y-x)=4 \end{cases}$

추 론 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ ax+by=c \end{cases}$ 에서 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우 a, b, c의 값을 만들어 보고, 연립일차방정식이 어떤 형태일 때인지 설명하여 보자.

1-4 연립일차방정식의 활용

● 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

연립일차방정식을 어떻게 활용하는가?

탐 구 활 동

동아리실에 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자가 모두 7개 있다. 18명의 학생이 모두 빈자리가 없이 앉을 때, 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자의 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 무엇을 미지수 x, y로 정할지 말하여 보자.

2 **1**에서 정한 x, y를 사용하여 연립일차방정식을 만들어 보자.

탐구 활동에서 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자의 수는 다음과 같은 순서로 연립일차방정식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

2명이 앉은 의자의 수를 x개, 3명이 앉은 의자의 수를 y개로 놓는다.

❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다.

의자의 수는 7개이므로 $x+y=7$이고, 학생의 수는 18명이므로 $2x+3y=18$이다.

따라서 다음과 같은 연립일차방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x+3y=18 \end{cases}$$

❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.

이 연립일차방정식을 풀면

$$x=3,\ y=4$$

❸ 연립일차방정식을 푼다.

따라서 2명이 앉은 의자의 수는 3개, 3명이 앉은 의자의 수는 4개이다.

한편 의자의 수는 $3+4=7$(개)이고, 학생의 수는 $2\times3+3\times4=18$(명)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

● $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+3y=18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 3을 곱하면

$3x+3y=21 \quad \cdots\cdots ③$

③에서 ②를 변끼리 빼면

$x=3$

이것을 ①에 대입하면

$3+y=7,\ y=4$

● 구한 해가 문제의 조건을 모두 만족시켜야 한다.

일반적으로 연립일차방정식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

연립일차방정식을 활용한 문제 해결 순서

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.
❸ 연립일차방정식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예제 1

어느 과학관의 입장료가 어른은 4000원, 청소년은 2000원이다. 어른과 청소년을 합하여 모두 12명이 입장하는 데 총 32000원을 냈다. 과학관에 입장한 어른과 청소년의 수를 각각 구하여라.



● 풀이 과학관에 입장한 어른과 청소년의 수를 각각 x명, y명이라 하자.

모두 12명이 입장했으므로 $x+y=12$

입장료가 32000원이므로 $4000x+2000y=32000$

연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=12 \\ 4000x+2000y=32000 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=4$, $y=8$

따라서 과학관에 입장한 어른의 수는 4명, 청소년의 수는 8명이다.

● 어른 4명과 청소년 8명은 모두 12명이고, 입장료는 $4000\times4+2000\times8=32000$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 ● 어른: 4명, 청소년: 8명

문제

성민이와 채은이는 한 달간 16권의 책을 읽었다고 한다. 채은이가 읽은 책의 수는 성민이가 읽은 책의 2배보다 1권 많다고 할 때, 성민이와 채은이가 읽은 책의 수를 각각 구하여라.



예 제 2

재호는 가족과 함께 등산을 하였다. 올라갈 때에는 시속 2 km로 걸었고, 내려올 때에는 다른 길을 따라 시속 3 km로 걸었다. 이때 재호가 걸은 거리는 13 km이고 걸린 시간은 총 5시간이었다. 재호가 올라갈 때 걸은 거리와 내려올 때 걸은 거리를 각각 구하여라.

(걸린 시간) $=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

속력은 평균 속력을 의미한다.

올라간 거리가 4 km이고 내려온 거리가 9 km이면 그 합은 13 km이고, 걸린 시간은

$\frac{4}{2}+\frac{9}{3}=5$(시간)이므로

문제의 뜻에 맞는다.

풀이 올라갈 때와 내려올 때 걸은 거리를 각각 x km, y km라고 하자.

총거리는 13 km이므로 $x+y=13$

걸린 시간은 5시간이므로 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5$

연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=13 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=4,\ y=9$

따라서 올라간 거리는 4 km이고, 내려온 거리는 9 km이다.

답 올라간 거리: 4 km, 내려온 거리: 9 km

문제 2

유림이의 집에서 학교까지의 거리는 1200 m이다. 오전 8시에 집에서 출발하여 분속 50 m로 걷다가 도중에 늦을 것 같아서 분속 80 m로 뛰어서 학교에 도착하니 오전 8시 21분이었다. 유림이가 걸어간 거리와 뛰어간 거리를 각각 구하여라.



발전 문제 3

어느 중학교의 작년 전체 학생 수는 600명이었다. 올해는 작년에 비해 남학생이 20 % 증가하고 여학생은 15 % 감소하여, 전체 학생 수가 15명이 증가하였다. 작년 남학생 수와 여학생 수를 각각 구하여라.

중/단/원 기초



미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식이라고 한다.

1 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $6x+5y-2=0$ ㉡ $4x+y=0$
㉢ $x+2y=x-2y+3$ ㉣ $x^2+7x=-3$

2 다음 표는 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $x+y=6$을 만족시키는 값을 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

x	1	2	3	4	5
y	5				

미지수가 x, y의 2개인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 방정식의 해라고 한다.

3 다음 중에서 해가 $(4, 2)$인 연립일차방정식을 찾아라.

㉠ $\begin{cases} x-y=-2 \\ 2x+y=10 \end{cases}$ ㉡ $\begin{cases} x+y=6 \\ x-2y=0 \end{cases}$
㉢ $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ 4x-3y=4 \end{cases}$ ㉣ $\begin{cases} x+4y=12 \\ 2x-5y=2 \end{cases}$

4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-3y=3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x-y=6 \\ x=y+1 \end{cases}$

5 두 수의 합은 72이고 두 수의 차는 34일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 수 중에서 큰 수를 x, 작은 수를 y라고 할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.
(2) (1)의 연립일차방정식을 풀어라.
(3) 두 수를 구하여라.

$\begin{cases} x+y=\square \\ x-y=\square \end{cases}$

중/단/원 기본

수준별

미지수가 2개인 일차방정식

1 다음을 미지수가 2개인 일차방정식으로 나타내어라.

(1) 자동차 x대와 오토바이 y대의 바퀴 수의 합이 12개이다.

(2) 한 개에 200원 하는 당근 x개와 한 개에 800원 하는 오이 y개를 사고, 그 값으로 3600원을 지불하였다.

미지수가 2개인 일차방정식의 해

2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x+4y=16$ (2) $2x+5y=20$

연립일차방정식의 해

3 x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 5x+y=17 \end{cases}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 일차방정식의 해를 각각 구하여라.

(2) 연립일차방정식의 해를 구하여라.

연립일차방정식의 풀이

4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=14 \\ y=4x-2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.05x-0.1y=0.2 \\ \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{2} \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{3}=1 \\ 5(2x-1)+y=3 \end{cases}$

연립일차방정식을 활용한 문제 풀이

5 준수가 9시에 집에서 출발하여 복지관까지 가려고 한다. 처음에는 분속 60 m로 걷다가 유진이의 집 앞에서 유진이를 만나서 함께 분속 40 m로 걸어서 9시 30분에 도착하였다. 준수가 걸은 거리가 모두 1600 m일 때, 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리와 유진이의 집에서 복지관까지의 거리를 각각 구하여라.



수준별

1 일차방정식 $ax-y=3$이 $(1,\ 4)$, $(2,\ b)$를 해로 가질 때, $a+b$의 값을 구하여라.

2 다음 두 연립일차방정식의 해가 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x-2y=9 \\ ax+by=7 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2ax+3by=6 \\ x+y=3 \end{cases}$$

3 다음 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 때 a, b의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 8x+ay=2 \\ bx+3y=-1 \end{cases}$$

• 한 방정식을 변형하여 다른 방정식과 같아지면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

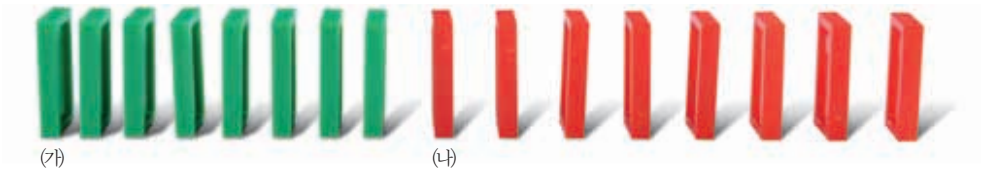
4 어느 수목원 산책로 둘레의 길이가 2 km이다. 현수와 은주가 같은 지점에서 동시에 출발하여 서로 반대 방향으로 돌면 10분 후에 처음으로 만나고, 서로 같은 방향으로 돌면 50분 후에 처음으로 만난다고 한다. 현수의 걸음이 더 빠를 때, 두 사람의 속력은 각각 분속 몇 m인지 구하여라.

5 경희와 우진이가 함께 하면 8일만에 끝낼 수 있는 일을 경희가 4일 한 후, 나머지는 우진이가 10일 동안하여 끝냈다고 한다. 이 일을 경희가 혼자서 할 때와 우진이가 혼자서 할 때 각각 며칠이 걸리는지 구하여라.

• 전체 일의 양을 1, 경희와 우진이가 하루 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y로 놓는다.

도미노에 사용된 블록은 몇 개일까?

500개의 블록으로 다음 그림과 같이 (가)와 (나)가 연결되어 넘어지도록 각각 일정한 간격으로 세워서 도미노를 만들었다. 제일 앞의 블록부터 시작하여 모든 블록이 연이어 넘어질 때, 걸리는 시간을 측정하였더니 (가)의 블록은 1초에 5개씩, (나)의 블록은 1초에 4개씩 넘어진다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.





과제 1 500개의 블록이 넘어지는 데 총 1분 47초가 걸렸다면 (가)와 (나)에 사용된 블록은 각각 몇 개인가?

과제 2 1000개의 블록을 사용하여 같은 방법으로 도미노를 만들었을 때, 4분 만에 모두 넘어지도록 하려면 (가)와 (나)에 사용된 블록은 각각 몇 개이어야 하는가?

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있는가?			
	미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 미지수가 2개인 일차방정식

미지수가 2개인 일차방정식	미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식이라고 한다. $ax+by+c=0$ $(a, b, c$는 상수, $a\neq 0, b\neq 0)$
미지수가 2개인 일차방정식의 해	(1) 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 방정식의 해라고 한다. (2) 일차방정식의 해를 구하는 것을 일차방정식을 푼다고 한다.

② 연립일차방정식과 그 해

연립일차방정식	두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 연립일차방정식 또는 연립방정식이라고 한다.
연립일차방정식의 해	연립일차방정식에서 두 방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 연립일차방정식의 해라고 한다. 예 x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 에서 ①, ②의 해를 각각 표로 나타내면 x: 1, 2, 3, 4 / y: 4, 3, 2, 1 x: 1, 2, 3, 4 / y: 7, 5, 3, 1 따라서 연립일차방정식의 해는 $(4, 1)$이다.

③ 연립일차방정식의 풀이

소거	연립일차방정식을 풀기 위하여 한 미지수를 없애는 것
가감법	연립일차방정식의 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 해를 구하는 방법 예 연립일차방정식 $\begin{cases} x+2y=7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2y=-3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 에서 ①과 ②를 변끼리 더하면 $x+2y=7$ $+)\ 3x-2y=-3$ $4x\quad =4 \longrightarrow y$가 소거됨
대입법	연립일차방정식의 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 한 미지수를 소거한 후 해를 구하는 방법 예 연립일차방정식 $\begin{cases} y=x+7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+3y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 에서 ①을 ②에 대입하면 $2x+3(x+7)=6 \longrightarrow y$가 소거됨

④ 연립일차방정식의 활용

연립일차방정식의 활용	❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다. ❸ 연립일차방정식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 연립일차방정식, 연립방정식

훔쳐간 가축은 몇 마리일까?



생각 키/우/기 닭 한 마리가 다리를 들고 있었을 때 닭의 수와 돼지의 수를 알아보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 두 미지수 x, y에 관한 일차방정식이 아닌 것은?

① $y=x-3$ ② $x=3y$
③ $x-y=0$ ④ $2x-3y+4=0$
⑤ $2x+5y=5(y-3)$

2 다음 중에서 일차방정식 $4x-y=11$의 해를 모두 고르면? (정답 2개)

① $(-1,\ 1)$ ② $(2,\ -3)$
③ $(0,\ 11)$ ④ $(3,\ 1)$
⑤ $(4,\ -4)$

3 x, y가 자연수일 때, $x+2y=7$을 만족시키는 해의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 7

4 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x-3y=1 & \cdots\cdots㉠ \\ 3x-2y=4 & \cdots\cdots㉡ \end{cases}$에서 y를 소거하려고 한다. 다음 중 필요한 식은?

① ㉠$\times 2-$㉡$\times 3$ ② ㉠$\times 3-$㉡$\times 2$
③ ㉠$\times 3-$㉡$\times 4$ ④ ㉠$\times 2+$㉡$\times 3$
⑤ ㉠$\times 3+$㉡$\times 4$

5 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=10 \\ x=6y-2 \end{cases}$를 풀면?

① $(0,\ -5)$ ② $(2,\ 10)$
③ $(2,\ -2)$ ④ $(4,\ 1)$
⑤ $(8,\ -1)$

6 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-ay=13 \end{cases}$의 해가 $(5,\ b)$일 때, $a-b$의 값은?

① 4 ② 2 ③ 1
④ -1 ⑤ -2

7 $x-y=1$, $x+y=-5$일 때, x^2+y^2의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

8 다음 연립일차방정식을 만족시키는 x값이 y값의 3배라고 할 때, a의 값은?

$$\begin{cases} 2x+ay=9 \\ 3x+y=20 \end{cases}$$

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

9 연립일차방정식 $\begin{cases} 2(x+y)-4x=-6 \\ 3x+4(x-y)=27 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=-5$, $y=1$ ② $x=-5$, $y=4$
③ $x=5$, $y=2$ ④ $x=2$, $y=5$
⑤ $x=5$, $y=5$

10 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 13이고, 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 9가 작다. 이때 처음 수는?

① 58 ② 67 ③ 76
④ 85 ⑤ 94

11 A는 구리 50 %, 주석 50 %를 포함한 합금이고, B는 구리 60 %, 주석 40 %를 포함한 합금이다. 두 종류의 합금을 녹여서 구리 400 g, 주석 300 g을 얻으려면 합금 A, B는 각각 몇 g이 필요한가?

① A: 200 g, B: 500 g
② A: 300 g, B: 400 g
③ A: 400 g, B: 300 g
④ A: 500 g, B: 200 g
⑤ A: 600 g, B: 100 g

서/답/형

12 일차방정식 $3x-4y=2$가 $(a, 1)$을 해로 가질 때, a의 값을 구하여라.

13 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2 \\ 0.5x-0.2y=0.4 \end{cases}$$

14 연립일차방정식 $\begin{cases} 6x+2y=1 \\ y=ax-2 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

|서술형|

15 아랫변의 길이가 윗변의 길이보다 3 cm 더 긴 사다리꼴이 있다. 높이가 6 cm이고 넓이가 33 cm^2일 때 아랫변의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

16 배를 타고 거리가 60 km인 강을 거슬러 올라가 목적지에 도착하는 데 3시간, 같은 거리를 내려오는 데 2시간이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력과 강물의 속력을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

컴퓨터 프로그램으로 연립일차방정식 풀기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+5y=-4 \\ -2x-3y=5 \end{cases}$의 해를 구하여 보자.

1. 프로그램을 실행시킨다.

2. B1, B2 셀에 'x'를 각각 입력하고, D1, D2 셀에 'y'를 각각 입력한다.

3. E1, E2 셀에 '='를 각각 입력한다.

4. 연립일차방정식의 해가 계산되는 창을 만들기 위해서 B4 셀에 'x', B5 셀에 'y'를 입력하고 C4, C5 셀에 '='를 각각 입력한다.

5. D4 셀에 다음과 같은 수식을 입력한다.

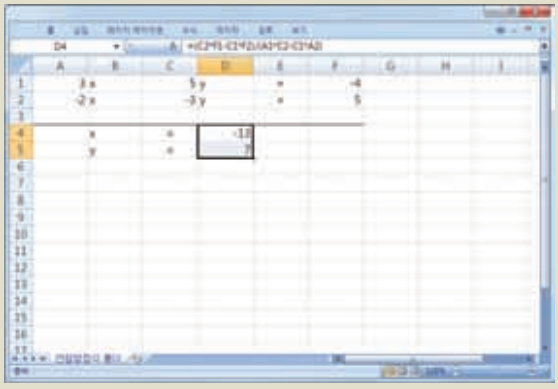
'=(C2*F1−C1*F2)/(A1*C2−C1*A2)'

6. D5 셀에 다음과 같은 수식을 입력한다.

'=(A1*F2−A2*F1)/(A1*C2−C1*A2)'

7. A1, A2 셀에는 x의 계수를, C1, C2 셀에는 y의 계수를, F1, F2 셀에는 우변의 상수를 각각 입력한다.

8. 이때 D4, D5 셀에 나타난 값이 이 연립일차방정식의 해이다.



과제 1 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 연립일차방정식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} 11x+5y=10 \\ 15x+6y=3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.4x+0.3y=1.8 \\ 0.5x-0.25y=1 \end{cases}$

방정식의 유래



방정식이라는 용어는 중국의 책인 "구장산술"에서 유래되었는데, 이 책을 처음 집필한 사람은 알려져 있지 않지만 유휘가 주석을 붙여 펴내었다. 유휘는 할원법을 이용하여 원주율을 구한 사람으로 알려져 있다.

"구장산술"은 주로 당시의 관리들에게 필요했던 수학 지식을 모아 놓은 책으로 모두 아홉 개의 장으로 구성되어 있으며 총 246개의 문제가 실려 있다. 그 형식은 문제, 답, 풀이의 차례로 되어 있다.

제1장인 방전(方田) 장에는 논밭의 측량 문제가 수록되어 있는데, 특히 둥근 모양의 논밭의 넓이를 구하기 위하여 원주율 π를 3으로 사용하였다.

제2장은 속미(粟米) 장으로 곡물을 교환할 때의 계산법을 다루며 비례 문제가 수록되어 있다.

제3장은 쇠분(衰分) 장으로 고저의 차이가 있는 급료나 조세를 다룰 때 나타나는 비례 관계를 계산하는 법을 다루고 있다.

제4장인 소광(小廣) 장에는 넓이 또는 부피를 구하는 문제가 수록되어 있다.

제5장인 상공(商功) 장에는 토목 공사에 관한 문제가 수록되어 있다.

제6장인 균수(均輸) 장에는 조세의 운반과 관련된 문제가 수록되어 있다.

제7장인 영부족(盈不足) 장에는 남거나 부족한 것을 가정할 때 맞는 수를 구하는 과부족의 문제가 수록되어 있다.

제8장은 방정(方程) 장으로 연립방정식을 푸는 문제가 수록되어 있다. '방정식'이라는 용어가 바로 이 8장에서 유래하였다.

제9장은 구고(句股) 장으로 우리가 "수학 ③"에서 배우는 피타고라스 정리의 응용 문제가 수록되어 있다.

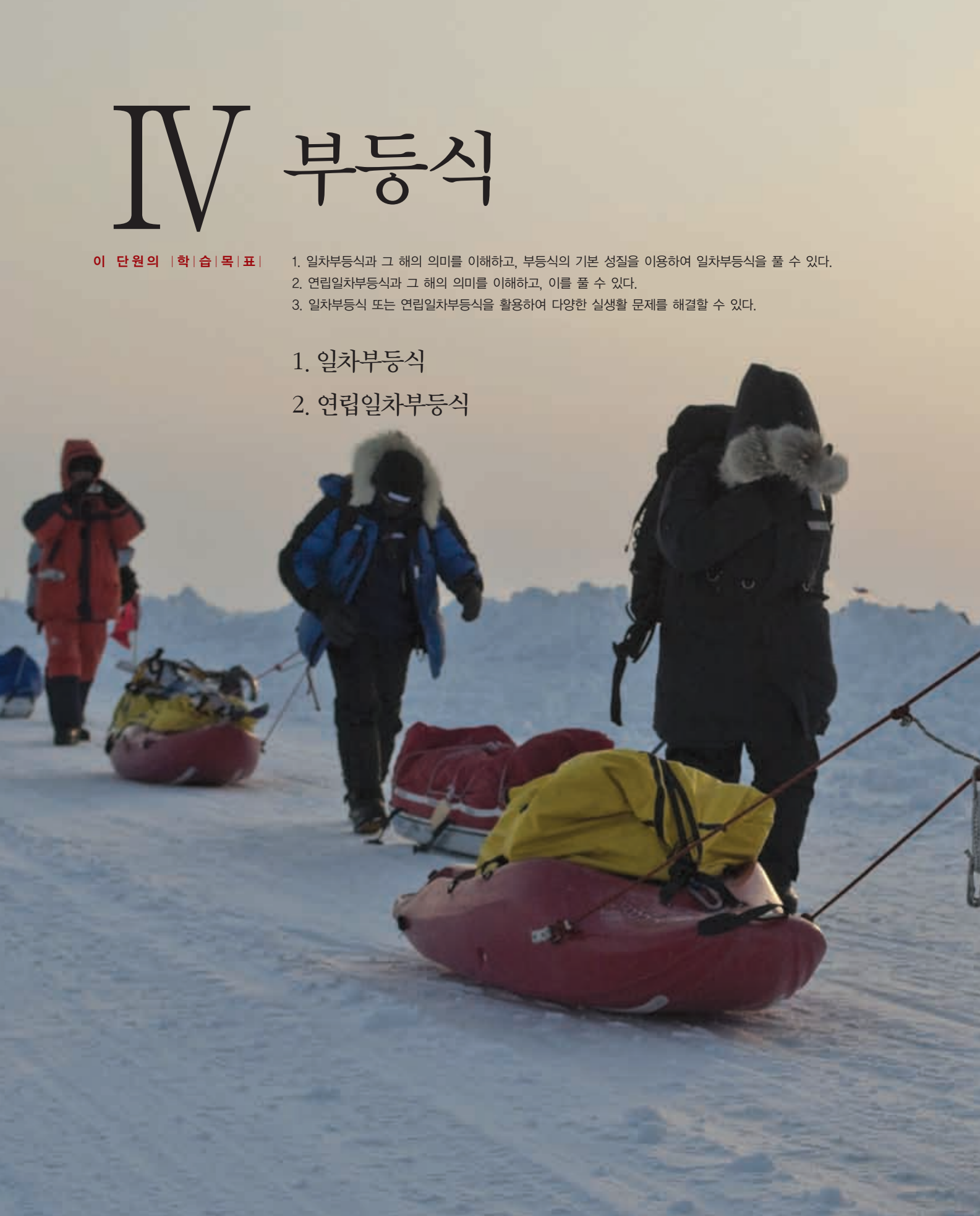


Ⅳ 부등식

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.
2. 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.
3. 일차부등식 또는 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

1. 일차부등식
2. 연립일차부등식





북극에 사람이 살 수 없다는 잘못된 인식과 항해술의 미발달, 지도의 미비 등으로 인하여 북극 탐험은 8세기경이 되어서야 시작되었고, 항로의 개척, 교역, 과학적 조사 등을 위해 지금도 북극 탐험은 계속되고 있다.

북극을 탐험할 때에는 약 500 kg 이상 되는 무거운 짐을 가지고 하루에 12시간 정도를 이동해야 하기 때문에 탐험대에게는 대단한 인내심과 체력이 필요하다. 탐험대는 하루에 4000 kcal 이상 6000 kcal 이하의 에너지를 필요로 하는데, 음식물에 포함된 지방은 1 g에 9 kcal, 탄수화물과 단백질은 1 g에 4 kcal의 에너지로 전환된다. 이러한 사실을 바탕으로 부등식을 이용하면 탐험대가 안전하게 북극을 탐험하는 데 필요한 식단을 짤 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초3~4학년군]
- 어림하기

[중1~3학년군]
- 정수와 유리수
- 문자와 식
- 일차방정식
- 연립일차방정식

이 단원에서 공부할 내용

1. **일차부등식**
   - 부등식과 그 해
   - 부등식의 성질
   - 일차부등식의 풀이
   - 일차부등식의 활용
2. **연립일차부등식**
   - 연립일차부등식
   - 연립일차부등식의 활용

이후에 배울 내용

[수학 Ⅰ]
- 여러 가지 부등식

1 일차부등식



준 | 비 | 학 | 습

수의 범위

- 이상: 크거나 같다.
- 이하: 작거나 같다.
- 초과: 크다.
- 미만: 작다.

부등호

$a\square b$	a는 b보다 $\square$
$<$	작다.
$>$	크다.
$\leq$	작거나 같다.
$\geq$	크거나 같다.

등식의 성질

$a=b$이면

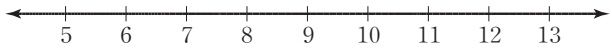
- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq 0)$

문자의 사용

곱셈 기호는 생략하고, 수는 문자 앞에 쓴다.

1 다음 수의 범위를 수직선에 나타내어라.

7 이상 10 미만인 수



2 다음을 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 나타내어라.

(1) a는 2보다 작다.

(2) a는 5보다 크거나 같다.

(3) a는 -1보다 크고 3보다 작다.

3 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-6=3$ (2) $-2x+4=x$

(3) $\frac{x}{2}=-4$ (4) $7x=14$

4 다음을 x에 관한 식으로 나타내어라.

(1) x의 2배에 3을 더한 값

(2) 40자루의 볼펜을 3자루씩 x명에게 나누어 주었을 때 남은 볼펜 수

1-1 부등식과 그 해

● 부등식과 그 해의 의미를 이해한다.

부등식이란 무엇인가?

창의력 기르기

폭풍 일수

폭풍이 발생한 날의 수를 폭풍 일수라고 하는데, 폭풍 일수의 기준이 되는 폭풍은 국가나 지역에 따라 다르게 정해져 있다. 현재 우리나라에서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상인 날의 수를 폭풍 일수로 정하고 있다.



탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

1 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

2 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

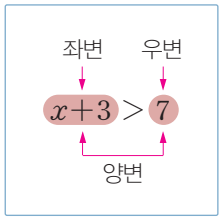
3 하루 최대 풍속이 초속 x m인 날이 폭풍 일수에 해당하려면 x는 어떤 조건을 만족시켜야 하는지 부등호를 사용하여 나타내어 보자.

'2는 7보다 작다.', '어떤 수에 3을 더하면 7보다 크다.' 등을 부등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2<7,\quad x+3>7$$

이와 같이 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 **부등식**이라고 한다.

예를 들어 $3>2$, $x<2$, $3x-2\geq 5$, $2x-3\leq 3x+1$은 모두 부등호를 사용하여 나타낸 식이므로 부등식이다.



참고 부등식에서 부등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

부등호 $<$, $>$를 처음 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T. ; 1560~1621)이고, 부등호 $\leq$, $\geq$를 처음 사용한 사람은 프랑스의 부게(Bouguer, P. ; 1698~1758)이다.

문 제

다음을 부등식으로 나타내어라.

(1) 형의 나이 x살에 동생의 나이 15살을 더하면 30살보다 많다.

(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개를 0.6 kg인 바구니에 담았더니 전체 무게가 6 kg 미만이다.

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

부등식의 해란 무엇인가?

창의력 기르기

대한민국 최초 우주인



대한민국 최초의 우주인 이소연을 태운 우주선 소유스호가 우리나라 시각으로 2008년 4월 8일 20시 16분 35초에 카자흐스탄의 바이코누르 우주 기지에서 발사되었다. 이로써 대한민국은 세계에서 36번째로 우주인을 배출한 나라가 되었다.

탐 구 활 동

우리나라에서 우주인으로 선발되기 위해서는 몸무게가 최소한 50 kg 이상이어야 한다. 현재 민수의 몸무게가 45 kg이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 민수가 우주인으로 선발되기 위해서 늘려야 하는 몸무게를 x kg이라 하고, 부등식으로 나타내어 보자.

2 민수의 몸무게가 4 kg 늘어난다면 민수는 우주인 선발에 참여할 수 있는가?

3 민수는 몸무게를 최소한 몇 kg 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있는가?



부등식 $x+2<5$에서 x에 1, 2, 3, 4, …를 대입하여 좌변과 우변을 비교하면 다음과 같다.

$x=1$일 때 $1+2<5$이므로 참

$x=2$일 때 $2+2<5$이므로 참

$x=3$일 때 $3+2=5$이므로 거짓

$x=4$일 때 $4+2>5$이므로 거짓

⋮



x	좌변		우변	$x+2<5$
1	3	<	5	참
2	4	<	5	참
3	5	=	5	거짓
4	6	>	5	거짓
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

여기서 부등식 $x+2<5$는 $x=1$, $x=2$일 때 참이 됨을 알 수 있다.

이와 같이 부등식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 부등식의 해라고 한다. 또 부등식의 해를 모두 구하는 것을 그 부등식을 푼다고 한다.

참고 x의 범위가 주어지지 않은 경우에는 그 범위를 수 전체로 생각한다.

예제 1 0, 1, 2, 3 중에서 부등식 $3x-2\geq 4$의 해를 찾아라.

● 풀이 주어진 부등식의 x에 0, 1, 2, 3을 대입하여 좌변을 계산하고, 그 값을 우변의 값과 비교하면

$x=0$일 때 $3\times 0-2=-2<4$

$x=1$일 때 $3\times 1-2=1<4$

$x=2$일 때 $3\times 2-2=4=4$

$x=3$일 때 $3\times 3-2=7>4$

따라서 부등식 $3x-2\geq 4$는 $x=2$, $x=3$일 때 참이 되므로 구하는 해는 2, 3이다.

답 ● 2, 3

문제 2 -2, -1, 0, 1, 2 중에서 다음 부등식의 해를 찾아라.

(1) $4x-1>1$ (2) $x+1<2$

(3) $3x-1\leq -2$ (4) $2x-3\geq x-1$

의사소통

다음 그림에서 속도 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $0\leq x\leq 70$이다. 또 육교의 통과 높이 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $0<x\leq 3$이다. 이와 같이 생활 주변에서 부등식을 사용하여 나타낼 수 있는 예를 찾아 말하여 보자.





1-2 부등식의 성질

● 부등식의 기본 성질을 이해할 수 있다.

부등식에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

지리산 국립 공원



지리산은 1967년 12월 29일에 우리나라에서 최초로 국립 공원으로 지정되었다. 이 산은 전라북도 남원시, 전라남도 구례군, 경상남도 산청군, 함양군, 하동군 등의 행정 구역에 속해 있으며 20개의 국립 공원 중에서 가장 넓은 산악형 국립 공원이다.

탐 구 활 동

지리산의 천왕봉은 높이가 1915 m, 촛대봉은 높이가 1703 m, 노루목은 높이가 1498 m이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 천왕봉의 높이와 촛대봉의 높이를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

2 천왕봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과와 촛대봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

3 **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 방향이 바뀌었는지 알아보자.

등식의 성질

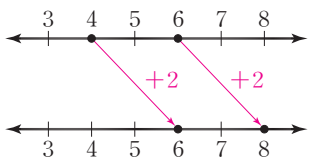
$a=b$일 때

- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq 0)$

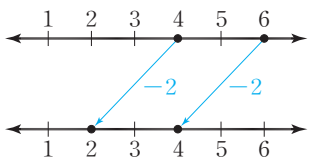
우리는 "수학 ①"에서 등식의 성질을 배웠다. 이제 부등식의 기본 성질에는 어떤 것이 있는지 알아보자.

부등식 $4<6$의 양변에 2를 더하거나 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$4+2<6+2$



$4-2<6-2$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

문제 1 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+2$ □ $b+2$　　(2) $a+(-2)$ □ $b+(-2)$

(3) $a-4$ □ $b-4$　　(4) $a-(-4)$ □ $b-(-4)$

부등식 $4<6$의 양변에 양수 2를 곱하거나 양변을 양수 2로 나누면 다음과 같다.

$4<6$

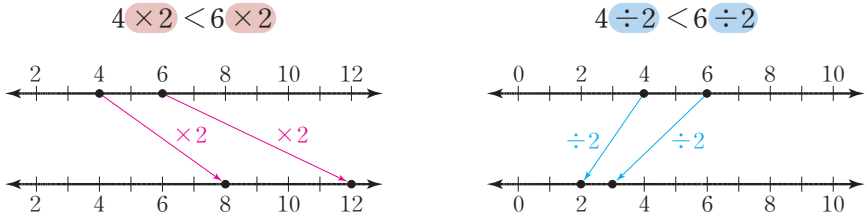
$\times 2$ ↓ ↓ $\times 2$

$8<12$

$4<6$

$\div 2$ ↓ ↓ $\div 2$

$2<3$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

문제 2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times 3$ □ $b\times 3$　　(2) $a\div 5$ □ $b\div 5$

(3) $4a$ □ $4b$　　(4) $\frac{a}{7}$ □ $\frac{b}{7}$

부등식 $4<6$의 양변에 음수 -2를 곱하거나 양변을 음수 -2로 나누면 다음과 같다.

$4<6$

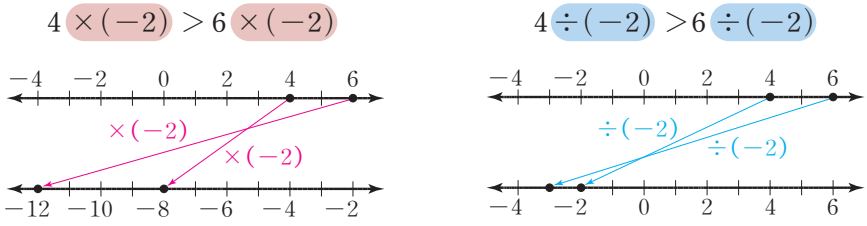
$\times(-2)$ ↓ ↓ $\times(-2)$

$-8>-12$

$4<6$

$\div(-2)$ ↓ ↓ $\div(-2)$

$-2>-3$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

문제 3 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times(-3)$ □ $b\times(-3)$ (2) $a\div(-8)$ □ $b\div(-8)$

(3) $-2a$ □ $-2b$ (4) $-\frac{a}{6}$ □ $-\frac{b}{6}$

이상에서 배운 부등식의 기본 성질을 정리하면 다음과 같다.

부등호 $<$를 $\leq$로 바꾸어도 부등식의 기본 성질은 성립한다.

부등식의 기본 성질

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$

(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$a<b$, $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

문제 4 $a\leq b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

(1) $2a+3$ □ $2b+3$ (2) $-3a+1$ □ $-3b+1$

(3) $-a-4$ □ $-b-4$ (4) $2a-5$ □ $2b-5$

발전

문제 5 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2-a>2-b$일 때, a □ b

(2) $-\frac{3}{2}a-2\leq-\frac{3}{2}b-2$일 때, a □ b

추론 등식의 성질과 부등식의 성질의 같은 점과 다른 점에 대하여 비교하여 보자.

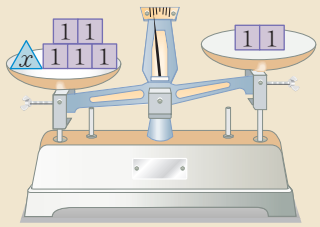
1-3 일차부등식의 풀이

- 일차부등식을 이해한다.
- 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.

일차부등식이란?

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 저울의 왼쪽 접시에는 무게가 x g짜리 추 1개와 1 g짜리 추 5개가 올려져 있고, 오른쪽 접시에는 1 g짜리 추 2개가 올려져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 저울이 왼쪽으로 기울어져 있을 때, 부등식으로 나타내어 보자.

2 양쪽에서 1 g짜리 추 2개를 내려 놓았을 때, 부등식으로 나타내어 보자.

3 **2**에서 좌변의 다항식의 차수를 말하여 보자.

부등식

$$x+5>2 \quad \cdots\cdots ①$$

의 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$$x+5-2>2-2$$

$$x+5-2>0 \quad \cdots\cdots ②$$

$$x+3>0 \quad \cdots\cdots ③$$

이때 ②는 ①의 우변에 있던 $+2$가 좌변으로 옮겨지며 -2가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 부등식에서도 등식의 경우와 마찬가지로 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 이항할 수 있다.

한편 ③의 좌변 $x+3$은 일차식이다.

$2x \boxed{-4} < 2$ (이항)

$2x < 2 \boxed{+4}$

이와 같이 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식을 x에 관한 **일차부등식**이라고 한다.

문 제 다음 중 일차부등식을 모두 찾아라.

㉠ $7x<7(x+1)$	㉡ $x^2-2x<x^2+3$
㉢ $3x-1>2x+1$	㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 어떻게 푸는가?

창의력 기르기

나이아가라 폭포



나이아가라 폭포는 미국 뉴욕 주와 캐나다 온타리오 주 사이의 국경을 이루고 있는 나이아가라 강에 있으며 북아메리카에서 가장 큰 폭포이다. 나이아가라 폭포는 말굽 폭포로 불리는 캐나다 폭포와 미국 폭포 그리고 브라이들베일 폭포로 이루어져 있다. 이 중에서 미국 폭포의 높이는 51 m이고, 이 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높다.

탐 구 활 동

캐나다 폭포의 높이를 x m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어 보자.

$$x+2 \square 51$$

2 **1**의 부등식의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 부등식의 기본 성질을 어떻게 이용해야 하는지 말하여 보자.

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식

$$x+2>3$$

을 풀어 보자.



부등식의 양변에서 2를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

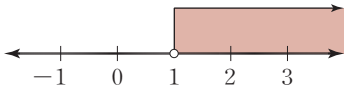
$$x+2-2>3-2$$

이고, 이것을 정리하면

$$x>1$$

이다. 이때 1보다 큰 수는 모두 일차부등식 $x+2>3$을 만족시킨다.

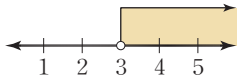
따라서 일차부등식 $x+2>3$의 해는 $x>1$이고 이것을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

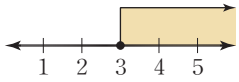


이와 같이 일차부등식을 풀 때에는 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 부등식을 다음과 같은 꼴로 고쳐서 해를 구한다.

$x>$(수), $x<$(수), $x\geq$(수), $x\leq$(수)

참고 해가 $x>3$인 경우에 3은 해가 아니므로 (1)과 같이 ◦로 나타내고, 해가 $x\geq 3$인 경우에 3은 해이므로 (2)와 같이 •로 나타낸다.

(1) 

(2) 

예제 1

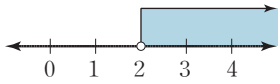
다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3>5$ (2) $-2x\geq 6$

● 풀이 (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$$x+3-3>5-3$$
$$x>2$$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

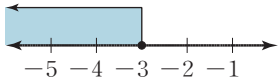


● 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

(2) 부등식의 양변을 -2로 나누면

$$-2x\div(-2)\leq 6\div(-2)$$
$$x\leq -3$$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 ● (1) $x>2$ (2) $x\leq -3$

문제 2

다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3<2$ (2) $x-2\leq 4$

(3) $\frac{1}{3}x>2$ (4) $-4x\geq -8$

예 제 2

일차부등식 $3x-1 \leq 2x$를 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

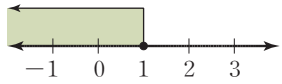
$x \leq 1$에서 1은 해이므로 •로 나타낸다.

● 풀이 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x \leq 1$$

좌변을 간단히 하면 $x \leq 1$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 ● $x \leq 1$

문 제 3

다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x < -x+12$

(2) $2x+7 \leq 4x-3$

(3) $2x+2 > x+6$

(4) $2x-3 \geq 5x-15$

부등식에 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀어 정리한 후 부등식을 푼다.

예 제 3

일차부등식 $3(2+x) < -1-4x$를 풀어라.

괄호가 있는 부등식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

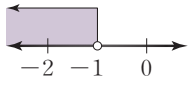
● 풀이 괄호를 풀면 $6+3x < -1-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x+4x < -1-6$$

양변을 간단히 하면 $7x < -7$

양변을 7로 나누면 $x < -1$



답 ● $x < -1$

문 제 4

다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x-4) < 4(x+2)$

(2) $7-3x \leq 4(2-x)$

(3) $5(x+4) > 2x-1$

(4) $2(x-3) \geq -3(x-2)$

부등식에서 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 알맞은 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예 제 4 일차부등식 $0.4x-1.6 \geq 0.2x-0.4$를 풀어라.

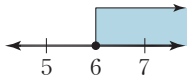
● 풀이 양변에 10을 곱하면 $4x-16 \geq 2x-4$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$4x-2x \geq -4+16$

양변을 간단히 하면 $2x \geq 12$

양변을 2로 나누면 $x \geq 6$



답 ● $x \geq 6$

문 제 5 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.5x-1.8<0.2x$ (2) $0.7x+0.5 \leq 0.3x+1.3$

부등식에서 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예 제 5 일차부등식 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$을 풀어라.

● 풀이 양변에 2, 3, 6의 최소공배수인 6을 곱하면

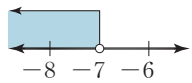
$3x+4x<6x-7$

$7x<6x-7$

x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면

$7x-6x<-7$

좌변을 간단히 하면 $x<-7$



답 ● $x<-7$

문제 6 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\geq 2$

(2) $\frac{2}{3}x+2>\frac{2}{5}(2x+1)$

이상에서 배운 일차부등식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차부등식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.

❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.

❹ 양변을 간단히 하여

$ax>b,\ ax<b,\ ax\geq b,\ ax\leq b\ (a\neq 0)$

의 꼴로 고친다.

❺ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

$0.3(2x-3)\leq 3.5x+2$

⇩ ❶

$3(2x-3)\leq 35x+20$

⇩ ❷

$6x-9\leq 35x+20$

⇩ ❸

$6x-35x\leq 20+9$

⇩ ❹

$-29x\leq 29$

⇩ ❺

$x\geq -1$

문제 7 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x+5)>2x+20$

(2) $-6(x+5)\geq x+5$

(3) $0.5x-4\geq 4.5x-28$

(4) $\frac{1}{2}x+\frac{5-x}{3}<2$

발전

문제 8 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.25x\geq \frac{x}{2}-0.3\left(x-\frac{1}{2}\right)$

(2) $\frac{2x-1}{3}+0.4<0.2(3x-1)$

(3) $0.2x+1<\frac{1}{5}(2x-1)$

(4) $0.5(x-2)\leq 0.7x-1.2$

먼저 소수나 분수를 정수로 고친 후 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

1-4 일차부등식의 활용

● 일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

일차부등식을 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기

아름다운 정원 소쇄원



전라남도 담양에 있는 소쇄원은 조선 중종 때의 선비 양산보가 건축한 한옥으로 우리나라 전통 정원의 원형을 간직한 곳이다. 또한 담장으로 둘러싸인 소쇄원의 한 가운데는 계곡이 흐르고 있어 우리나라에서 가장 아름다운 조선 시대 정원으로 알려져 있다. 현재 남아 있는 건물은 대봉대와 광풍각 그리고 제월당이 있다.

탐 구 활 동

소쇄원의 입장료는 1인당 성인은 1000원이고, 중 · 고등학생은 700원이라고 한다. 선생님 한 분과 중학생 몇 명이 소쇄원에 입장하려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 선생님 한 분과 학생들의 총입장료를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

학생 수(명)	8	9	10	11	12	13
선생님(명)	1	1	1	1	1	1
총입장료(원)	6600					

2 10000원으로 선생님을 포함하여 몇 명의 학생까지 입장할 수 있는가?

탐구 활동에서 입장할 수 있는 학생 수는 다음과 같은 순서로 일차부등식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

구하고자 하는 학생 수를 x명으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

학생들의 총입장료는 $700x$원이고, 선생님의 입장료 1000원을 더한 금액이 10000원 이하이어야 하므로 부등식

$$700x+1000 \le 10000 \quad \cdots\cdots ①$$

을 얻는다. ← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다.

따라서 이 부등식을 풀면

$$x \le 12\frac{6}{7}$$

❸ 부등식을 푼다.

이다.

그런데 x는 자연수이므로 10000원으로 선생님을 포함하여 학생은 12명까지 입장할 수 있다.

한편 $x=12$를 부등식 ①에 대입하면

$$700 \times 12 + 1000 \le 10000$$

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

일반적으로 일차부등식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

일차부등식을 활용한 문제 해결 순서

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 값을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다.
❸ 부등식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예제 1

준이는 꽃 가게에서 한 송이에 1200원 하는 장미를 포장하여 사려고 한다. 포장하는 가격이 1000원이라고 할 때, 준이는 15000원을 가지고 장미를 몇 송이까지 살 수 있는가?



먼저 무엇을 x로 놓을지 정해야 한다.

풀이 장미 x 송이의 값은 $1200x$원이고, 포장하는 가격은 1000원이다.
장미를 살 때 드는 돈이 15000원 이하이어야 하므로

$$1200x + 1000 \le 15000$$

이 부등식을 풀면

$$x \le 11\frac{2}{3}$$

장미를 11송이 사면 $1200 \times 11 + 1000 = 14200$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

그런데 x는 자연수이므로 준이는 장미를 11송이까지 살 수 있다.

답 11송이

문제



현재 세린이가 모은 용돈은 20000원이고, 동생이 모은 용돈은 40000원이다. 다음 달부터 세린이는 매월 4000원씩 모으고, 동생은 매월 2500원씩 모은다고 할 때, 세린이가 모은 용돈이 동생이 모은 용돈보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인가?

문제해결

연속한 세 자연수의 합이 48보다 클 때, 이와 같은 수 중에서 가장 작은 세 자연수를 구하는 부등식을 세우고, 서로 비교하여 보자.

예제 2

자전거 도로를 이용하여 갈 때는 시속 20 km로, 올 때는 시속 15 km로 달려서 2시간 20분 이내로 돌아오려고 한다. 최대 몇 km 떨어진 곳까지 다녀올 수 있는지 구하여라.



(시간)=$\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

풀이 다녀온 거리를 x km라고 하면 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{20}$시간이고, 올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{15}$시간이다.

총 2시간 20분 안에 다녀오려면

$$\frac{x}{20}+\frac{x}{15}\le\frac{140}{60},\quad 3x+4x\le 140$$

이 부등식을 풀면

$$x\le 20$$

따라서 최대 20 km 떨어진 곳까지 다녀올 수 있다.

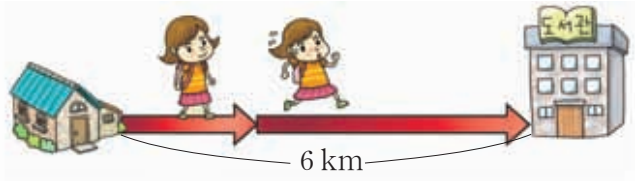
20 km를 다녀올 때 걸린 시간은

$\frac{20}{20}+\frac{20}{15}=\frac{140}{60}$(시간)

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 20 km

문제 2 혜인이네 집에서 도서관까지의 거리는 6 km이다. 혜인이가 집을 출발하여 처음에는 시속 4 km로 걷다가 어느 지점에서부터 시속 8 km로 달려서 1시간 이내에 도서관에 도착하려고 한다. 혜인이는 집에서 몇 km 지점까지 걸어가도 되는가?



발전 **문제 3** 우리나라의 고속 철도인 케이티엑스(KTX)가 하나는 서울을 향하여 시속 220 km로 달리고 있고, 다른 하나는 부산을 향하여 시속 230 km로 달리다가 대전역에서 만났다. 이 두 기차가 대전역에서 동시에 출발한 지 몇 분 후에 두 기차 사이의 거리가 180 km 이상이 되겠는가? (단, 기차의 길이는 생각하지 않는다.)



창의 UP

집 근처 가게에서는 한 봉지당 1500원인 과자가 할인 매장에서는 1300원이라고 한다. 그런데 할인 매장에 다녀오기 위해서는 1400원의 교통비가 든다고 한다. 이때 과자를 적어도 몇 봉지 이상 사야 할인 매장에 가는 것이 유리한지 알아보는 방법을 설명하여라.



중/단/원 기초



부등호 <, >, ≤, ≥를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 부등식이라고 한다.

1 다음 중에서 부등식을 모두 찾아라.

㉠ $2x-8$	㉡ $7-3<5$
㉢ $3x+6\geq 5$	㉣ $5x-2=3x+1$

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+3$ □ $b+3$ (2) $a-3$ □ $b-3$

(3) $\frac{4}{5}a$ □ $\frac{4}{5}b$ (4) $-\frac{4}{5}a$ □ $-\frac{4}{5}b$

3 다음 부등식에서 $x=2$일 때, 참인 것을 모두 찾아라.

㉠ $2-x<0$	㉡ $x-1>0$
㉢ $4-x\geq 3$	㉣ $-3+4x\geq 1$

4 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x<8-x$ (2) $-2x>x+9$

(3) $5x\leq -1-4x$ (4) $5x-3\geq 3x-5$

5 한 번에 1000 kg까지 운반할 수 있는 엘리베이터가 있다. 몸무게의 합이 160 kg인 두 사람이 이 엘리베이터로 1개에 30 kg인 물건을 운반할 때, 한 번에 몇 개까지 운반할 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.
(단, 두 사람은 반드시 엘리베이터에 탄다.)

(1) 물건을 x개 운반한다면 물건의 총무게는 몇 kg인가?

(2) 조건에 알맞은 부등식을 만들어라.

(3) (2)에서 만든 부등식을 풀어라.

(4) 물건을 한 번에 몇 개까지 운반할 수 있는가?

중/단/원 기본

수준별

부등식

1 다음 관계를 부등식으로 나타내어라.

(1) x의 4배는 6에서 x를 뺀 값보다 크다.

(2) 어떤 놀이 기구는 키 x m가 1.5 m 이상인 사람만 이용할 수 있다.

(3) 냉장실의 온도 x ℃는 4 ℃ 이하이다.

(4) 민영이의 15년 후 나이는 현재 나이 x살의 2배 이상이다.

부등식의 기본 성질

2 $x \leq 3$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x+1$ (2) $x-3$ (3) $2x$ (4) $-\frac{x}{3}$

일차부등식과 그 풀이

3 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3x+2(4-x)<5$ (2) $3(x+2) \geq 4(2x-1)$

일차부등식과 그 풀이

4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{2}x \geq \frac{x}{4}+\frac{3}{2}$ (2) $0.7x+0.3 \leq 0.9x+0.5$

(3) $\frac{x-3}{7} \geq 1.6-0.5x$ (4) $\frac{2}{3}x+2 \geq 0.4(2x+1)$

일차부등식의 활용

5 임팔라는 사자에게 잡아먹히지 않기 위하여 도망갈 때는 한 번에 12.2 m까지 뛸 수 있다고 한다. 임팔라는 사자가 뛰는 거리의 2배에서 9.8 m를 뺀 거리 이상 뛴다고 할 때, 사자는 한 번에 몇 m까지 뛸 수 있는지 구하여라.



중/단/원 실력

1 x가 $-5 \le x < 2$인 정수일 때, 부등식 $2x-1 \le 3x+3$의 해를 구하여라.

2 $a>b>0$일 때, $\frac{1}{a}$과 $\frac{1}{b}$의 대소를 비교하여라.

• 부등식의 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

3 다음 두 일차부등식의 해가 같을 때, a의 값을 구하여라.

$$\frac{2}{5}x-4 \ge -2, \qquad 3(1-x) \le a$$

4 x에 관한 일차부등식 $4x-1 \le 2x-k$를 만족시키는 자연수 x가 1, 2, 3 뿐일 때, k의 범위를 구하여라.

• 역에서 상점까지의 거리를 x km라 하고 푼다.

5 민호는 역에서 상점까지 시속 4 km로 걸어가서 물건을 사려고 한다. 기차 출발 시각까지 1시간이 남았고 상점에서 물건을 사는 데에는 15분이 걸린다면, 상점이 역에서부터 몇 km의 범위 내에 있어야 물건을 살 수 있는지 구하여라.



2 연립일차부등식



준 | 비 | 학 | 습

부등식의 기본 성질

$a<b$일 때

- $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
- $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

1 부등식의 기본 성질을 이용하여 다음 부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x-6>0$ (2) $x+3\geq 5$

(3) $4x<-8$ (4) $-\frac{x}{3}\leq 2$

연립일차방정식

미지수가 2개인 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 미지수가 2개인 연립일차방정식 또는 간단히 연립방정식이라고 한다.

2 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ -x+2y=5 \end{cases}$$

일차부등식의 풀이

미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 푼다.

3 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $x+2<-1$ (2) $3(x-1)\geq 6$

(3) $4x-3<5x+1$ (4) $\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}>\frac{3}{4}x$

연립일차방정식의 활용

구하고자 하는 것을 x, y로 놓고, 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.

4 어느 박물관의 입장료는 어른이 9000원, 청소년이 8000원이다. 59000원을 내고 어른과 청소년을 합하여 7명이 입장하였을 때, 청소년은 몇 명인지 구하여라.

2-1 연립일차부등식

● 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.

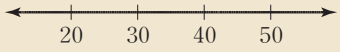
연립일차부등식을 어떻게 푸는가?

탐 구 활 동

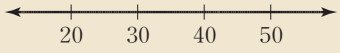
다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



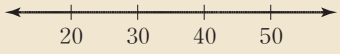
1 120자루의 연필을 한 사람에게 3자루씩 나누어 줄 경우 연필이 남는다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



2 120자루의 연필을 한 사람에게 4자루씩 나누어 줄 경우 연필이 부족하다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



3 **1**과 **2**의 해를 다음 수직선 위에 함께 나타내어 보자.



두 개의 일차부등식

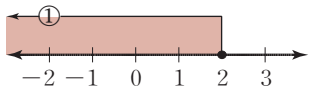
$$x+3\le 5 \quad \cdots\cdots ①$$

$$2x+3>1 \quad \cdots\cdots ②$$

을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구하여 보자.

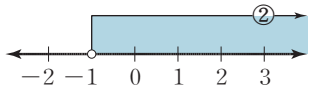
부등식 ①을 풀면

$$x \leq 2$$



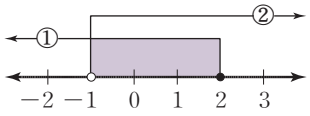
이고, 부등식 ②를 풀면

$$x > -1$$



이다.

이때 부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 부등식 ①, ②를 동시에 만족시키는 x의 범위는

$$x \leq 2 \text{이고 } x > -1$$

이다. 이것을 간단히

$$-1 < x \leq 2$$

로 나타낸다.

두 개의 일차부등식

$$x+3 \leq 5,\ 2x+3 > 1$$

을 동시에 만족시키는 미지수 x의 범위를 구하는 경우, 두 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+3 \leq 5 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$$

과 같이 나타낸다.

이와 같이 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 **연립일차부등식** 또는 간단히 **연립부등식**이라고 한다.

또 위에서 $-1 < x \leq 2$와 같이 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 그 연립일차부등식의 해라 하고, 연립일차부등식의 해를 모두 구하는 것을 연립일차부등식을 푼다고 한다.

예 제 1

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} -2x \le x+3 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1 > -x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

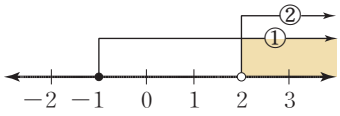
(2) $\begin{cases} x+1 \ge -2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2 < x+6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

부등식 ①, ②의 해를 각각 구하고, 두 부등식을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구한다.

풀이 (1) 부등식 ①을 풀면 $x \ge -1$

부등식 ②를 풀면 $x > 2$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.

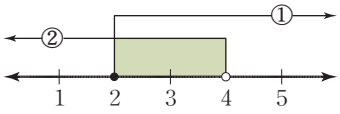


따라서 구하는 해는 $x > 2$이다.

(2) 부등식 ①을 풀면 $x \ge 2$

부등식 ②를 풀면 $x < 4$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $2 \le x < 4$이다.

답 (1) $x > 2$ (2) $2 \le x < 4$

문 제 1

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 1-2x < 5 \\ x+4 \le 6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 4x \ge 2x+2 \\ 7-2x < 1+x \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+3 > 1 \\ 3-x \le 6-4x \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x-4 \le 8 \\ 2x+1 > 4x+7 \end{cases}$

함께 만들어요 문 제 2

문제 1과 같은 연립일차부등식을 만들고, 풀어 보아라.

예 제 2

다음 연립일차부등식을 풀어라.

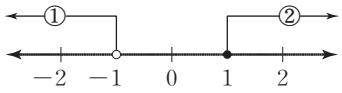
$$\begin{cases} 2x+3<1 & \cdots\cdots ① \\ 1-3x\le -2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

각 부등식의 해를 한 수직선 위에 나타내었을 때, 겹쳐지는 부분이 없으면 연립일차부등식의 해는 없다.

풀이 부등식 ①을 풀면 $x<-1$

부등식 ②를 풀면 $x\ge 1$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 해는 없다.

답 해는 없다.

문 제 3

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3\ge 5 \\ 5x-7<3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+4\ge 6 \\ 4(1-x)\ge 8 \end{cases}$

$A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 두 개의 부등식 $A<B$와 $B<C$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$와 같다.

예를 들어 연립일차부등식 $2<3x+4<5$는 두 개의 부등식 $2<3x+4$와 $3x+4<5$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} 2<3x+4 \\ 3x+4<5 \end{cases}$와 같다.

주의 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 다음과 같이 바꾸어서 풀면 안 된다.

$$\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}, \quad \begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$$

예 제 3

연립일차부등식 $-7<2x-1<3$을 풀어라.

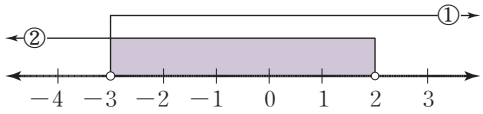
● 풀이 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$은 다음 연립일차부등식과 같다.

$$\begin{cases} 2x-1>-7 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1<3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x<2$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $-3<x<2$이다.

답 ● $-3<x<2$

문 제 4

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $-2<x+2<6$

(2) $-5<3x+1\leq 10$

(3) $2x-7\leq x+1<3x+5$

(4) $3x<5x+6\leq -2x+34$

주어진 연립일차부등식을

$$\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$$

의 꼴로 바꾸어서 푼다.

발전 문 제 5

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x-1}{2}\leq\frac{x}{3}\leq\frac{3x+5}{4}$

(2) $3-0.6x\leq 0.5x-0.3<0.2x-3$

의사소통

연립일차부등식을 풀었더니 $x<a$이고 $x\geq a$이었다. 이것을 수직선 위에 나타내고, 이 연립일차부등식의 해에 대하여 토의하여 보자.

2-2 연립일차부등식의 활용

● 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

연립일차부등식을 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기

여러 가지 모양의 우표

우리나라에서 처음 발행된 우표는 문위 우표이다. 이 우표는 1884년 우정총국이 문을 열면서 발행된 것으로 당시 화폐의 단위가 '문'이었기 때문에 후세에 우표 수집가들이 붙인 이름이다. 일반적으로 우표는 직사각형 모양이 대부분이지만 현재는 여러 가지 모양의 우표들이 발행되고 있다.



탐 구 활 동

300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 12장을 사는 데 필요한 금액이 3200원 이상 3500원 이하가 되게 하려고 한다. 300원짜리 우표를 몇 장이나 사야 하는지 구하려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 300원짜리 우표를 x장 산다면 250원짜리 우표는 몇 장을 살 수 있는가?
2 우표를 사는 데 필요한 금액을 x에 관한 식으로 나타내어 보자.
3 문제에 맞도록 x에 관한 부등식을 세워 보자.

탐구 활동에서 사야 하는 300원짜리 우표의 수는 다음과 같은 순서로 연립일차부등식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

300원짜리 우표의 수를 x장으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 모두 12장을 사야 하고, 금액은 3200원 이상 3500원 이하가 되어야 하므로 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다. ← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차부등식을 세운다.

$$\begin{cases} 3200 \le 300x + 250(12-x) \\ 300x + 250(12-x) \le 3500 \end{cases}$$

300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 모두 12장이므로 250원짜리 우표는 $(12-x)$장이다.

이 연립일차부등식을 풀면

$$4 \le x \le 10$$

이다.

❸ 연립일차부등식을 푼다.

한편 x는 자연수이므로

$$4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$$

이고, 이것에 대한 표를 만들면 다음과 같다. 따라서 구한 값은 문제의 뜻에 맞는다.

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

300원짜리 우표(장)	4	5	6	7	8	9	10
250원짜리 우표(장)	8	7	6	5	4	3	2
금액(원)	3200	3250	3300	3350	3400	3450	3500

예제 1

한 개에 2000원 하는 배와 한 개에 1500원 하는 사과를 합하여 8개를 사고, 그 금액을 15000원 이하로 하려고 한다. 배보다 사과를 더 적게 살 때, 배는 몇 개를 살 수 있는지 구하여라.



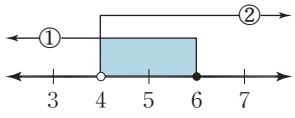
● 풀이 배를 x개 산다고 하면 사과는 $(8-x)$개를 사게 되므로 주어진 문제로부터 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다.

$$\begin{cases} 2000x+1500(8-x) \le 15000 & \cdots\cdots ① \\ x > 8-x & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x \le 6$

부등식 ②를 풀면 $x > 4$

따라서 연립일차부등식의 해는



$$4 < x \le 6$$

그런데 x는 자연수이므로 배는 5개, 6개를 살 수 있다.

답 ● 5개, 6개

● 배를 5개, 사과를 3개 사면
$2000\times5+1500\times3$
$=14500$(원)
이고, 배를 6개, 사과를 2개 사면
$2000\times6+1500\times2$
$=15000$(원)
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

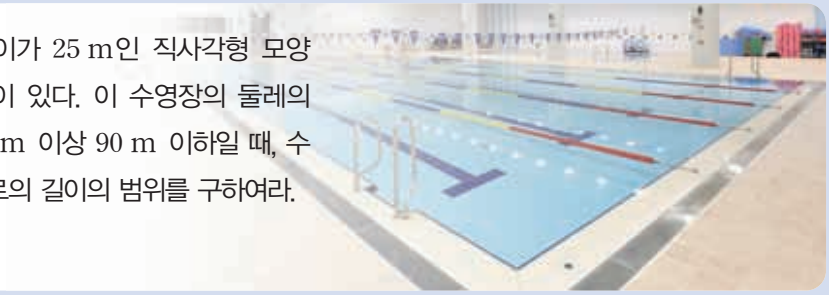
문제 어떤 자연수의 2배에서 5를 뺀 수는 11보다 작고, 30에서 그 자연수의 3배를 뺀 수도 11보다 작다고 한다. 이때 어떤 자연수를 구하여라.

발전

문제 2 어느 반 학생들이 긴 의자에 앉으려고 한다. 한 의자에 2명씩 앉으면 학생 5명이 남고, 3명씩 앉으면 의자 4개가 남는다고 할 때, 의자의 개수를 구하여라.

예제 2

가로의 길이가 25 m인 직사각형 모양의 수영장이 있다. 이 수영장의 둘레의 길이가 80 m 이상 90 m 이하일 때, 수영장의 세로의 길이의 범위를 구하여라.



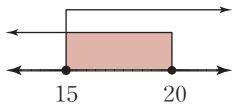
● 풀이 수영장의 세로의 길이를 x m라고 하면 둘레의 길이는 $2(x+25)$ m이다.
둘레의 길이가 80 m 이상 90 m 이하가 되려면 다음 연립일차부등식을 만족시켜야 한다.

$$80 \le 2(x+25) \le 90$$

이 연립일차부등식을 풀면

$$15 \le x \le 20$$

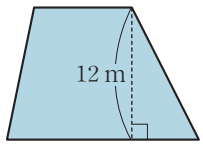
따라서 세로의 길이는 15 m 이상 20 m 이하이다.



● 세로의 길이가 15 m 이상 20 m 이하이면 가로의 길이가 25 m이므로 둘레의 길이는 80 m 이상 90 m 이하가 되어 문제의 뜻에 맞는다.

답 ● 15 m 이상 20 m 이하

문제 3 오른쪽 그림은 높이가 12 m이고, 아랫변의 길이가 윗변의 길이보다 3 m가 더 긴 사다리꼴이다. 이 사다리꼴의 넓이가 138 m^2 이상이고 162 m^2 미만일 때, 윗변의 길이의 범위를 구하여라.



창의 UP

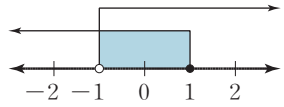
어느 자동차 회사에서는 사기통 엔진과 육기통 엔진 두 종류의 엔진 45개를 생산하려고 한다. 그런데 실린더의 개수를 230개 이하가 되도록 하며 사기통 엔진보다 육기통 엔진을 더 많이 만들려고 한다. 사기통 엔진과 육기통 엔진은 각각 몇 개씩 만들 수 있는지 알아보는 방법을 설명하여라. (사기통 엔진과 육기통 엔진의 실린더의 개수는 각각 4개, 6개이다.)

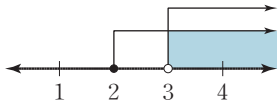


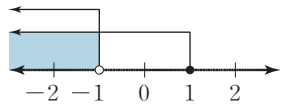


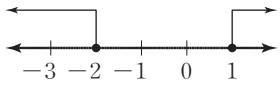
수준별

1 다음 그림은 어떤 연립일차부등식을 풀기 위하여 각 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타낸 것이다. 이 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1)


(2)


(3)


(4)


연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 연립일차부등식의 해라고 한다.

2 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} x>2 \\ 2x<6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+1\geq 5 \\ x-1<0 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-3<5 \\ 3x+7\geq -2 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x-1>5 \\ x+3>7 \end{cases}$

3 한 개에 400원 하는 요구르트와 한 개에 700원 하는 우유를 합하여 10개를 사고, 그 금액이 5000원 이상 6500원 이하가 되게 하려고 한다. 최대한 살 수 있는 우유의 개수를 다음과 같은 방법으로 구하여라.



(1) 우유를 x개 산다고 하면 요구르트는 몇 개를 사는 것인가?

(2) 알맞은 부등식을 세워라.

(3) 우유는 몇 개를 살 수 있는가?

(4) 우유는 최대한 몇 개를 살 수 있는가?

중/단/원 기본

수준별

연립일차부등식과 그 해

1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3-6x<3 \\ 2x-9\le -x \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x+2<-4 \\ 3-2x\le x \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2(x+1)\le -4 \\ 3x+7>5(x+1) \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 0.2x-1.3\le 0.7x+1.2 \\ \frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}<1 \end{cases}$

연립일차부등식과 그 해

2 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $-5\le 1-6x<7$

(2) $2x-7<-3\le 3x+6$

(3) $4-x\le 3x-4<2(x+1)$

(4) $8-3x<x\le 1-\frac{x}{2}$

연립일차부등식과 그 해

3 연립일차부등식 $\begin{cases} 3x-5\le 16 \\ x-2>4-3x \end{cases}$ 를 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하여라.

연립일차부등식의 활용

4 34자루의 연필을 학생들에게 똑같이 나누어 줄 때, 한 사람에게 4자루씩 주면 연필이 남고, 5자루씩 주면 연필이 부족하다고 한다. 이때 학생 수를 구하여라.

연립일차부등식의 활용

5 어른과 청소년을 합하여 모두 15명이 고속버스를 타려고 표를 샀는데 96000원이 넘지 않았다고 한다. 어른이 청소년보다 많았다고 할 때, 청소년은 몇 명인지 구하여라. (단, 고속버스 요금은 어른이 8000원, 청소년이 4000원이다.)



중/단/원 실력

1 연립일차부등식 $\begin{cases} 2x-4>-a \\ -2x+16>3x-4 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<4$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

2 연립일차부등식 $\begin{cases} 2x-3\geq 3x-1 \\ 3x-1\geq 2x+k \end{cases}$ 의 해가 존재할 때, k의 범위를 구하여라.

• 주어진 연립일차부등식을 먼저 풀고, 부등식의 해 중에서 정수가 10개가 되도록 하는 a의 값을 찾는다.

3 연립일차부등식 $\begin{cases} 3(x-7)\leq 2(8-x) \\ 4a+23<4(x-a) \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x가 10개일 때, 정수 a의 값을 구하여라.

• 사탕을 5개씩 나누어 줄 때, 어르신 중 한 분은 1개 이상 5개 이하의 사탕을 받는다.

4 양로원에 자원봉사를 하러 간 수현이는 어르신들께 사탕을 나누어 드리려고 한다. 사탕을 3개씩 나누어 드리면 11개가 남고, 5개씩 나누어 드리면 두 분은 한 개도 받지 못한다고 한다. 이때 양로원에 계시는 어르신의 수와 사탕의 수를 각각 구하여라.



수 행 과 제

부등식 $A<B<C$는 어떻게 풀까?

$A<B<C$ 꼴의 부등식은 $A<B$이고 $B<C$인 경우를 함께 나타낸 것이다.

따라서 부등식 $A<B<C$는 연립일차부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ 로 나타내어 푼다.

이제 부등식 $A<B<C$를

$$\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$$

로 풀면 안 되는 이유를 알아보자.

과제 1 $A<B<C$ 꼴인 부등식 $1<2x+3<x+4$를 다음과 같은 꼴로 고쳐서 풀어 보자.

(1) $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ (2) $\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}$ (3) $\begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$

과제 2 과제 1의 각 경우에 대하여 구한 해가 주어진 부등식 $1<2x+3<x+4$를 만족시키는 경우와 만족시키지 않는 경우를 각각 말하여 보자.

과제 3 $A<B<C$ 꼴인 다른 부등식을 이용하여 과제 1, 2와 같이 해결하고, 그 결과를 비교하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	일차부등식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있는가?			
	연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	연립일차부등식을 풀 수 있는가?			
	일차부등식 또는 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 부등식과 그 해

부등식	부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식
부등식의 해	(1) 부등식의 해: 부등식을 참이 되게 하는 미지수의 값 (2) 부등식의 해를 모두 구하는 것을 부등식을 푼다고 한다.

② 부등식의 성질

부등식의 기본 성질	$a<b$일 때 (1) $a+c<b+c$, $a-c<b-c$ (2) $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ (3) $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

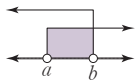
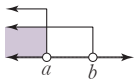
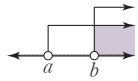
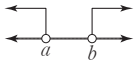
③ 일차부등식

일차 부등식	이항하여 정리한 식이 다음 중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식 (일차식) >0, (일차식) <0 (일차식) ≥ 0, (일차식) ≤ 0
일차 부등식의 풀이	❶ x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 $ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b$ $(a\neq 0)$ 의 꼴로 만든다. ❷ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

④ 일차부등식의 활용

일차 부등식을 활용한 문제 해결 순서	❶ 문제의 뜻을 파악하여 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다. ❸ 부등식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

⑤ 연립일차부등식의 풀이

연립일차 부등식과 그 해	(1) 연립일차부등식: 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것 (2) 연립일차부등식의 해: 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값 ①  $a<x<b$ ②  $x<a$ ③  $x>b$ ④  해는 없다.

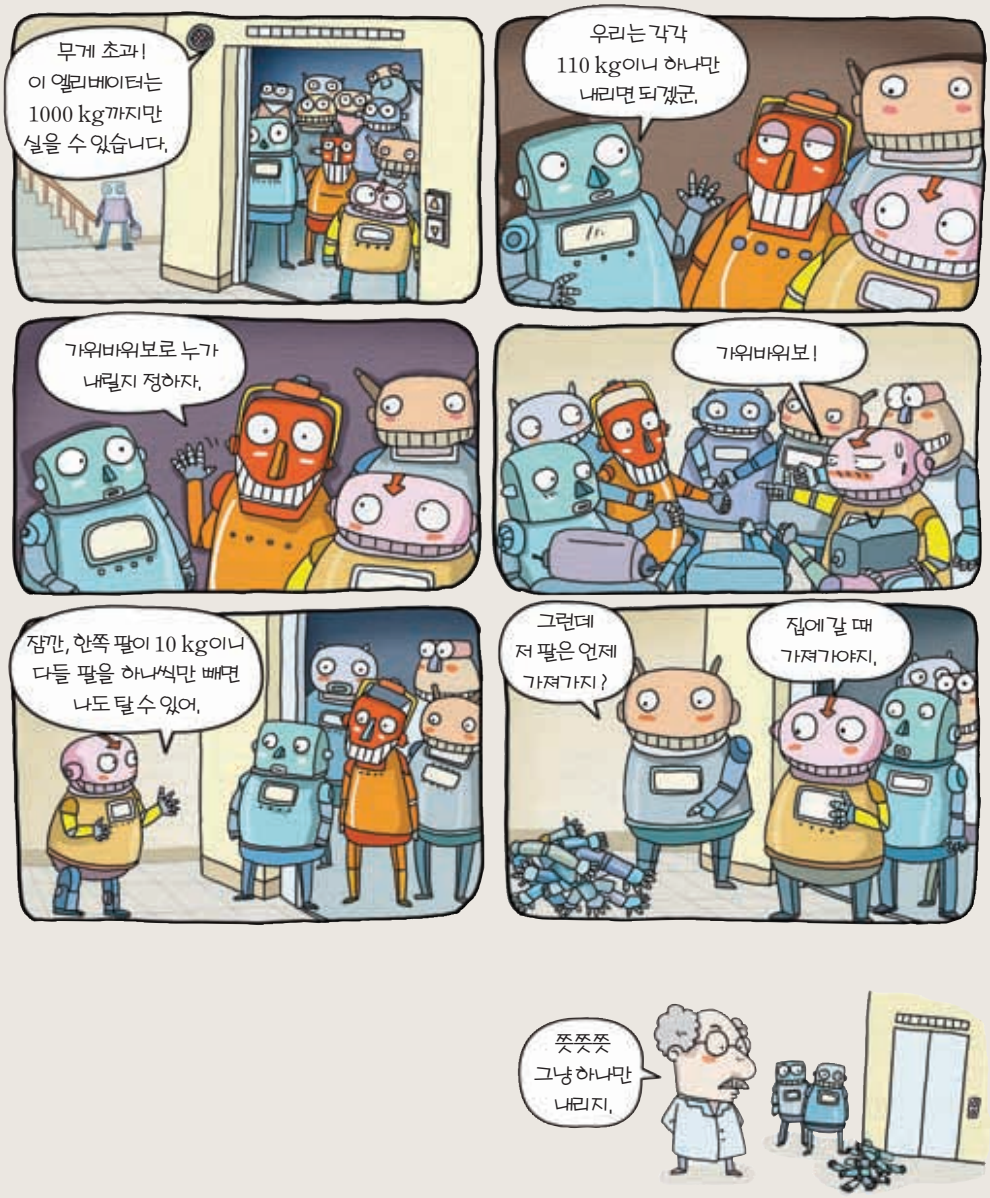
⑥ 연립일차부등식의 활용

연립일차 부등식을 활용한 문제 해결 순서	❶ 문제의 뜻을 파악하여 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차부등식을 세운다. ❸ 연립일차부등식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 부등식, 일차부등식, 연립일차부등식, 연립부등식

누가 내릴까?



생각 키/우/기

만약 로봇의 한쪽 팔의 무게가 15 kg이라면, 몇 개의 로봇의 팔을 빼야 하는지 식을 세워 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 $a>0$, $b<0$, $c<0$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

① $a+c<b+c$ ② $a-c<b-c$
③ $ac>bc$ ④ $\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$
⑤ $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

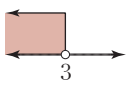
2 x가 $-1\le x\le 2$인 정수일 때, 부등식 $2x-1<3$의 해를 모두 나타낸 것은?

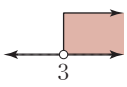
① -1 ② -1, 0
③ -1, 0, 1 ④ -1, 0, 1, 2
⑤ 해는 없다.

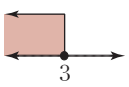
3 부등식 $3x-2\ge 4$를 풀면?

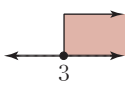
① $x>-2$ ② $x<-2$
③ $x\ge 2$ ④ $x\le 2$
⑤ $x>2$

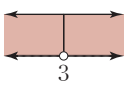
4 부등식 $-3x+1>-8$의 해를 수직선 위에 나타내면?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

5 부등식 $4x-5<x+5$를 만족시키는 자연수 x의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

6 연립일차부등식 $\begin{cases}3x+2\le -4\\4-x<3\end{cases}$의 해는?

① $x\ge -2$ ② $x<-1$
③ $x>1$ ④ $-2\le x<1$
⑤ 해는 없다.

7 연립일차부등식 $\begin{cases}-x-2<2x+7\\3x\le 2x+a\end{cases}$의 해가 없을 때, a의 범위는?

① $a\le 3$ ② $a\ge 3$
③ $a>-3$ ④ $a<-3$
⑤ $a\le -3$

8 연립일차부등식 $\begin{cases}\frac{x-5}{2}\le \frac{x}{4}-3\\0.2x+0.1>-0.5\end{cases}$의 해가 $a<x\le b$일 때, a, b의 값은?

① $a=3$, $b=2$ ② $a=3$, $b=-2$
③ $a=-3$, $b=2$ ④ $a=-3$, $b=-2$
⑤ $a=-2$, $b=-3$

9 부등식 $2x-4<x+1\le 3(x-1)$을 만족시키는 모든 정수의 합은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

10 어느 놀이공원의 입장료는 한 사람당 10000원이고, 30명 이상 단체에 대해서는 한 사람당 9000원이라고 한다. 30명 미만의 단체는 최소 몇 명 이상일 때 단체 입장권을 사는 것이 유리한가?

① 25명 ② 26명 ③ 27명
④ 28명 ⑤ 29명

11 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 2배 하면 나온 눈의 수에 2를 더한 것보다 크고, 5배 하면 17 이하의 수가 된다고 한다. 이때 나온 눈의 수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

서/답/형

12 부등식 $-2\le 2x-4<8$에서 x의 범위를 구하여라.

13 $a<b$일 때, 다음의 대소를 비교하여라.

$$\frac{-3a+4}{2},\quad \frac{-3b+4}{2}$$

14 다음 부등식을 만족시키는 x의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

$$\frac{4-2x}{3}\ge\frac{x-7}{2}$$

|서술형|

15 연립일차부등식 $\begin{cases}3x<4x+5\\ x+2>2x+a\end{cases}$의 해가 $-5<x<1$일 때, a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

16 바구니에 달걀을 담는데 한 바구니에 5개씩 담으면 달걀이 13개가 남고, 7개씩 담으면 마지막 바구니의 달걀은 1개 이상 4개 미만이 된다고 한다. 이때 달걀의 수와 바구니의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

알파벳 퍼즐



수학은 학교에서만 배우는 것이 아니라 우리의 일상생활 여기저기서 쉽게 찾을 수 있다.

예를 들면 게임을 할 때 참가자들은 이기기 위해 그 게임에서 어떤 사건이 일어날 가능성 등을 모두 고려하여 전략을 세운다. 특히 암호와 관련된 게임을 할 때는 모든 가능성을 생각해야 한다.

암호는 비밀을 전달하기 위하여 의도적으로 문자나 기호를 사용하여 쓴 일종의 언어이고, 암호 이론은 원래의 메시지를 전혀 알아볼 수 없는 다른 기호나 글자로 바꾸어 놓는 과학으로 수학의 한 분야이다.

일상적인 언어를 다른 사람들이 알아보지 못하도록 바꾼 것을 암호문이라고 하는데 암호문 중에는 퍼즐과 연결된 것도 많이 있다. 특히 단순한 산술과 기본적인 수학적 아이디어를 이용한 재미있는 퍼즐이 많이 있는데 그중 가장 대표적인 것이 다음과 같은 알파벳 퍼즐이다. 여기서 같은 알파벳은 같은 숫자를 나타내고 서로 다른 알파벳은 서로 다른 숫자를 나타낸다. 또 주어진 알파벳들은 각각 0에서 9까지의 숫자 중 하나이다.

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ +\ \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

이제 암호와 같은 이 퍼즐을 풀어 보자.

먼저 9+9=18이므로 어떤 두 알파벳의 합은 기껏해야 18을 넘지 못한다. 따라서 앞의 퍼즐에서 세 번째 줄의 첫 번째 알파벳 M은 반드시 1이 되어야 하므로 S=8 또는 S=9이다.

S=8인 경우 S+M=9이므로 E+O≥10이 되지 않으면 세 번째 줄은 다섯 개의 알파벳으로 나타낼 수 없다. 따라서 E+O≥10이어야 하지만 세 번째 줄에서 O=0이므로 E+O<10이 된다.

따라서 S=9가 되고 계속해서 이와 같은 방법으로 퍼즐을 풀면 다음과 같은 답을 얻을 수 있다.

```
  9 E N D          9 5 6 7
+   1 0 R E  →   +   1 0 8 5
-------------    -------------
1 0 N E Y        1 0 6 5 2
```

이와 같이 하여 다음 퍼즐들을 풀어 보자.

1.
```
  A H A H A
+   T E H E
-----------
T E H A W
```

2.
```
    F O R T Y
      T E N
+     T E N
-------------
S I X T Y
```

3.
```
  S L A P
+   D E B
---------
D U D E
```

답 1. 47474 + 5272 = 52746

2. 29786 + 850 + 850 = 31486

3. 7326 + 859 = 8185



V 일차함수

이 단원의 학습목표

1. 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.
2. 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.
3. 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
4. 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.
5. 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.

1. 일차함수와 그래프
2. 일차함수와 일차방정식의 관계



심장 박동 수가 빠른 동물일수록 수명이 짧다고 한다. 예를 들어 갈라파고스 거북의 평균 수명은 177년인데 1분당 박동 수는 6회이고, 쥐의 평균 수명은 5~7년인데 1분당 박동 수는 300~500회이다. 사람의 경우도 1분당 박동 수가 90회 이상으로 빠른 사람은 박동 수가 60~69회인 사람에 비하여 사망률이 2.68배나 높다고 한다.

나이가 x살인 사람이 어떤 운동을 할 때, 1분당 심장 박동 수를 y회라고 하면 y는 x에 관한 함수 $y=-0.85x+187$로 나타낼 수 있다.

이와 같이 우리 주변에는 함수의 식으로 나타낼 수 있는 두 양을 쉽게 찾을 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
- 정비례와 반비례

[중1~3학년군]
- 일차방정식
- 함수와 그래프
- 미지수가 2개인 일차방정식

이 단원에서 공부할 내용

1. **일차함수와 그래프**
   - 일차함수의 뜻과 그래프
   - 일차함수의 그래프의 성질
   - 일차함수의 활용
2. **일차함수와 일차방정식의 관계**
   - 일차함수와 일차방정식
   - 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 이차함수와 그래프

[수학 I]
- 이차방정식과 이차함수
- 직선의 방정식

[수학II]
- 함수
- 유리함수와 무리함수

1 일차함수와 그래프



준 | 비 | 학 | 습

정비례
x의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 정비례한다고 한다.

함수
두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y를 x의 함수라고 한다.

함수의 그래프
함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 (x, y)를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 함수의 그래프라고 한다.

함수의 활용
변수 x, y를 정하고 그 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다.

1 y가 x에 정비례하고 x와 y의 값이 다음과 같을 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $x=2$일 때 $y=8$이다.
(2) $x=3$일 때 $y=-6$이다.

2 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 자연수 x의 약수는 y이다.
ㄴ. 한 개에 500원 하는 사과 x개의 값은 y원이다.
ㄷ. 넓이가 10 cm^2인 직사각형의 가로의 길이가 x cm일 때, 세로의 길이는 y cm이다.

3 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-3x$ (2) $y=\frac{x}{2}$

4 벽에 x개의 타일을 이어 붙였을 때, 타일을 붙인 부분의 넓이가 y cm^2라고 한다. 타일 한 개의 넓이가 8 cm^2일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.
(2) 10개의 타일을 이어 붙였을 때, 타일을 붙인 부분의 넓이를 구하여라.

1-1 일차함수의 뜻과 그래프

● 일차함수의 의미를 이해하고 그 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수란 무엇인가?

창의력 기르기

전력량과 정전



우리나라는 미국 등 다른 선진국에 비해 정전이 발생하는 경우가 적다고 한다. 특히 2011년 9월 지역별 순환 정전 사태처럼 수백만 가구의 대규모 정전 사태는 사실상 처음 있는 일이기 때문에 많은 사람들에게 혼란을 가져다 주었다. 이례적인 9월의 무더위에 냉방 장치의 사용량이 증가하였고, 예상한 전기의 수요량을 초과하여 발생한 것이라고 한다.

탐 구 활 동

일반적으로 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량은 90 kWh라고 한다.
전력량(kWh)=소비 전력(kW)×시간(h)이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 에어컨 사용 시간에 따른 전력량을 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)					

2 에어컨을 5시간 동안 사용하였을 때의 전력량은 몇 kWh인가?

3 한 달 동안 에어컨을 x시간 사용하였을 때, 한 가구의 월 평균 총 전력량을 y kWh라고 하면 y는 x의 함수인가?

탐구 활동에서 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이므로 x시간 동안 사용한 에어컨의 전력량은 $1.6x$ kWh이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 월 평균 전력량은 90 kWh이므로 x와 y 사이의 관계식은

$$y=1.6x+90$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 y는 x에 관한 일차식이 된다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$$y=ax+b\ (a\neq 0,\ a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타날 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **일차함수**라고 한다.

일차함수의 x와 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 x와 y의 값은 수 전체로 한다.

예 $y=-3x+2$, $y=\frac{2}{3}x$, $y=x-7$은 y가 x에 관한 일차식으로 나타내어지는 함수이므로 모두 일차함수이다.

문제 1 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-2$	㉡ $y=3x^2-5x-1$	㉢ $y=3$
㉣ $y=\frac{6}{x}+2$	㉤ $y=\frac{4}{5}x$	㉥ $y=5-2x$

문제 2 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 일차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 하루 중에서 낮의 길이가 x시간일 때, 밤의 길이는 y시간이다.

(2) 넓이가 10 cm^2인 삼각형의 밑변의 길이는 x cm, 높이는 y cm이다.

(3) 시속 4 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.



함께 만들어요

문제 3 문제 2와 같이 y를 x에 관한 식으로 나타내면 일차함수가 되는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제 4 일차함수 $y=3x+1$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

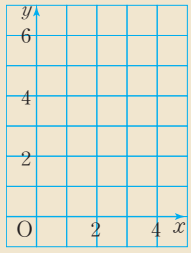
밑면으로부터 2 cm 높이까지 물이 들어 있는 물통에 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물의 높이가 1분에 1 cm씩 높아지도록 물을 채우고 있다. 물을 받는 시간을 x분, 물통에 들어 있는 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 표를 완성하고, y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

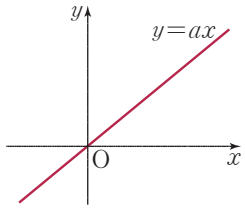
x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)					

2 1에서 얻어지는 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

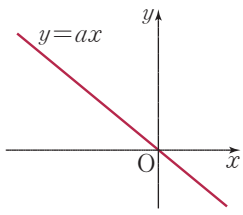


우리는 x값의 범위가 수 전체인 일차함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같이 원점을 지나는 직선임을 배웠다.

$a>0$



$a<0$



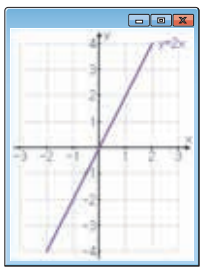
이제 일차함수 $y=2x+3$의 그래프를 그려 보자.

일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$에서 x의 여러 가지 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$2x$	$\cdots$	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
$2x+3$	$\cdots$	-1	1	3	5	7	9	$\cdots$

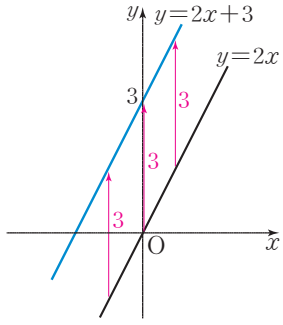
(각 $2x$의 값에서 $2x+3$의 값으로 $+3$)

다음은 컴퓨터를 이용하여 일차함수 $y=2x$의 그래프를 그린 것이다.



앞의 표에서 $2x+3$의 값은 항상 $2x$의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프 위에 있는 각 점을 3만큼 위로 이동하면 얻을 수 있다. 즉, 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 직선과 같음을 알 수 있다.



이와 같이 어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.

문제 5 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여라.

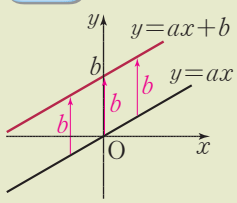
(1) $y=2x+5$ (2) $y=2x-3$

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

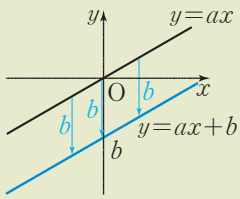
일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

$b>0$



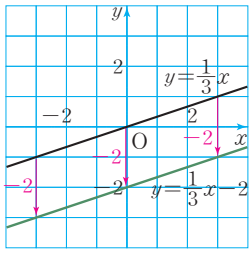
$b<0$



예제 1 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 그려라.

● 풀이 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

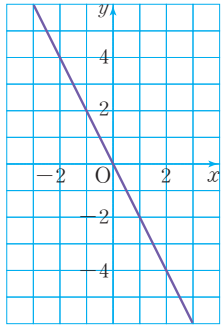
따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



문제 6 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+4$

(2) $y=-2x-4$



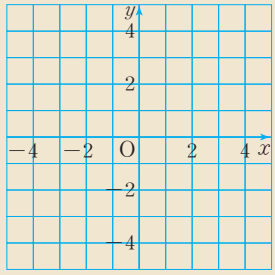
발전 **문제 7** 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 점 $(-1,\ 1)$을 지난다. 이때 b의 값을 구하여라.

x절편과 y절편이란 무엇인가?

탐 구 활 동

다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

$$A(2,\ 3),\ B(0,\ 3),\ C(-4,\ 1),\ D(-3,\ 0),$$
$$E(4,\ 0),\ F(0,\ -1),\ G(1,\ -3),\ H(-3,\ -3)$$



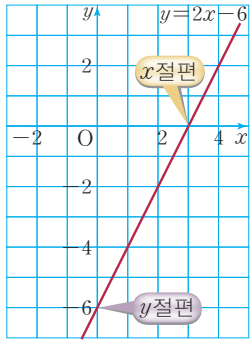
1 x축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

2 y축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

3 x축 또는 y축 위에 있는 점은 각각 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.

일차함수 $y=2x-6$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이고, 이 점의 x좌표는 3이다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -6)$이고, 이 점의 y좌표는 -6이다.



이와 같이 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.

이를테면 앞의 그림에서 일차함수

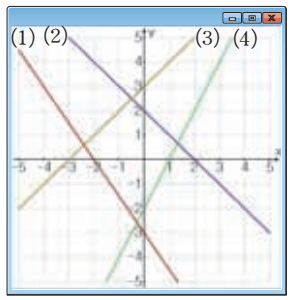
$$y=2x-6$$

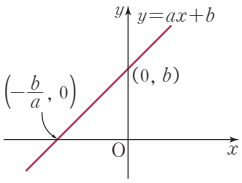
의 그래프의 x절편은 3이고, y절편은 -6이다.

문제 8

그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 x절편이고, y축과의 교점의 y좌표가 y절편이다.

오른쪽 그림은 일차함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.





일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $0=ax+b$에서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다. 또 이 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $y=a\times0+b$에서 y절편은 b이다.

예 제 2

일차함수 $y=-2x-3$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

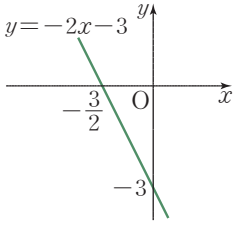
● **풀이** $y=-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=-2x-3,\ x=-\frac{3}{2}$$

$y=-2x-3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=-2\times0-3,\ y=-3$$

따라서 이 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{2}$이고, y절편은 -3이다.



답 ● x절편: $-\frac{3}{2}$, y절편: -3

문제 9

다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=-4x+2$

(2) $y=6x-4$

(3) $y=-3x$

(4) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$

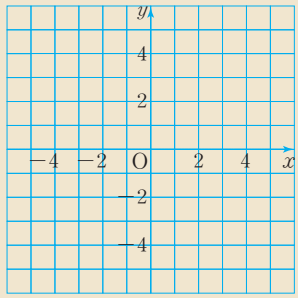
두 점을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

일차함수 $y=2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 일차함수 $y=2x-1$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$를 두 개 찾아 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

2 1에서 좌표평면 위에 나타낸 두 점을 직선으로 이어 보자.



●**준비물**
모눈종이

활동지 5

일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다. 따라서 일차함수의 그래프를 그릴 때, 그 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

일차함수 $y=2x-1$에서

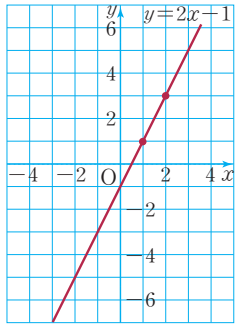
$x=1$일 때 $y=1$

$x=2$일 때 $y=3$

이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점

$(1,\ 1),\ (2,\ 3)$

을 지난다.



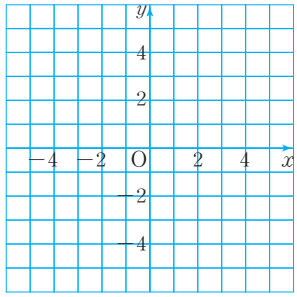
따라서 일차함수 $y=2x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(1,\ 1),\ (2,\ 3)$을 지나는 직선이다.

x에 1, 2 이외의 다른 값을 대입하여 y의 값을 구해서 그려도 같은 그래프가 그려진다.

문제 10 다음 일차함수의 그래프 위에 있는 적당한 두 점을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+1$

(2) $y=x-3$



일차함수의 그래프에서 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

이제 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려 보자.

예 제 3

일차함수 $y=x+3$의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려라.

● 풀이 $y=x+3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=x+3,\ x=-3$$

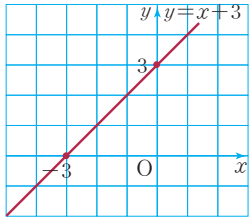
$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=0+3,\ y=3$$

따라서 x절편은 -3이고, y절편은 3이므로 이 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점

$$(-3,\ 0),\ (0,\ 3)$$

을 지나는 직선이다.



문 제

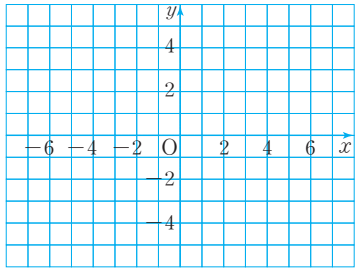
다음 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=-\frac{2}{3}x-2$

(2) $y=-2x+2$

(3) $y=\frac{3}{2}x-3$

(4) $y=-\frac{1}{2}x+3$



$y=0$을 대입하여 구한 x의 값이 x절편이고, $x=0$을 대입하여 구한 y의 값이 y절편이다.

의사소통

x절편이 0이고 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 각자 그려 보고, 친구들과 비교하여 보자. 또 x절편, y절편 중에서 하나만 주어진 경우 일차함수의 그래프를 오직 한 개만 그릴 수 있는지 토의하여 보자.

일차함수의 그래프의 기울기란 무엇인가?



창의력 기르기

사다리차

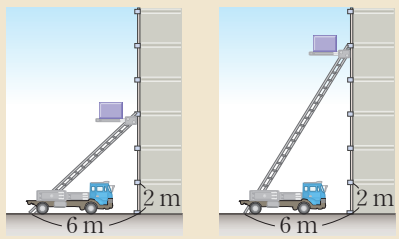
고층 건물에 화재가 발생하거나 이사를 할 때 이용되는 사다리차는 경사가 급하여 항상 안전에 유의하여야 한다. 이때 '경사가 급하다' 라는 표현은 경사도가 크다는 것을 말하고, 경사도는 (경사도)$=\frac{\text{(수직 거리)}}{\text{(수평 거리)}}$로 나타낸다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 사다리의 밑부분에서 아파트까지의 거리가 6 m이고 한층의 높이가 2 m일 때, 물음에 답하여 보자.

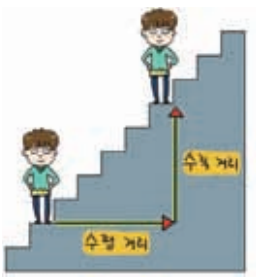
1 그림 (가)와 (나)에서 사다리의 경사도를 각각 구하여 보자.

2 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 경사도는 어떻게 변하는지 말하여 보자.



일차함수 $y=2x+1$에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	-3	-1	1	3	5	7	$\cdots$

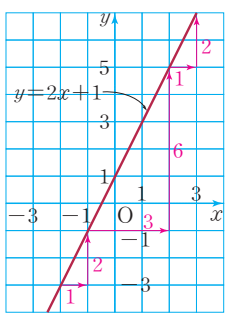


위의 표에서 x의 값이 1씩 증가하면 y의 값은 2씩 증가함을 알 수 있다. 또 x의 값이 -1에서 2까지 3만큼 증가하면 y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가함을 알 수 있다.

이때 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{5-(-1)}{2-(-1)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.



이와 같이 일차함수 $y=2x+1$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 2로 일정하고, 이 비율은 $y=2x+1$의 x의 계수와 같음을 알 수 있다.

예제 4

일차함수 $y=3x-1$에 대하여 x의 값이 1에서 5까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.
(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.
(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수를 비교하여라.

● 풀이 (1) x의 값이 1일 때 y의 값은 2이고, x의 값이 5일 때 y의 값은 14이므로 y값의 증가량은

$$14-2=12$$

(2) x값의 증가량은 $5-1=4$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{12}{4}=3$$

(3) (2)에서 구한 비율 3은 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수 3과 같다.

답 ● (1) 12 (2) 3 (3) 같다.

문제 12

일차함수 $y=-3x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 3까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.
(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.
(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수를 비교하여라.

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 일정하고, 그 비율은 x의 계수인 a와 같다. 이때 이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=ax+b$
↑
기울기

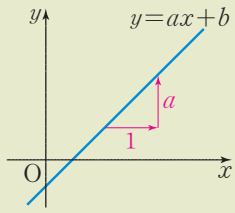
이상을 정리하면 다음과 같다.

일차함수 $y=ax+b$와 $y=ax$의 그래프의 기울기는 모두 a로 같다.

일차함수의 그래프의 기울기

일차함수 $y=ax+b$에서

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$$



문제 13 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 말하여라.

(1) $y=-2x+5$

(2) $y=\frac{1}{2}x+3$

(3) $y=-x-3$

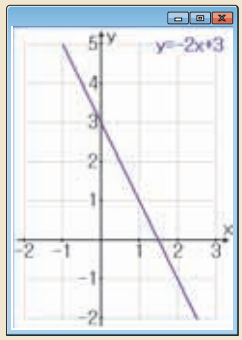
(4) $y=\frac{2}{3}x$

문제 14 일차함수 $y=ax-5$에서 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 12만큼 감소한다고 한다. 이때 a의 값을 구하여라.

기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프이다. 다음 물음에 답하여 보자.



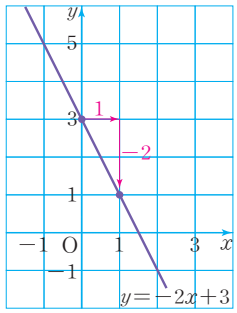
1 $x=0$일 때, y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내어 보자.

2 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때, y의 값은 □에서 □까지 □만큼 감소한다.

일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 y절편이 3이므로 점 $(0,\ 3)$을 지난다. 또 기울기가 -2이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 감소한다. 따라서 $y=-2x+3$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$에서 오른쪽으로 1만큼, 아래로 2만큼 이동한 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

그러므로 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 1)$을 지나는 직선이다.

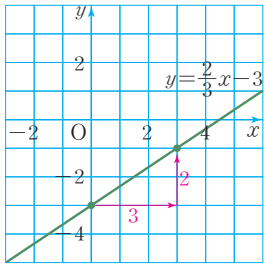


예 제 5

일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 그려라.

● 풀이 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$에서 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 $\frac{2}{3}$이므로 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 증가한다.

따라서 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ -1)$을 지나므로 오른쪽 그림과 같은 직선이다.

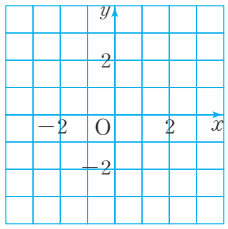


문 제 15

다음 일차함수의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=3x-3$

(2) $y=-3x+2$



의사소통 일차함수 $y=ax+b\ (a\neq 0)$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, 기울기와 y절편의 값에 따라 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여 보자.

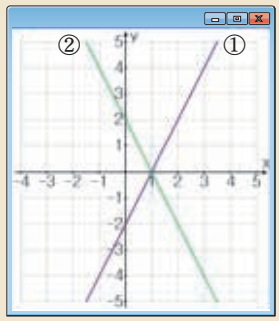
1-2 일차함수의 그래프의 성질

● 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

기울기와 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐 구 활 동

오른쪽 그림에서 그래프 ①, ②를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 각각 찾아보자.

(1) $y=2x-2$

(2) $y=-2x+2$

2 x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값도 증가하는 것은 어느 것인가?

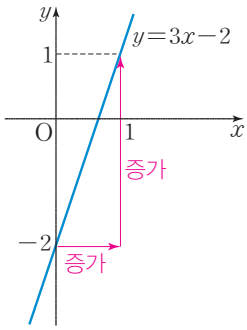
3 x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 감소하는 것은 어느 것인가?

일차함수 $y=3x-2$의 그래프에서 기울기 3은 양수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

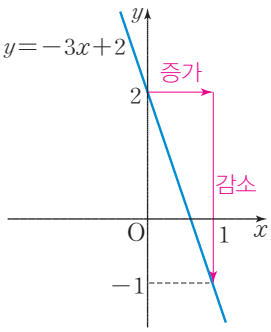
따라서 〈그림 1〉과 같이 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프에서 기울기 -3은 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

따라서 〈그림 2〉와 같이 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

일반적으로 다음을 알 수 있다.

일차함수 $y=ax+b$에서
- $a>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
- $a<0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

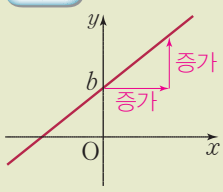
일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$에서

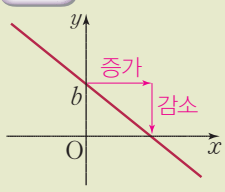
(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

(2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

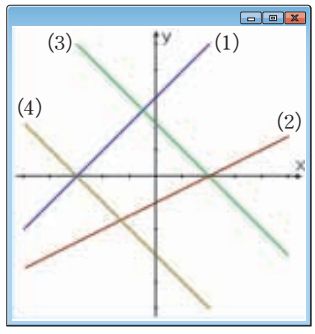
$a>0$



$a<0$



문제 1 오른쪽 그림은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 기울기의 부호와 y절편의 부호를 각각 말하여라.



문제 2 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 위로 향하는 직선과 오른쪽 아래로 향하는 직선으로 구분하여라.

㉠ $y=6x-2$　　㉡ $y=-2x+5$

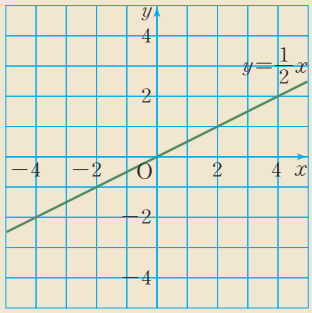
㉢ $y=\frac{3}{4}x+3$　　㉣ $y=-\frac{7}{3}x-5$

기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐 구 활 동

● **준비물**
투명 종이, 자

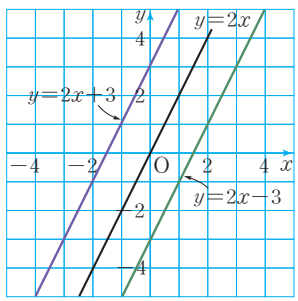
오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 투명 종이를 대고 그래프를 따라 그린 후 다음 물음에 답하여 보자.



1 투명 종이 위의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.

2 투명 종이 위의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.

3 **1**과 **2**로부터 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프의 공통점과 차이점을 말하여 보자.



일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

또 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

따라서 일차함수

$$y=2x,\ y=2x+3,\ y=2x-3$$

의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2로 같다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 기울기와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

기울기와 일차함수의 그래프

(1) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.

(2) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

참고 기울기와 y절편이 모두 같은 두 일차함수의 그래프는 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.

문제 3 다음 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 모두 찾아라.

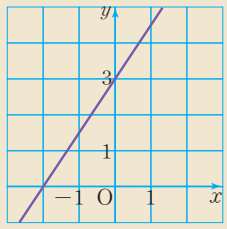
㉠ $y=3x-2$	㉡ $y=-5x+3$
㉢ $y=-\frac{2}{3}x+4$	㉣ $y=3x+7$
㉤ $y=-5x$	㉥ $y=-\frac{2}{3}x-6$

문제 4 두 일차함수 $y=3ax-2$, $y=12x+2$의 그래프가 서로 평행하기 위한 a의 값을 구하여라.

기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 어떻게 구하는가?

탐 구 활 동

오른쪽 그래프를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 y절편을 구하여 보자.

2 기울기를 구하여 보자.

3 **1**, **2**의 결과를 이용하여 이 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선이다.

$y=\underset{\text{기울기}}{a}x+\underset{y\text{절편}}{b}$

따라서 직선의 기울기와 y절편을 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

또 기울기 a와 그래프 위의 한 점의 좌표를 알 때에도

$$y=ax+b$$

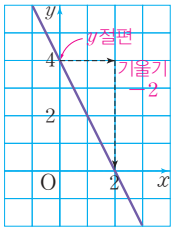
의 x, y에 그 점의 좌표를 대입하여 y절편을 구할 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예 제 1

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 4인 직선

(2) 기울기가 2이고, 점 $(2,\ 5)$를 지나는 직선



● **풀이** (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 4이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=-2x+4$$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기가 2이므로

$$y=2x+b \quad \cdots\cdots ①$$

그런데 이 직선은 점 $(2,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times 2+b,\ b=1$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=2x+1$$

답 ● (1) $y=-2x+4$ (2) $y=2x+1$

문제 5

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

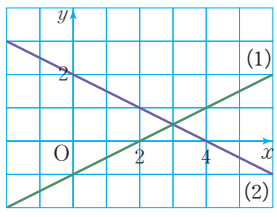
(1) 기울기가 -2이고, y절편이 3인 직선

(2) 기울기가 -3이고, 원점을 지나는 직선

(3) 기울기가 $\frac{2}{3}$이고, 점 $(3,\ 3)$을 지나는 직선

발전 문제 6

오른쪽 그림의 직선 (1)과 (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하여라.



두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 어떻게 구하는가?

탐 구 활 동

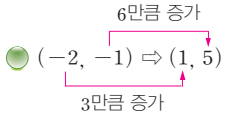
두 점 $(1, -1)$과 $(3, 3)$을 지나는 직선에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 기울기를 구하여 보자.

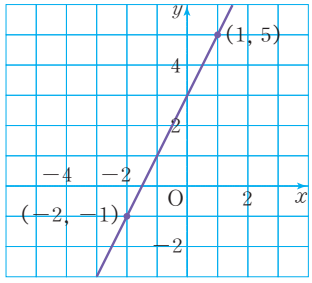
2 **1**에서 얻은 기울기를 a라 하고, 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하자. b는 어떻게 구할 수 있겠는가?

서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이므로 이들 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

두 점 $(-2, -1)$, $(1, 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



x의 값이 -2에서 1까지 3만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기 a는



$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$$
$$=\frac{5-(-1)}{1-(-2)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

이때 구하는 일차함수의 식을

$$y=2x+b \quad \cdots\cdots ①$$

로 나타낼 수 있다.

그런데 이 직선은 점 $(1, 5)$를 지나므로 ①에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times 1+b$$
$$b=3$$

이다.

따라서 두 점 $(-2, -1)$, $(1, 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y=2x+3$$

임을 알 수 있다.

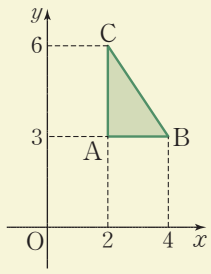
문제 7 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $(2,\ 2),\ (-1,\ -4)$ (2) $(2,\ 1),\ (-2,\ 9)$

(3) $(-1,\ 7),\ (4,\ 2)$ (4) $(-3,\ -2),\ (-1,\ 6)$

창의 UP

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $A(2,\ 3)$, $B(4,\ 3)$, $C(2,\ 6)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다. 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 이 삼각형과 만나도록 하는 a값의 범위를 구하는 방법을 설명하여라.



직선의 x절편과 y절편을 알면 직선이 각각 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예제 2 x절편이 1이고, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

● x절편이 a이고, y절편이 b인 직선은 두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$를 지난다.

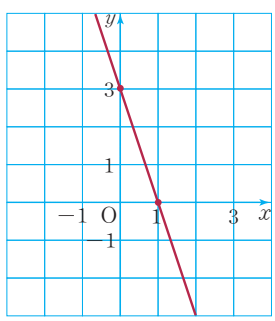
● **풀이** x절편이 1이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-1}=-3$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$y=-3x+3$$



답 ● $y=-3x+3$

문제 8 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) x절편이 -4이고, y절편이 3인 직선

(2) x절편이 5이고, y절편이 -2인 직선

1-3 일차함수의 활용

● 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

일차함수를 여러 가지 문제에 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기



소리의 전달

소리는 물체의 진동에 의하여 만들어지므로 기체, 액체, 고체를 통과할 수 있으나 진공은 통과할 수 없다. 우리가 소리를 들을 수 있는 것은 소리가 공기를 진동시켜 우리의 청각 기관을 자극하기 때문이다. 이때 소리는 기체보다는 액체, 액체보다는 고체에서 더 빠르게 전달된다.



탐 구 활 동

소리는 기온이 **0** ℃일 때, 초속 **331 m**의 속력으로 전달되고, 온도가 **1** ℃씩 올라갈 때마다 초속 **0.6 m**씩 빨라진다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 소리가 x ℃에서 초속 y m의 속력으로 전달된다고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(℃)	0	1	2	3	4	5	6
y(m)							

2 기온이 8 ℃일 때, 소리의 속력을 구하여 보자.

3 소리의 속력이 초속 340 m일 때, 기온을 구하여 보자.

탐구 활동에서 기온이 1 ℃씩 올라갈 때마다 소리는 초속 0.6 m씩 빨라지므로 y를 x에 관한 식으로 나타내면

$$y=0.6x+331$$

이다.

예를 들어 기온이 10 ℃인 경우 $x=10$이므로

$$y=0.6\times10+331$$

$$y=337$$

이다. 즉, 기온이 10 ℃일 때 소리의 속력은 초속 337 m이다.

또 소리의 속력이 초속 343 m인 경우 $y=343$이므로

$$343=0.6\times x+331$$

$$x=20$$

이다. 즉, 소리의 속력이 초속 343 m일 때 기온은 20 ℃이다.

예 제 1

휘발유 1 L로 12 km를 가는 자동차가 있다. 이 자동차에 50 L의 휘발유를 넣고, x km 달린 후에 남은 휘발유를 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 남은 휘발유가 20 L일 때까지 달린 거리는 몇 km인지 구하여라.

● 풀이 (1) 휘발유 1 L로 12 km를 달릴 수 있으므로, 1 km를 달렸을 때 사용된 휘발유의 양은 $\frac{1}{12}$ L이다. 따라서 x km를 가는 데 필요한 휘발유의 양은 $\frac{1}{12}x$ L이고, 이때 남은 휘발유의 양 y L는

$$y=50-\frac{1}{12}x$$

(2) $y=20$을 일차함수 $y=50-\frac{1}{12}x$에 대입하면

$$20=50-\frac{1}{12}x,\ x=360$$

따라서 남은 휘발유가 20 L일 때까지 달린 거리는 360 km이다.

답 ● (1) $y=50-\frac{1}{12}x$ (2) 360 km

문 제

지상에서 10 km까지의 기온은 높이가 100 m씩 높아짐에 따라 0.6 ℃씩 내려간다고 한다. 지상의 기온이 25 ℃이고 지상에서 높이가 x km인 곳의 기온을 y ℃라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 지상에서 높이가 1 km인 산 정상의 기온을 구하여라.



문제 2 100 L의 물이 들어 있는 물통에서 1분마다 5 L씩 물이 새고 있다. 물이 새기 시작하여 x분 후에 남아 있는 물의 양을 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 5분이 지난 후에 남아 있는 물의 양은 몇 L인지 구하여라.

(3) 남아 있는 물의 양이 10 L라면 몇 분 동안 물이 샌 것인지 구하여라.

예제 2

온도가 30 ℃인 물을 가열하면 1분에 온도가 0.5 ℃씩 올라간다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) x분 후 올라간 물의 온도를 구하여라.

(2) x분 후에 물의 온도를 y ℃라고 할 때 x, y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) (2)에서 세운 일차함수를 그래프로 나타내어라.

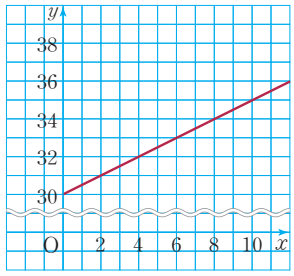


● 풀이 (1) 온도가 1분에 0.5 ℃씩 올라가므로 x분 후에 물의 온도는 $0.5x$ ℃ 올라간다.

(2) 현재 물의 온도가 30 ℃이고, x분 후의 물의 온도를 y ℃라고 하면

$$y=0.5x+30=\frac{1}{2}x+30$$

(3)



답 ● (1) $0.5x$ ℃ (2) $y=\frac{1}{2}x+30$

문제 3 높이가 100 m인 25층짜리 빌딩이 있다. 이 빌딩의 엘리베이터가 25층에서 매초 2 m의 빠르기로 한 층씩 내려온다고 한다. 출발한 지 x초 후에 지상으로부터 엘리베이터의 천장까지의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 엘리베이터가 높이 44 m인 11층에 도착하는 것은 출발한 지 몇 초 후인가?

함께 만들어요

문제 4 문제 3과 같이 일차함수를 활용하여 풀 수 있는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

수준별

일차함수는 $y=ax+b$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴이다.

1 다음 중에서 일차함수인 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=2-3x$　　㉡ $y=x^2-3$

㉢ $y=\frac{3}{x}-1$　　㉣ $y=\frac{2-x}{3}$

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 a, x절편은 $-\frac{b}{a}$, y절편은 b이다.

2 다음 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구하여라.

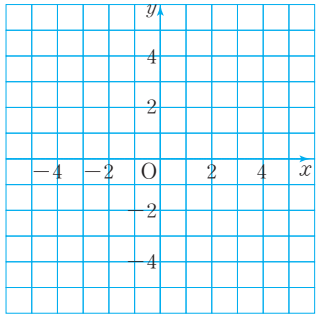
(1) $y=-2x+4$　　(2) $y=-5x+1$

(3) $y=5x-3$　　(4) $y=3x-6$

3 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=-2x+4$

(2) $y=\frac{2}{3}x-2$



4 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $y=5x-2$의 그래프와 평행하고, y절편이 3인 직선

(2) 점 $(2,\ 7)$을 지나고, y절편이 -2인 직선

중/단/원 기본

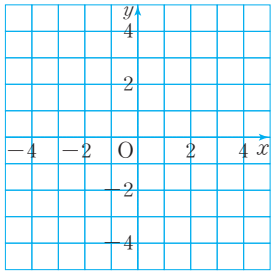
수준별

일차함수의 그래프

1 다음 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 각각 구하고, 이를 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

(1) $y=-3x+2$

(2) $y=-\frac{1}{2}x+2$



기울기와 일차함수의 그래프

2 다음 중에서 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=3x+4$의 그래프가 평행하기 위한 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 찾아라.

㉠ $(-3,\ 4)$	㉡ $(-3,\ 0)$	㉢ $(-3,\ -1)$
㉣ $(3,\ 0)$	㉤ $(3,\ 1)$	㉥ $(3,\ 4)$

일차함수의 평행이동

3 일차함수 $y=ax+1$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 두 점 $(-2,\ 3)$, $(b,\ 2b)$를 지난다고 한다. 이때 $b-a$의 값을 구하여라.

일차함수의 그래프

4 일차함수 $y=x+6$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

일차함수의 활용

5 제주도 남쪽의 마라도에서 서남쪽으로 149 km 떨어져 있는 이어도에는 종합 해양 과학 기지가 있다. 마라도에서 배를 타고 시속 40 km의 속력으로 이어도까지 가려고 한다. 출발한 지 x시간 후에 이어도까지 남은 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

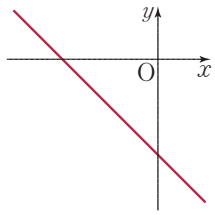


(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 이어도까지 남은 거리가 9 km라면 마라도에서 배로 몇 시간 동안 간 것인지 구하여라.

수준별

1 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=\frac{x}{b}-a$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



• 먼저 두 점을 지나는 함수의 식을 구한다.

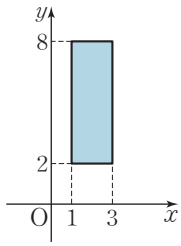
2 세 점 $(1,\ -1)$, $(3,\ 2)$, $(k,\ -2)$가 한 직선 위에 있을 때, k의 값을 구하여라.

• 직사각형은 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의해 넓이가 이등분된다.

3 오른쪽 그림의 직사각형의 넓이를 이등분하는 일차함수의 식 중에서 다음을 구하여라.

(1) 원점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식

(2) y절편이 -1인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식



4 두 일차함수 $y=3x-2$와 $y=ax+b$의 그래프가 평행하고 두 직선이 y축과 만나는 점을 각각 P, Q라고 할 때, $\overline{PQ}=2$이다. $a-b$의 값을 구하여라.

(단, $b\neq 0$)

5 휘발유 1 L로 15 km를 달릴 수 있는 자동차에 50 L의 휘발유를 채우고 출발하였다. 자동차가 x km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 y L라고 할 때, 200 km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 구하여라.

2 일차함수와 일차방정식의 관계



준 | 비 | 학 | 습

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프
x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점과 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선이다.

일차방정식
방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
(일차식)$=0$
의 꼴로 변형되는 방정식

연립일차방정식의 해
두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값을 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

기울기, x절편, y절편
- (기울기)$=\dfrac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$
- x절편: 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표
- y절편: 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표

1 다음 함수의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라.

(1) $y=5x$ (2) $y=-2x$

2 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+6=3$	㉡ $2x-3=2x+4$
㉢ $3x+2$	㉣ $x-4=3+2x$

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases}2x-3y=5\\2x-y=7\end{cases}$ (2) $\begin{cases}3x+y=6\\2x-3y=4\end{cases}$

4 일차함수 $y=-5x+10$의 그래프에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 기울기 (2) x절편 (3) y절편

2-1 일차함수와 일차방정식

● 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.

미지수가 2개인 일차방정식의 그래프는 어떻게 그리는가?

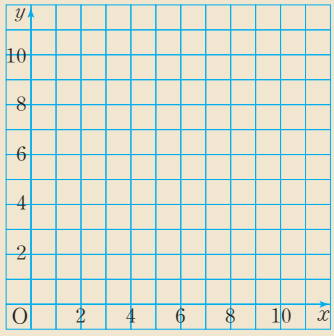
탐 구 활 동

일차방정식 $x+y=10$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 위의 일차방정식에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 다음 표를 완성하여 보자.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10										

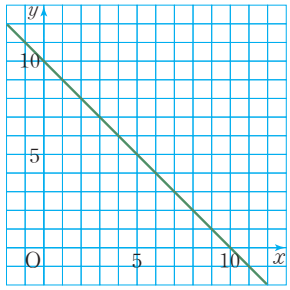
2 1에서 구한 값에 대하여 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



x, y값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $x+y-10=0$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$	12	11	10	9	8	7	6	5	$\cdots$

이 일차방정식을 만족시키는 해는 무수히 많고, 이 해를 순서쌍 (x, y)로 하여 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같은 직선이 된다.



일반적으로 x, y값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식

$$ax+by+c=0 \ (a\neq 0 \text{ 또는 } b\neq 0) \qquad \cdots\cdots ①$$

의 해는 무수히 많고, 그 해를 좌표평면 위에 나타내면 직선이 된다.

이때 방정식 ①을 **직선의 방정식**이라고 한다.

한편 일차방정식 $x+y-10=0$을 y에 관하여 풀면 $y=-x+10$이 되어 일차함수로 나타난다. 이 일차함수의 그래프는 y절편이 10이고, 기울기가 -1이므로 앞의 그림과 같은 직선이 된다.

즉, 일차방정식 $x+y-10=0$의 그래프는 일차함수 $y=-x+10$의 그래프와 서로 같음을 알 수 있다.

일반적으로 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

일차방정식 $ax+by+c=0$ → (y에 관하여 풀면) 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프

일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\neq 0,\ b\neq 0)$의 그래프는 일차함수

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

의 그래프와 같다.

예제 1

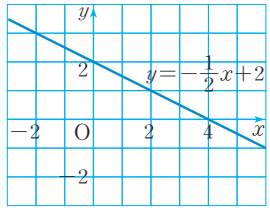
일차방정식 $x+2y-4=0$의 그래프를 그려라.

먼저 주어진 식을 y에 관하여 푼다.

풀이 $x+2y-4=0$에서

$$2y=-x+4,\ y=-\frac{1}{2}x+2$$

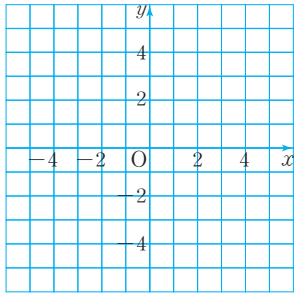
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고, y절편이 2인 일차함수의 그래프이므로 오른쪽 그림과 같다.



문제 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $-2x+y-3=0$

(2) $3x-4y-12=0$



일차방정식 $x=k$, $y=l$의 그래프는 어떻게 그리는가?

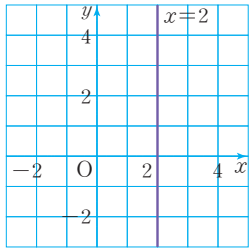
일차방정식 $ax+by+c=0$에서 계수 a나 b 중 어느 하나가 0인 경우를 생각하여 보자.

일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a=1$, $b=0$, $c=-2$이면

$$1\times x+0\times y-2=0$$

이다. 즉, $x=2$이므로 y의 값에 관계없이 x의 값은 항상 2임을 뜻한다.

따라서 $x=2$의 그래프는 〈그림 1〉과 같이 점 $(2,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이 된다.



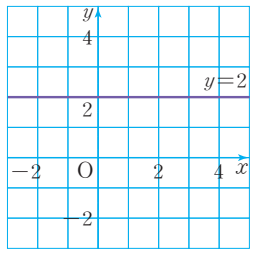
〈그림 1〉

또 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a=0$, $b=1$, $c=-2$이면

$$0\times x+1\times y-2=0$$

이다. 즉, $y=2$이므로 x의 값에 관계없이 y의 값은 항상 2임을 뜻한다.

따라서 $y=2$의 그래프는 〈그림 2〉와 같이 점 $(0,\ 2)$를 지나고, x축에 평행한 직선이 된다.



〈그림 2〉

일반적으로 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 계수 a, b 중 어느 하나가 0일 때, 이 방정식은

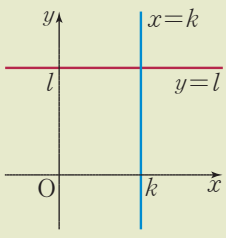
$$x=k \text{ 또는 } y=l \ (k,\ l\text{은 상수})$$

과 같은 꼴로 나타나고, 그 그래프는 다음과 같다.

일차방정식 $x=k$, $y=l$의 그래프

(1) $x=k$의 그래프는 점 $(k,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

(2) $y=l$의 그래프는 점 $(0,\ l)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.



예 제 2

다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

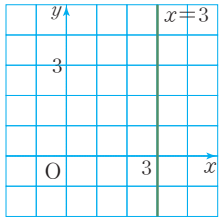
(1) $2x-6=0$ (2) $3y+9=0$

● 풀이 (1) $2x-6=0$에서

$2x=6,\ x=3$

$x=3$의 그래프는 점 $(3,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

따라서 방정식 $2x-6=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

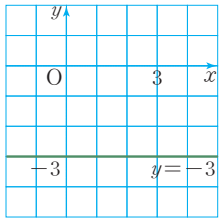


(2) $3y+9=0$에서

$3y=-9,\ y=-3$

$y=-3$의 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.

따라서 방정식 $3y+9=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

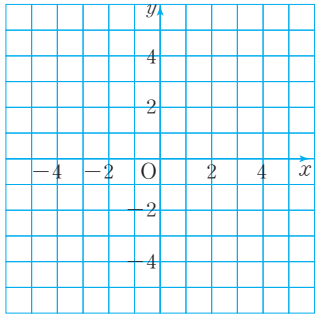


문 제 2

다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $-y+3=0$ (2) $\frac{1}{2}x-2=0$

(3) $3y-15=0$ (4) $2x+10=0$



문 제 3

다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) 점 $(3,\ -6)$을 지나고, x축에 평행한 직선

(2) 점 $(5,\ -2)$를 지나고, y축에 평행한 직선

의사소통 x축과 y축을 일차방정식으로 어떻게 나타낼 수 있는지 말하여 보자.

2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

● 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.

일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 어떻게 푸는가?

창의력 기르기

비틀스(Beatles)

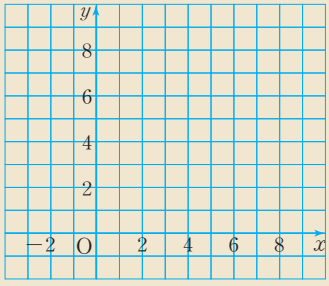
영국 출신의 4인조 록 밴드 비틀스는 1957년에 결성되어 현재까지 전 세계적으로 10억 장 이상의 음반을 판매하였다. 비틀스는 대중음악 역사상 가장 성공적인 밴드로 불리고 있으며 다양한 장르의 음악을 아우르며 현대 대중음악의 수준을 한 단계 높인 것으로 평가되고 있다.



탐 구 활 동

비틀스가 발표하였던 곡을 모은 명곡집(Anthology)이 1995년부터 1996년까지 시리즈로 만들어졌다. 시리즈 수를 x개, 이 시리즈에 포함된 총 디스크의 수를 y개라고 할 때, x와 y는 다음 두 식을 만족시킨다고 한다. 물음에 답하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$



1 직선의 방정식 ①, ②의 그래프를 각각 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2 1에서 그린 두 그래프의 교점의 좌표를 말하여 보자.

연립일차방정식

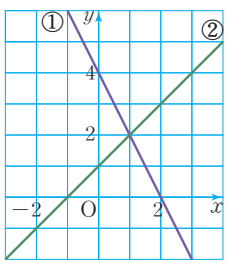
$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 해를 그래프를 이용하여 구하여 보자.

①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x+1 \end{cases}$$

이고, 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 직선 ①, ②는 각각 방정식 ①, ②의 해 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것이므로 두 직선의 교점 $(1,\ 2)$는 두 방정식의 공통인 해를 나타낸다.

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=2$$

이다.

$\begin{cases}2x+y=4\\-x+y=1\end{cases}$에 $x=1, y=2$를 대입하면 연립일차방정식이 성립한다.

일반적으로 x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 두 방정식의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다.

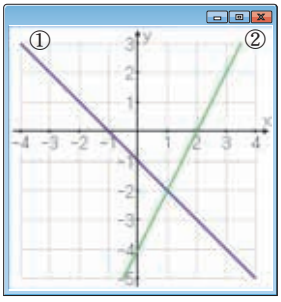
연립일차방정식의 해	⇄	두 그래프의 교점의 좌표
$x=a,\ y=b$		$(a,\ b)$

예제 1

다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

$$\begin{cases}-x-y=1 & \cdots\cdots ①\\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

컴퓨터나 그래픽 계산기를 이용하여 풀 수도 있다.



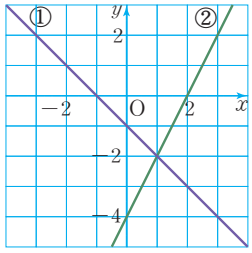
풀이 ①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases}y=-x-1\\ y=2x-4\end{cases}$$

이것을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=-2$$



답 $x=1,\ y=-2$

문제

다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases}2x+y=4\\ x-y=2\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x+2y=-4\\ 3x+y=3\end{cases}$

예 제 2

다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

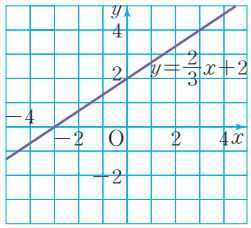
(1) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 4x-6y=-12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$

● 풀이 (1) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두

$$y=\frac{2}{3}x+2$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.

따라서 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

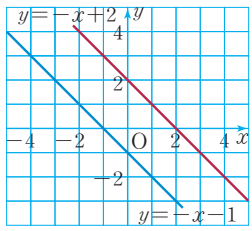


(2) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=-x+2 \end{cases}$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.

따라서 연립일차방정식의 해는 없다.



답 ● (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문 제 2

일차함수의 식으로 고쳐서 생각한다.

다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x+12y=12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ -4x-2y=-4 \end{cases}$

이상에서 다음을 알 수 있다.

연립일차방정식의 해와 방정식의 그래프

연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때

(1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 하나이다.

(2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

계산기의 활용 일차함수의 그래프를 그려 보자.



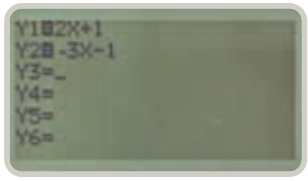
수를 계산하는 기능과 함수의 그래프를 그리는 기능을 함께 갖춘 계산기를 그래픽 계산기라고 한다. 그래픽 계산기를 이용하면 복잡한 수의 계산은 물론 여러 가지 함수의 그래프를 쉽게 그려 볼 수 있다.

그래픽 계산기를 이용하여 두 일차함수 $y=2x+1$, $y=-3x-1$의 그래프를 그려 보자.

1. 일차함수의 식 입력하기

계산기를 켜고 [Y=]을 누른다. 여기서 Y1=에 '$2x+1$'을 입력하기 위하여 [2], [x], [+], [1]을 차례로 누른 후 [Enter]를 누른다.

Y2=에 '$-3x-1$'을 입력하기 위하여 [(−)], [3], [x], [−], [1]을 차례로 누른다. 여기서 [(−)]는 음의 부호를 나타내는 키이고, [−]는 뺄셈 기호를 나타내는 키이다.

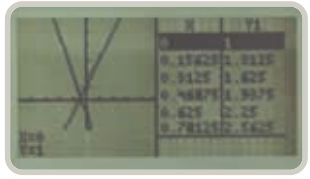


2. 그래프와 교점 · 대응표 확인하기

[GRAPH]를 누르면 오른쪽 그림과 같이 두 함수의 그래프가 그려진다. 이때 두 직선의 교점의 좌표를 계산기의 커서를 움직여 확인할 수 있다.

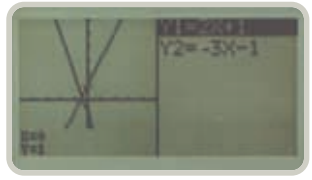


또 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 x의 값에 따른 함숫값의 대응표를 볼 수 있다.



3. 그래프와 함수의 식 확인하기

1까지 실행한 후에 [2ndF]를 누른 후 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 함수의 식을 볼 수 있다.



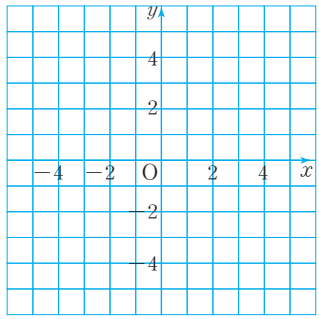
수준별

$x=k$의 그래프는 점 $(k, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.

1 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $x=-3$ (2) $x=4$

(3) $y=2$ (4) $y=-1$

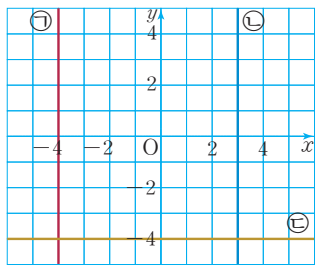


2 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 그림에서 찾아라.

(1) $x=3$

(2) $y=-4$

(3) $8+2x=0$

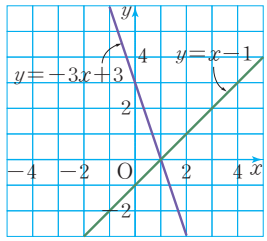


x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 각 방정식의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다.

3 오른쪽 그래프를 이용하여 연립일차방정식

$$\begin{cases} 3x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$$

의 해를 구하여라.



4 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-3y=4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-3y=6 \\ 2x-6y=12 \end{cases}$

중/단/원 기본

수준별

미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

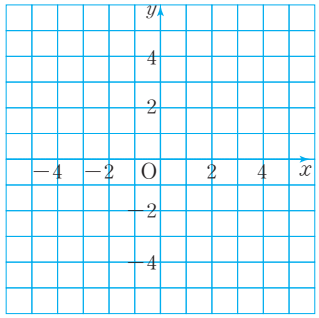
1 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $2x-2y+4=0$

(2) $3x-2y=4$

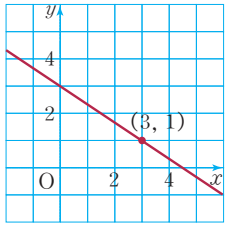
(3) $2x+3y-6=0$

(4) $5x-2y=4$



미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

2 일차방정식 $2x+ay-b=0$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\frac{b}{a}$의 값을 구하여라.



일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

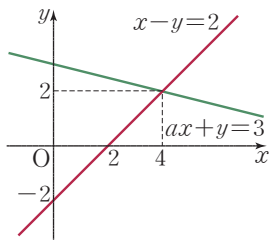
3 두 직선 $ax-y+2=0$, $3x+2y-1=0$이 서로 만나지 않을 때, a의 값을 구하여라.

일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

4 오른쪽 그림은 연립일차방정식

$$\begin{cases} x-y=2 \\ ax+y=3 \end{cases}$$

을 풀기 위하여 그래프로 나타낸 것이다. 이때 a의 값을 구하여라.



수준별

• 두 점을 지나는 직선이 y축에 평행하면 이 직선 위의 점들의 x좌표는 항상 같다.

1 두 점 $(a-2,\ -1)$, $(3a+4,\ 3)$을 지나는 직선이 y축에 평행할 때, a의 값을 구하고, 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

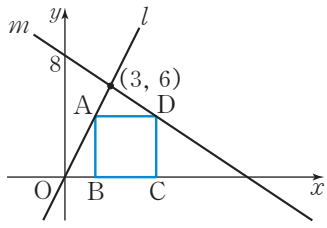
2 연립일차방정식 $\begin{cases} -x+y=3 \\ ax-2y=b \end{cases}$의 해가 다음과 같도록 하는 조건을 구하여라.

(1) 해는 무수히 많다.

(2) 해는 없다.

• 두 직선 l, m을 나타내는 식을 먼저 구한다.

3 오른쪽 그림의 정사각형 ABCD에서 점 A, D는 각각 직선 l, m 위의 점이다. 이때 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

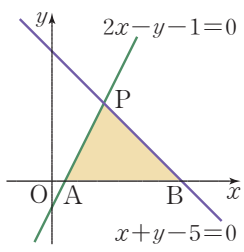


4 세 직선 $2x+y-2=0$, $-x+y+4=0$, $ax-y+1=0$에 의하여 삼각형이 만들어지지 않도록 하는 a의 값을 모두 구하여라.

5 오른쪽 그림과 같이 두 직선

$$2x-y-1=0,\ x+y-5=0$$

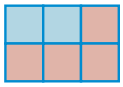
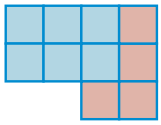
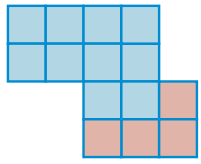
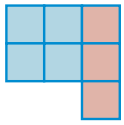
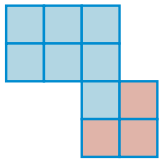
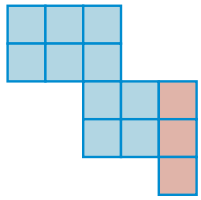
의 교점을 P, 두 직선이 x축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하여라.



정사각형은 몇 개일까?

준비물 활동지 5

다음 그림과 같이 모눈종이 위에 정사각형 모양을 두 가지 경우로 계속 그려 나간다고 할 때, 물음에 답하여 보자.

	처음	1단계	2단계	3단계
〈경우 1〉				
〈경우 2〉				

과제 1 각 경우에 대하여 규칙을 말하여 보자.

과제 2 각 경우의 x단계에서 모눈종이에 그려진 가장 작은 정사각형의 수를 y개라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

〈경우 1〉

x	1	2	3	4
y				

〈경우 2〉

x	1	2	3	4
y				

과제 3 각 경우에 y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

과제 4 〈경우 1〉은 11단계에서 가장 작은 정사각형의 수가 46개이다. 〈경우 2〉에서 가장 작은 정사각형의 수가 46개가 되는 것은 몇 단계인가?

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있는가?			
	일차함수의 그래프의 성질을 이해하였는가?			
	일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
	일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해하였는가?			
	두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 일차함수의 뜻

일차함수	함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식 $y=ax+b$($a\neq0$, a, b는 상수)로 나타내어지는 함수를 일차함수라고 한다.

② 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

평행이동	어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것
$y=ax+b$의 그래프	일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선
x절편과 y절편	(1) x절편: 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 (2) y절편: 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표
기울기	(기울기)$=\dfrac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$

③ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

기울기와 그래프	(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다. (2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다. (3) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다. (4) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

④ 일차함수의 식

기울기와 한 점의 좌표를 알 때	(1) 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=ax+b$이다. (2) 기울기가 a이고, 한 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=ax+b$에 $x=x_1$, $y=y_1$을 대입하여 b의 값을 구한다.
서로 다른 두 점의 좌표를 알 때	서로 다른 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 기울기 a를 구하여 $y=ax+b$로 놓고 식을 구한다.

⑤ 일차함수와 일차방정식

직선의 방정식	x, y값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $ax+by+c=0$($a\neq0$ 또는 $b\neq0$)을 직선의 방정식이라고 한다.
일차함수와 일차방정식	일차방정식 $ax+by+c=0$($a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프는 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프와 같다.

⑥ 연립일차방정식의 해와 그래프

연립일차방정식의 해와 그래프	연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때 (1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 교점의 좌표 하나이다. (2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다. (3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 일차함수, 기울기, x절편, y절편, 평행이동, 직선의 방정식

어느 가게에서 튜브를 빌리지?



생각 키/우/기 아이들이 값싼 튜브 대여점을 어떻게 알았는지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 일차함수인 것은?

① $y=4$ ② $y=3(x-1)$
③ $y=x-(2+x)$ ④ $y=5-\frac{1}{x}$
⑤ $xy+4=1$

2 다음 중에서 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.
② y절편은 -2이다.
③ x절편은 5이다.
④ 제2사분면을 지나지 않는다.
⑤ 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프와 평행하다.

3 두 점 $(-3,\ 5)$, $(2,\ k)$를 지나는 직선의 기울기가 3일 때, k의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

4 일차함수 $y=2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 점 $(a,\ 3)$을 지날 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

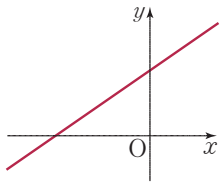
5 일차함수 $y=ax-3$의 그래프가 점 $(2,\ 1)$을 지날 때, 이 그래프의 기울기, y절편, x절편을 모두 더한 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

6 일차함수

$$y=-\frac{1}{b}x+\frac{c}{b}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중에서 옳은 것은?



① $b>0,\ c>0$ ② $b>0,\ c<0$
③ $b<0,\ c<0$ ④ $b<0,\ c>0$
⑤ $b>0,\ c=0$

7 다음 중에서 직선 $3x+y-1=0$과 평행하고, 직선 $2x-3y+5=0$과 y절편이 같은 직선의 방정식은?

① $3x+y-2=0$ ② $2x+3y-5=0$
③ $9x+3y-5=0$ ④ $3x+9y-5=0$
⑤ $9x+y-5=0$

8 일차방정식 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$의 그래프의 x절편과 y절편을 차례로 나타내면?

① 0, 0 ② 2, 0 ③ 0, 3
④ 2, 3 ⑤ 3, 2

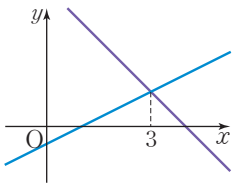
9 두 직선 $2x-3y-1=0$, $y=x-2$의 교점을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x=5$ ② $x=3$ ③ $y=5$
④ $y=3$ ⑤ $y=6$

10 다음 중에서 연립일차방정식의 두 그래프와 해에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 수직으로 만나면 해는 무수히 많다.
② 한 점에서 만나면 해는 하나이다.
③ 평행하면 해는 없다.
④ 일치하면 해는 무수히 많다.
⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르면 해는 없다.

11 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-ay=2 \end{cases}$의 해를 구하기 위해 두 방정식의 그래프를 그린 것이다. a의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

서/답/형

12 점 $(2, -1)$을 지나는 직선 $y=3x+a$에 대하여 점 $(3, b)$가 이 직선 위에 있을 때, b의 값을 구하여라.

13 다음 두 조건을 만족시키는 두 상수 a, b의 값을 구하여라.

ㄱ. 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ ax-y=-b \end{cases}$의 해는 $(1, 3)$이다.
ㄴ. 직선 $y=ax-b$의 x절편은 2이다.

14 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-6$의 그래프와 y축에서 만나고, 일차함수 $y=2x+1$의 그래프와 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

|서술형|

15 두 일차함수 $y=x+3$, $y=-\frac{3}{2}x+3$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

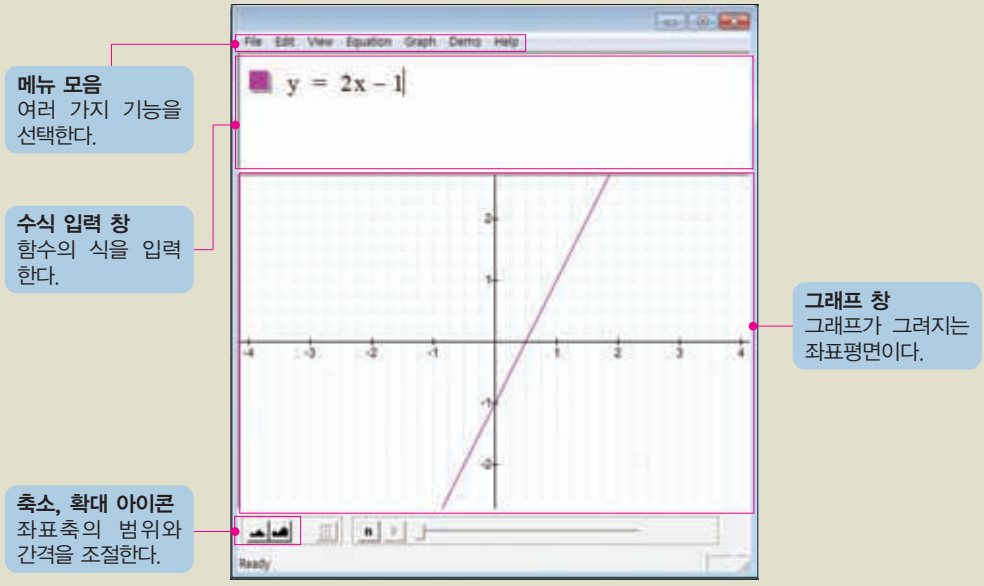
16 500 L의 물이 들어 있는 물통에서 5분에 20 L씩 물이 새어 나간다. 물이 새어 나가기 시작하여 x분 후 물통에 남아 있는 물의 양을 y L라고 할 때, 20분 후 물통에 남아 있는 물의 양을 x와 y의 관계식을 이용하여 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

컴퓨터로 함수의 그래프를 그려 보자.

함수 단원에서는 소프트웨어를 활용하여 함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 함수의 그래프를 그려 보자.

1 소프트웨어의 사용 방법을 알아보자.

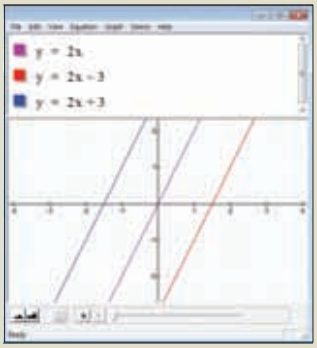
예를 들어 다음 그림과 같이 초기 화면의 수식 입력 창에 '$y=2x-1$'을 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 함수 $y=2x-1$의 그래프가 그려진다.



2 세 함수 $y=2x$, $y=2x-3$, $y=2x+3$에 대하여 다음을 알아보자.

1. 세 함수의 그래프를 같은 평면 위에 그려 보자.

① 수식 입력 창에 '$y=2x$'를 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 함수 $y=2x$의 그래프가 그려진다.

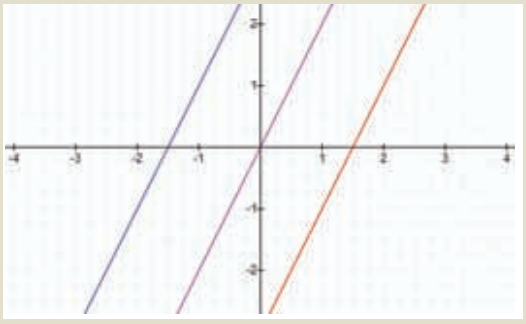


② 메뉴에서 [Equation] – [New Equation]을 클릭하면 수식 입력 창에 또 하나의 수식 입력 줄이 생긴다. 여기에 '$y=2x-3$'을 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 이미 그려져 있는 함수 $y=2x$의 그래프와 함께 함수 $y=2x-3$의 그래프가 그려진다.

③ ②와 같은 방법으로 '$y=2x+3$'을 입력하여 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같이 세 함수의 그래프가 그려진다. 이때 그래프의 x절편과 y절편을 확인하려면 축소 또는 확대 아이콘을 눌러 좌표축의 범위와 간격을 조절한다.

2. 그려진 그래프를 작성 중인 문서로 옮겨 보자.

메뉴에서 [Edit] – [Copy Graph]를 클릭하면 그래프가 복사된다. 이제 작성 중인 문서에서 마우스의 오른쪽 버튼을 클릭하여 [붙이기]를 선택하면 다음 그림과 같이 그래프가 문서에 입력된다.



3 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 함수의 그래프를 그려 보자.

(1) $y=3x+2$
(2) $y=-3x+2$
(3) $y=3x-2$
(4) $y=-3x-2$
(5) $y=2x+3$
(6) $y=-2x+3$

키에 대한 진실과 일차함수

옛날 사람들의 키는 어느 정도일까?

사람들이 많이 가지는 고정관념 중 하나는 '옛날 사람들은 지금보다 키가 작았을 거야.' 라는 생각이다. 과연 그럴까?

사람들이 옛날 하면 떠올리는 것이 대표적으로 조선 시대이다. 특히 임진왜란 시기에는 남녀 평균이 150 cm정도라고 알려져 있는데 이는 여러 전란을 거치며 식량이 부족하여 제대로 먹지 못했기 때문이다.

하지만 삼국지 위서 동이전을 보면 변진 사람들은 그 형태가 크다고 나와 있고, '부여 사람들은 체격이 크고 성질은 굳세고 용감하다.'는 대목에서 볼 수 있듯이 옛날 사람들의 키가 작지만은 않다는 것을 예상할 수 있다.



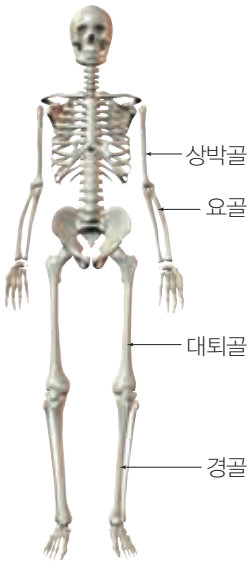
실제로 얼마 전 출토된 조선 육군 사령관 미라의 길이는 170 cm로서 살아 생전에는 180 cm가 넘는 큰 체격인 것으로 추정되며 중국에서 발견된 백제인의 유골 중 9척이 넘는 것이 존재하는 것은 과장이 조금 섞이더라도 옛날 사람들이 절대로 키가 작지 않았음을 보여 준다. 또 경남 진해시에서 출토된 가야인의 성인 유골의 길이는 남자 167.4 cm, 여자 150.8 cm로 현재 우리나라의 평균 키보다 많이 작지 않다.

이렇듯 서적이나 유골 발굴 현장에서 발견된 자료들을 가지고 옛날 사람들의 키를 생각할 수 있지만 이들의 실제 키를 알 수는 없을까?

옛날 사람들의 유골 전체만 있다면 쉽게 측정이 가능하다. 그러나 고고학자들은 일부의 유골을 이용하여 사람이 살아있었을 당시의 키를 계산할 수 있다고 한다. 이때 일차함수가 사용되는데 대퇴골(F), 경골(T), 상박골(H), 요골(R)의 길이로 키(h)를 구하는 일차함수의 식은 다음과 같다.

(단위: cm)

남자	여자
$h=2.2F+69.1$	$h=2.3F+61.4$
$h=2.4T+81.7$	$h=2.5T+72.6$
$h=3H+73.6$	$h=3.1H+65$
$h=3.7R+80.4$	$h=3.9R+73.5$







VI 확률

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 경우의 수를 구할 수 있다.
2. 확률의 의미와 그 기본 성질을 이해한다.
3. 확률을 계산할 수 있다.

1. 경우의 수와 확률

2. 확률의 성질과 계산



야구는 영국에서 시작되었는데, 18세기경부터 'Base-ball'이라는 단어를 사용하였다고 한다. 이후 야구는 미국 정착민에 의해 아메리카 대륙에서 많이 발전하였고, 오늘날 우리나라에서도 인기 있는 스포츠가 되었다. 야구는 9명씩으로 이루어진 두 팀이 다이아몬드라고 불리는 마름모꼴의 각 꼭짓점에 베이스를 놓고, 9회에 걸쳐 서로 공격과 수비를 번갈아 가며 하는 경기이다.

야구에서 타율은 투수가 던진 공을 타자가 쳐서 안타를 만들 수 있는 가능성을 수치로 나타낸 것이다. 또 베이스의 주자가 도루를 시도하여 성공한 횟수를 수치로 나타낸 것을 도루 성공률이라고 하는데 이런 것들이 모두 확률이다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
- 가능성과 평균

[중1~3학년군]
- 도수분포와 그래프

이 단원에서 공부할 내용

1. **경우의 수와 확률**
   - 경우의 수
   - 확률의 뜻
2. **확률의 성질과 계산**
   - 확률의 성질
   - 확률의 계산

이후에 배울 내용

[확률과 통계]
- 경우의 수
- 순열과 조합
- 분할
- 이항정리
- 확률의 뜻과 활용
- 조건부확률

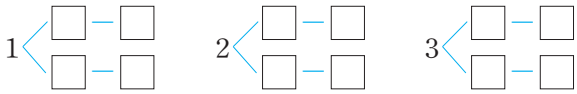
1 경우의 수와 확률



준 | 비 | 학 | 습

1 십의 자리 숫자가 2인 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

2 1, 2, 3의 숫자가 각각 적힌 3장의 숫자 카드로 세 자리 수를 만들려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



가능성
모든 일이 일어날 수 있는 가짓수에 대한 어떤 일이 일어날 수 있는 가짓수의 비율

3 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 1보다 작은 눈이 나올 가능성

(2) 짝수의 눈이 나올 가능성

상대도수
- 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율
- (어떤 계급의 상대도수) $= \frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$

4 다음 표는 진서네 반 학생 20명의 공 던지기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 상대도수를 구하여 표를 완성하여라.

공 던지기 기록

기록(m)	학생 수(명)	상대도수
15 이상 ~ 20 미만	2	0.1
20 ~ 25	8	
25 ~ 30	7	
30 ~ 35	3	
합계	20	

1-1 경우의 수

● 경우의 수를 구할 수 있다.



사건과 경우의 수의 뜻은 무엇인가?

창의력 기르기

주사위 놀이

사람들이 가지고 놀았던 가장 오래된 놀이 도구 가운데 하나는 주사위이다. 고대의 주사위는 아시아, 유럽, 아메리카, 아프리카 등 전 세계에서 광범위하게 발견되고 있다. 우리나라 민속놀이 중 하나인 쌍륙이라는 놀이 역시 주사위를 이용한 놀이이다. 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 놀이판 위의 말을 옮기는 놀이로 고려 시대를 거쳐 조선 시대에 널리 행해졌다고 한다.

탐 구 활 동

한 개의 주사위를 던질 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 나올 수 있는 눈의 종류를 모두 말하여 보자.

2 짝수의 눈이 나오는 경우는 모두 몇 가지인가?

한 개의 주사위를 던질 때, 3 이하의 눈이 나오는 경우는

1, 2, 3

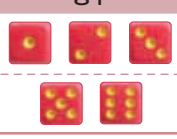
의 3가지이고, 5 이상의 눈이 나오는 경우는

5, 6

의 2가지이다.

여기서 '3 이하의 눈이 나온다.', '5 이상의 눈이 나온다.' 등과 같이 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과를 **사건**이라고 한다.

● 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 사건의 가짓수를 경우의 수라고 한다.

사건	경우	경우의 수
3 이하의 눈이 나온다.		3
5 이상의 눈이 나온다.		2

예 제 1

서로 다른 두 개의 동전을 던질 때, 일어날 수 있는 사건을 표로 나타내고 경우의 수를 구하여라.

● 풀이

사건	앞면 두 개	앞면 한 개, 뒷면 한 개		뒷면 두 개
경우				
경우의 수	4			

답 ● 4

문제 1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 홀수의 눈이 나오는 경우의 수

(2) 2의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

문제 2 어느 식당에는 후식으로 아이스크림, 케이크, 떡이 준비되어 있다. 이 중에서 서로 다른 2가지를 고르는 방법의 수를 구하여라.



창의 UP

오른쪽 그림과 같은 9개의 점이 있다. 이 점들 중에 서로 다른 4개의 점을 이어 정사각형을 만드는 방법의 수를 구하여라.



사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

목제 주령구

통일신라 시대 유물 중의 하나인 목제 주령구는 우리가 보통 알고 있는 정육면체 모양의 주사위가 아닌 14개의 면으로 이루어진 주사위이다. 이 주사위는 6개의 정사각형인 면과 8개의 육각형인 면으로 되어 있다. 목제 주령구의 각 면에 새겨진 한자 어구로 보아 놀이에서 벌칙을 정할 때 사용했던 것으로 추정하고 있다.



탐 구 활 동

목제 주령구 모형을 만들어 각 면에 1에서 14까지의 수를 적어 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

● **준비물**
목제 주령구 전개도, 풀, 가위

활동지 6

1 목제 주령구 모형 한 개를 던졌을 때, 다음과 같이 나오는 경우를 구하여 표를 완성하여 보자.

3의 배수가 나오는 경우	
5의 배수가 나오는 경우	
3 또는 5의 배수가 나오는 경우	

목제 주령구 1개를 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 4이고, 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 2이다.

따라서 목제 주령구 1개를 던질 때, 3의 배수의 눈 또는 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$4+2=6$$

이다.

즉, 3의 배수의 눈 또는 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수와 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수의 합임을 알 수 있다.

일반적으로 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 다음과 같다.

사건 A 또는 사건 B
m $+$ n

사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수

사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는

$$m+n$$

예 제 2

1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 카드 10장이 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 2의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수를 구하여라.

● 풀이 2의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10의 5가지이고, 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는 7의 1가지이다.
위의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 2의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 5+1=6이다.

답 ● 6

문제 3 주머니 속에 1에서 12까지의 숫자가 각각 적힌 같은 크기의 공이 12개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하여라.



문제 4 한 개의 주사위를 던질 때, 3 미만의 눈이 나오거나 4 이상의 눈이 나오는 경우의 수를 구하여라.

사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

한글



1443년에 세종 대왕이 창제한 우리나라 글자인 훈민정음은 독창적이고 아름다운 문자이다. 한글 창제의 취지를 담은 "훈민정음"은 1997년 유네스코의 세계 기록 문화유산으로 지정되었다. 현재 사용하고 있는 한글은 자음 14자와 모음 10자의 24개로 소리 글자를 만들어 냄으로써 과학적인 문자로 우수성을 인정받고 있다.

탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

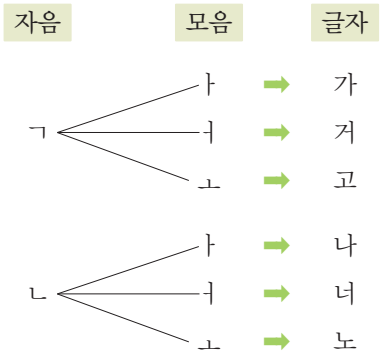
1 자음에서 ㄱ을 첫소리로 선택할 때, 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 한 개의 모음을 선택하여 만들 수 있는 글자를 모두 찾아보자.

2 자음 ㄱ, ㄴ과 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 자음 한 개와 모음 한 개를 선택하여 만들 수 있는 글자는 모두 몇 개인가?



자음 ㄱ, ㄴ과 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 자음 한 개와 모음 한 개를 선택하여 글자를 만드는 경우의 수를 생각하여 보자.

다음과 같이 자음은 ㄱ, ㄴ을 선택하는 2가지 경우가 있고, 그 각각의 경우에 대하여 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ를 선택하는 3가지 경우가 있다.



따라서 두 개의 자음 ㄱ, ㄴ과 세 개의 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ에서 각각 한 개씩 선택하여 글자를 만드는 경우의 수는 6이다.

이는 자음 한 개를 선택하는 경우의 수 2와 모음 한 개를 선택하는 경우의 수 3을 곱한 값과 같다. 즉, $2\times3=6$이다.



마찬가지로 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던지는 경우를 생각하여 보자. 나올 수 있는 경우는 다음 표와 같이 모두 36가지이다.

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

이때 36은 주사위 A에서 나올 수 있는 경우의 수 6과 주사위 B에서 나올 수 있는 경우의 수 6을 곱한 값과 같다. 즉, $6\times6=36$이다.

따라서 어떤 두 가지 이상의 사건이 동시에 일어나는 경우의 수는 각각의 사건이 일어나는 경우의 수를 곱한 값과 같다.

일반적으로 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 다음과 같다.

사건 A 동시에 사건 B
m × n

사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수

사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는

$$m \times n$$

예제 3

동희는 흰색과 노란색의 상의가 각각 한 벌씩 있고, 흰색과 파란색, 검은색의 하의가 각각 한 벌씩 있다. 동희가 상의와 하의를 짝지어서 입는 모든 경우의 수를 구하여라.

● 풀이 상의는 흰색과 노란색을 입는 2가지 경우가 있고, 그 각각에 대하여 하의는 흰색과 파란색, 검은색을 입는 3가지 경우가 있다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 3 = 6$$



답 ● 6

문제 5

현승이네 집에서 서점까지 가는 길은 3가지이고, 서점에서 학교까지 가는 길은 2가지이다. 현승이가 집을 출발하여 서점을 거쳐 학교까지 가는 경우의 수를 구하여라.



함께 만들어요 문제 6

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 경우의 수가 9인 문제를 만들어 보아라.

1-2 확률의 뜻

● 확률의 의미를 이해한다.



확률이란 무엇인가?

창의력 기르기

동전 던지기

월드컵 대회나 국가 간 축구 경기에서 양 팀의 주장을 앞에 두고 동전을 던지는 심판의 모습을 볼 수 있다. 동전을 던져 이긴 팀이 전반전에 공격할 진영을 선택하고, 후반전을 시작할 때 공격권을 먼저 갖게 된다. 이처럼 동전 던지기는 어떤 일을 결정할 때 종종 사용되곤 한다.



탐 구 활 동

● **인터넷 활용**
http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html

다음 물음에 답하여 보자.

1 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 가능성은 얼마인가?

2 동전 던지기 프로그램을 이용하여 앞면이 나온 횟수를 기록하여 보자.

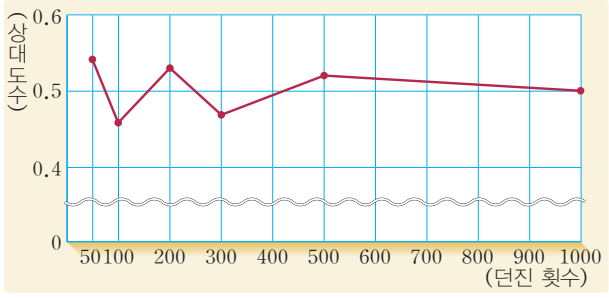
던진 횟수	50	100	200	300	500	1000
앞면이 나온 횟수						

다음 표는 동일한 조건에서 한 개의 동전을 여러 번 던졌을 때, 앞면이 나온 횟수와 그에 대한 상대도수를 나타낸 것이다.

(상대도수) = $\frac{\text{(앞면이 나온 횟수)}}{\text{(던진 횟수)}}$

던진 횟수	50	100	200	300	500	1000
앞면이 나온 횟수	27	46	106	141	260	503
상대도수	0.54	0.46	0.53	0.47	0.52	0.50

위의 표에서 상대도수를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다.



이 실험에서 동전을 던진 횟수가 많아질수록 상대도수는 점점 일정한 값 0.5에 가까워짐을 알 수 있다.

이와 같이 같은 조건 아래에서 많은 횟수의 실험이나 관찰을 할 때, 어떤 사건 A가 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 **확률**이라고 한다. 즉, 앞의 동전 던지기 실험에서 앞면이 나올 확률은 0.5라고 할 수 있다.

확률을 나타낼 때에는 보통 분수, 소수, 백분율(%) 등으로 나타낸다.

문제 다음 표는 한 개의 주사위를 여러 번 던졌을 때, 나온 눈의 상대도수를 나타낸 것이다. 각 눈이 나올 확률을 예측하여라.



던진 횟수 \ 눈의 수	1	2	3	4	5	6
100	0.170	0.200	0.140	0.200	0.155	0.135
300	0.157	0.190	0.153	0.153	0.163	0.184
500	0.164	0.178	0.170	0.154	0.162	0.172
700	0.169	0.176	0.164	0.156	0.164	0.171
900	0.168	0.169	0.166	0.163	0.167	0.167
1000	0.168	0.167	0.166	0.165	0.167	0.167

창의 UP

오른쪽 표는 한 개의 모자를 1000번 던졌을 때, 떨어진 모자의 모양을 A, B 두 가지 경우로 나누어 각각 일어난 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 이 모자를 무심코 던질 때, A와 같이 떨어질 확률을 예측하여라.

모자의 모양	횟수
 A	432
 B	568

한편 많은 횟수의 실험이나 관찰을 하지 않고도 확률을 생각할 수 있는 경우가 있다.

이를테면 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 가능성과 뒷면이 나올 가능성은 같다고 할 수 있으므로 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이라고 할 수 있다.

즉, 앞면이 나올 확률은 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\frac{(\text{앞면이 나오는 경우의 수})}{(\text{동전을 던져 나오는 모든 경우의 수})}=\frac{1}{2}$$

일반적으로 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n이고, 각 경우가 일어날 가능성이 같다고 하자. 이때 어떤 사건 A가 일어나는 경우의 수가 a이면 그 사건 A가 일어날 확률 p는 다음과 같다.

확률은 보통 영어 단어 probability(확률)의 첫 글자 p로 나타낸다.

$$p=\frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}=\frac{a}{n}$$

문제 2 주머니 속에 1에서 6까지의 숫자가 각각 적힌 모양과 크기가 같은 6개의 공이 들어 있다. 주머니 속에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자가 다음과 같을 확률을 구하여라.

(1) 홀수 (2) 6의 약수

문제해결

다음 표는 어느 야구 팀에서 A 선수와 B 선수의 금년도 타격 성적을 나타낸 것이다.
9회 말 마지막 득점 기회에 감독은 두 선수 중 어느 선수를 대타로 기용하는 것이 팀을 승리로 이끄는 데 더 유리할지 말하여 보자.

선수	A	B
타수	100	120
안타	30	33



예 제 1 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 모두 짝수의 눈이 나올 확률을 구하여라.



● 풀이 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 눈이 나오는 모든 경우의 수는 다음 표와 같이 $6\times6=36$이다.

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

이때 모두 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

의 9이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

답 ● $\frac{1}{4}$

문제 3 100원짜리 동전 한 개와 500원짜리 동전 한 개를 동시에 던질 때, 앞면이 한 개만 나올 확률을 구하여라.

문제 4 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리의 자연수를 만들 때, 그 수가 30보다 작을 확률을 구하여라.

의사소통

미진이와 희수는 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나오면 미진이가 이기고, 4 미만의 눈이 나오면 희수가 이기는 놀이를 하였다. 이 놀이에서 희수가 이길 확률을 다음과 같이 구하였을 때, 옳게 구한 것인지 말하여 보자.

> 미진이가 이기는 경우의 수는 2이고, 희수가 이기는 경우의 수는 3이므로 희수가 이길 확률은 $\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$이다.

수준별

경우의 수: 사건이 일어나는 가짓수

1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 3 이상의 눈이 나오는 경우의 수

(2) 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

(3) 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수

(4) 소수의 눈이 나오는 경우의 수

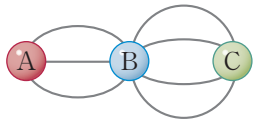
사건 A, B의 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$

2 어느 음식점에서는 5가지 종류의 중식과 4가지 종류의 한식을 판매하고 있다. 중식 또는 한식 중에서 한 가지를 주문하는 경우의 수를 구하여라.



사건 A의 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B의 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$

3 A 지점에서 B 지점으로 가는 길은 3가지이고, B 지점에서 C 지점으로 가는 길은 4가지이다. A 지점을 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점으로 가는 경우의 수를 구하여라.



4 남학생 3명, 여학생 5명으로 구성되어 있는 댄스 동아리 회원 중에서 임의로 한 명을 리더로 정하려고 할 때, 여학생이 선택될 확률을 구하여라.



5 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드가 들어 있는 주머니에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3의 배수가 나올 확률을 구하여라.

중/단/원 기본

수준별

경우의 수

1 1에서 20까지의 숫자가 각각 적힌 20장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수를 구하여라.

경우의 수

2 50원짜리, 100원짜리, 500원짜리 동전 한 개씩을 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.



경우의 수

3 A, B, C, D 4명의 후보가 있을 때, 다음을 구하여라.

(1) 대의원 2명을 뽑는 경우의 수

(2) 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수



확률의 뜻

4 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 3장의 카드가 있다. 이 카드에서 두 장을 뽑아 카드에 적힌 숫자로 두 자리 정수를 만들 때, 그 정수가 3의 배수일 확률을 구하여라.

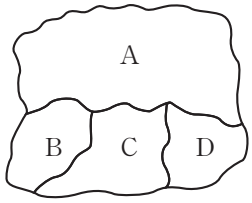
확률의 뜻

5 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 주사위는 소수의 눈, 동전은 앞면이 나올 확률을 구하여라.

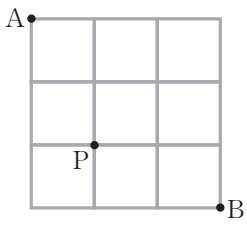
중/단/원 실력

• 이웃한 나라가 많은 순서대로 칠한다.

1 오른쪽 그림과 같은 지도에서 각 나라 A, B, C, D에 빨강, 노랑, 초록, 파랑으로 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 몇 번이든 사용해도 좋으나 이웃한 나라는 다른 색으로 칠하려고 할 때, 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



2 오른쪽 그림과 같은 도로에서 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점으로 가려고 한다. 이때 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 이용한다.

3 주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 구슬이 5개, 노란 구슬이 x개, 파란 구슬이 y개 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 노란 구슬이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$라고 한다. x, y의 값을 구하여라.

4 상자 안에 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드가 들어 있는데 여기서 한 장을 뽑고 다시 넣기를 두 번 반복한다고 한다. 처음 뽑은 카드에 적힌 숫자를 x, 나중에 뽑은 카드에 적힌 숫자를 y라고 할 때, $3x+y>18$이 될 확률을 구하여라.

2 확률의 성질과 계산



준 | 비 | 학 | 습

경우의 수
일어날 수 있는 경우의 가짓수

확률
어떤 사건이 일어날 확률은
$\frac{\text{(어떤 사건이 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어날 수 있는 모든 경우의 수)}}$

1 1에서 50까지의 숫자가 각각 적혀 있는 50개의 제비가 들어 있는 상자 안에서 한 개의 제비를 꺼낼 때, 다음을 구하여라.



(1) 3의 배수가 나오는 경우의 수

(2) 7의 배수 또는 8의 배수가 나오는 경우의 수

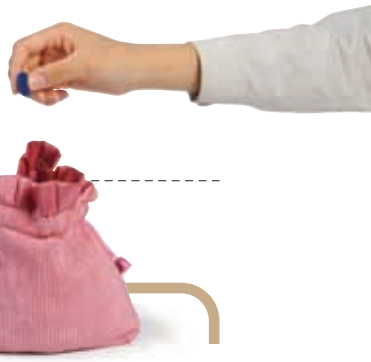
2 다음은 서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 수의 모든 경우를 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
	1	2	3	4	5	6

(1) 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

(2) 두 눈의 합이 2 이상 4 미만이 되는 것에 ○표 하고, 이 경우의 확률을 구하여라.

2-1 확률의 성질



● 확률의 기본 성질을 이해한다.

확률에는 어떤 성질이 있는가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 A, B, C 3개의 주머니에 모양과 크기가 같은 빨간 공과 파란 공이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.



1 A 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률을 구하여 보자.

2 B 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 가능성이 있는가?

3 C 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률을 구하여 보자.

탐구 활동의 A 주머니에 들어 있는 6개의 공 중에서 파란 공이 4개이므로 A 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

이다.

한편 B 주머니에는 빨간 공만 6개 들어 있고, 파란 공은 들어 있지 않으므로 B 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

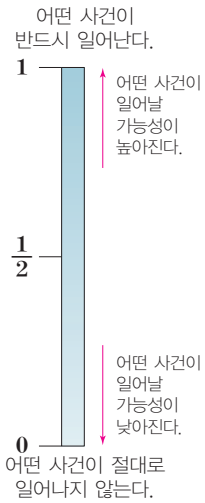
$$\frac{0}{6}=0 \qquad \cdots\cdots ①$$

이다.

또 C 주머니에는 파란 공만 6개 들어 있으므로 C 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{6}{6}=1 \qquad \cdots\cdots ②$$

이다.



이때 ①은 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률이고, ②는 반드시 일어나는 사건의 확률이다.

따라서 어떤 사건이 일어날 확률은 0 이상 1 이하임을 알 수 있다.

일반적으로 확률에는 다음과 같은 성질이 있다.

확률의 성질 [1]

(1) 어떤 사건이 일어날 확률을 p라고 하면 $0 \le p \le 1$이다.
(2) 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.
(3) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

문 제

상자 안에 모양과 크기가 같은 포도 맛 사탕과 딸기 맛 사탕이 10개 들어 있고, 그중에 포도 맛 사탕이 다음과 같이 섞여 있다. 이 상자에서 임의로 한 개의 사탕을 꺼낼 때, 그것이 포도 맛 사탕일 확률을 각각 구하여라.

(1) 3개 (2) 0개 (3) 10개



한 개의 주사위를 던질 때, 나온 눈이 3의 배수가 아닐 확률을 구하여 보자.

3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지이므로 3의 배수일 확률은

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

이다.

3의 배수의 눈이 나오지 않는 경우는 $(6-2)$가지이므로 나온 눈이 3의 배수가 아닐 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(3\text{의 배수가 아닐 확률})&=\frac{6-2}{6}\\&=1-\frac{2}{6}\\&=1-\frac{1}{3}=1-(3\text{의 배수일 확률})\end{aligned}$$

즉, 3의 배수가 아닐 확률은 $1-(3\text{의 배수일 확률})$임을 알 수 있다.

일반적으로 확률에는 다음과 같은 성질이 있다.

확률의 성질 [2]

사건 A가 일어날 확률을 p라고 하면

(사건 A가 일어나지 않을 확률)$=1-p$

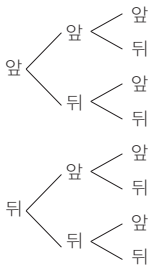
문제 2 현지와 영재가 배드민턴 시합을 하기로 하였다. 현지가 이길 확률이 40 %라고 하면 영재가 이길 확률은 몇 %인지 구하여라. (단, 이 시합에서 비기는 경우는 없다.)



예제 1

세 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률을 구하여라.

500원 100원 50원



● 풀이 '적어도 한 개는 앞면이 나온다.'는 것은 세 개 모두 뒷면이 나오는 것을 제외한 경우이다.

이때 모든 경우의 수는 8이고, 세 개 모두 뒷면이 나오는 경우의 수는 1이므로 세 개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{8}$이다.

따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

답 ● $\frac{7}{8}$

발전 **문제 3** 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 동시에 두 장을 뽑을 때, 적어도 한 장은 짝수가 나올 확률을 구하여라.

의사소통 일상생활에서 확률이 0 또는 1이 되는 경우를 각각 말하여 보자.

2-2 확률의 계산

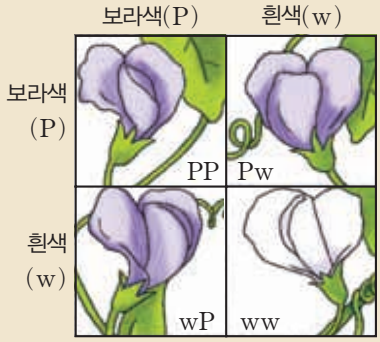
● 확률을 계산할 수 있다.

사건 A 또는 B가 일어날 확률은 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

유전 법칙

생물의 유전 법칙을 수학 이론으로 설명하기도 한다. 오스트리아의 생물학자인 멘델(Mendel, G. J. ; 1822~1884)이 이와 같은 연구를 처음 시도하였으며 그의 연구는 오늘날 유전학의 시초가 되었다. 오른쪽 그림은 보라색(P)과 흰색(w)의 유전 인자를 가진 두 꽃에서 얻은 씨앗에서 피는 꽃의 색과 유전 인자를 나타낸 것이다.



탐 구 활 동

창의력 기르기를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 보라색 꽃이 필 확률을 구하는 방법을 여러 가지로 생각하여 보자.

2 유전 인자가 같은 보라색 꽃이 필 확률을 구하여 보자.

3 유전 인자가 다른 보라색 꽃이 필 확률을 구하여 보자.



각 면에 1에서 12까지의 숫자가 각각 적힌 정십이면체 모양의 주사위 한 개를 한 번 던질 때, 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률을 구하여 보자.

3 이하의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3의 3가지이고, 9 이상의 눈이 나오는 경우는 9, 10, 11, 12의 4가지이므로 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3+4=7$$

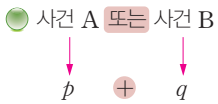
이다. 따라서 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3+4}{12}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$$

이다.

즉, 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률은 3 이하의 눈이 나올 확률과 9 이상의 눈이 나올 확률의 합과 같음을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.



사건 A 또는 B가 일어날 확률

사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A 또는 B가 일어날 확률)$=p+q$

예 제 1 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 4 또는 8이 될 확률을 구하여라.

● 풀이 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 36이다. 그런데 눈의 합이 4가 되는 경우는

$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$

의 3가지이므로 눈의 합이 4가 되는 확률은 $\frac{3}{36}$이다.

또 눈의 합이 8이 되는 경우는

$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$

의 5가지이므로 눈의 합이 8이 될 확률은 $\frac{5}{36}$이다.

따라서 눈의 합이 4 또는 8이 될 확률은

$$\frac{3}{36}+\frac{5}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

답 ● $\frac{2}{9}$

문제 1 각 면에 1에서 20까지의 숫자가 각각 적힌 정이십면체 모양의 주사위 한 개를 한 번 던질 때, 5의 배수 또는 6의 배수의 눈이 나올 확률을 구하여라.



문제 2 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 적힌 수의 차가 2 또는 3이 될 확률을 구하여라.

사건 A와 B가 동시에 일어날 확률은 어떻게 구하는가?



창의력 기르기

가위바위보

가위바위보는 어떤 놀이에서 순서를 정하거나 술래를 고를 때, 널리 사용하는 게임이다. 2004년 가위바위보 게임의 우수성과 건전성을 인식하여 국민 정서 건강의 향상과 건전한 게임 문화의 육성을 목적으로 한국 가위바위보 협회가 설립되어 가위바위보 대회를 개최하고 있다.

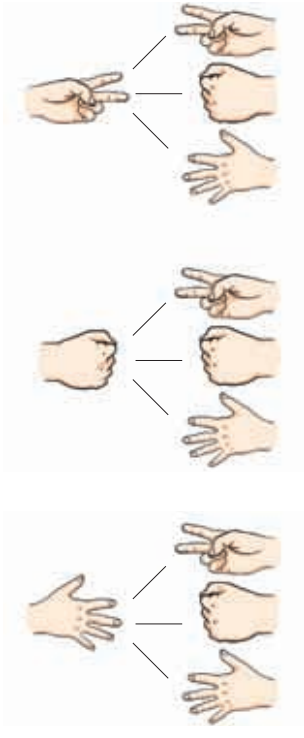
탐 구 활 동

지연이와 승철이가 가위바위보를 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 지연이가 가위를 낼 확률은 얼마인가?

2 승철이가 가위를 낼 확률은 얼마인가?

3 지연이와 승철이가 모두 가위를 낼 확률은 얼마인가?



탐구 활동에서 지연이가 가위를 내는 경우는 1가지이고, 승철이가 가위를 내는 경우도 1가지이다. 따라서 지연이와 승철이가 가위바위보를 할 때, 두 사람 모두 가위를 내는 경우의 수는

$$1\times1=1$$

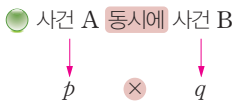
이다. 한편 두 사람이 가위바위보를 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $3\times3=9$이므로 지연이와 승철이가 모두 가위를 낼 확률은

$$\frac{1\times1}{3\times3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

이다.

즉, 이 확률은 지연이가 가위를 낼 확률 $\frac{1}{3}$과 승철이가 가위를 낼 확률 $\frac{1}{3}$의 곱과 같음을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.



사건 A와 B가 동시에 일어날 확률

사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않는 경우 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A와 B가 동시에 일어날 확률)$=p\times q$

예제 2

주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 구슬 2개, 파란 구슬 3개, 흰 구슬 5개가 들어 있다. 먼저 주현이가 한 개를 꺼내 확인하고 다시 넣은 후 병호가 한 개를 꺼낼 때, 주현이는 흰 구슬을 꺼내고 병호는 파란 구슬을 꺼낼 확률을 구하여라.



● 풀이 주현이가 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $2+3+5=10$이고 흰 구슬을 꺼내는 경우의 수는 5이다.

따라서 주현이가 흰 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이다.

또 병호가 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 10이고 파란 구슬을 꺼내는 경우의 수는 3이다.

따라서 병호가 파란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$이다.

그러므로 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{20}$이다.

답 ● $\frac{3}{20}$

문제 3 500원짜리 동전 한 개와 100원짜리 동전 한 개를 동시에 던질 때, 둘 다 앞면이 나올 확률을 구하여라.

발전 **문제 4** 5개의 제비 중에 2개의 당첨 제비가 있다. 먼저 혜정이가 한 개를 뽑아 확인하고 다시 넣은 후 선호가 한 개를 뽑을 때, 혜정이는 당첨되고 선호는 당첨되지 않을 확률을 구하여라.

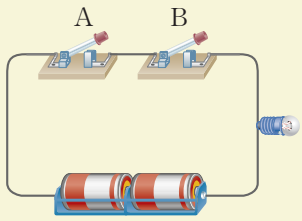


함께 만들어요

문제 5 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 확률을 구하는 문제를 만들고 풀어 보아라.

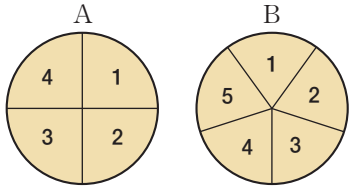
창의 UP

오른쪽 그림과 같은 전기 회로에서 스위치 A, B가 닫힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$일 때, 전구에 불이 들어올 확률을 구하는 방법을 설명하여라.



문제해결

오른쪽 그림과 같이 4등분이 되어 있는 원판 A에는 1, 2, 3, 4의 숫자가 적혀 있고, 5등분이 되어 있는 원판 B에는 1, 2, 3, 4, 5가 적혀 있다. 두 개의 원판을 하나씩 차례대로 돌린 후 화살을 쏘았을 때, 화살을 두 원판 모두 소수가 적힌 부분에 맞힐 확률을 구하여 보자.(단, 화살은 원판을 반드시 맞히며 경계선에 닿는 경우는 없다.)



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

기상학자

기상학자는 다양한 방법으로 기후에 관한 자료를 수집하고, 이를 분석하여 일기를 예측한다. 기상학자들은 기류의 방향과 속도, 기압, 온도, 습도 및 기타 여러 가지 현상을 조사하고 탐구하여 대기 상황에 관한 자료를 근거로 기상도를 만든다. 기상도를 바탕으로 하는 일기 예보에는 대기 현상 자체에 대한 내용과 대기 상태의 변화에 따른 폭풍이나 홍수 등의 내용이 포함된다. 보다 정확한 일기 예보를 위하여 기상학자들은 통계와 확률을 적극 활용하고 있다.



중/단/원 기초

수준별

어떤 사건이 일어날 확률을 p라고 하면 $0 \le p \le 1$이다.

1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 4의 약수의 눈이 나올 확률

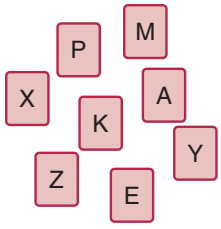
(2) 7의 배수의 눈이 나올 확률

(3) 한 자리 자연수의 눈이 나올 확률

(4) 5의 눈이 나오지 않을 확률

2 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 6 또는 10이 될 확률을 구하여라.

3 종이 봉투 속에 오른쪽 그림과 같은 알파벳 카드가 8장 들어 있다. 동전 한 개를 던지고, 봉투 속에서 알파벳 카드 한 장을 꺼낼 때, 동전은 뒷면, 알파벳 카드는 M, P, Z 중에서 하나가 나올 확률을 구하여라.



사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

4 민경이는 내일 비가 오지 않으면 가족들과 나들이를 가기로 하였다. 내일 비가 올 확률이 $\frac{3}{10}$이라면, 내일 비가 오지 않아 나들이를 가게 될 확률을 구하여라.



5 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 합이 3이 아닐 확률을 구하여라.

확률의 성질

1 네 개의 동전을 동시에 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 앞면이 한 개만 나올 확률

(2) 앞면이 적어도 한 개가 나올 확률



확률의 성질

2 1에서 7까지의 숫자가 각각 적힌 카드 7장이 있다. 이 중에서 현철이는 1, 3, 7이 적힌 카드를 가지고 있고, 소현이는 2, 4, 5, 6이 적힌 카드를 가지고 있다. 두 사람이 무심히 카드를 한 장씩 내려놓을 때, 현철이가 낸 카드의 수가 더 클 확률을 구하여라.

확률의 계산

3 다음과 같이 숫자 카드가 들어 있는 두 상자에서 각각 한 장의 카드를 뽑을 때, 뽑은 카드의 두 수의 합이 4 또는 5일 확률을 구하여라.



확률의 계산

4 상자 안에 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 카드 한 장을 꺼내 숫자를 확인하고 다시 넣은 후 다시 한 장을 꺼낼 때, 처음에는 짝수가 나오고 두 번째에는 홀수가 나올 확률을 구하여라.

확률의 계산

5 오른쪽 그림과 같이 64개의 쌓기 나무를 쌓아서 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 흐트러뜨린 다음 쌓기 나무 한 개를 집었을 때, 적어도 한 면이 색칠된 쌓기 나무일 확률을 구하여라.



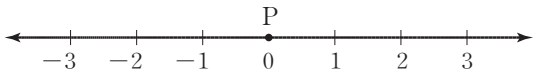
수준별

• 먼저 여학생이 한 명도 뽑히지 않을 확률을 구하여 본다.

1 희수네 학교 영화 감상반의 2학년 학생 중에는 남학생과 여학생이 각각 4명씩 있다. 이번에 2학년 학생 중에서 대표 2명을 뽑기로 하였을 때, 2명의 대표 중에서 적어도 한 명은 남학생이 될 확률을 구하여라.

• 동전의 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나올 때, 점 P의 좌표가 1이다.

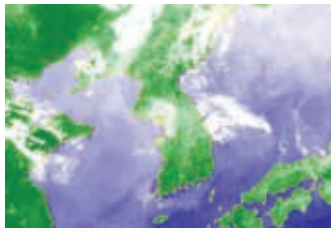
2 수직선 위에 점 P가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼 움직이기로 하였다. 원점에서 시작하여 동전을 3번 던졌을 때, 점 P의 좌표가 1일 확률을 구하여라.



3 두 개의 접시에 만두가 각각 10개씩 놓여 있다. 이 중에서 김치 만두가 한 접시에는 5개, 다른 접시에는 3개가 있다. 각 접시에서 만두를 하나씩 집어서 먹을 때, 적어도 하나는 김치 만두일 확률을 구하여라.



4 기상 예보에 의하면 어느 도시에 내일 비가 올 확률은 80 %, 모레 비가 올 확률은 30 %라고 한다. 이때 다음을 구하여라. (단, 확률은 백분율로 나타내어라.)



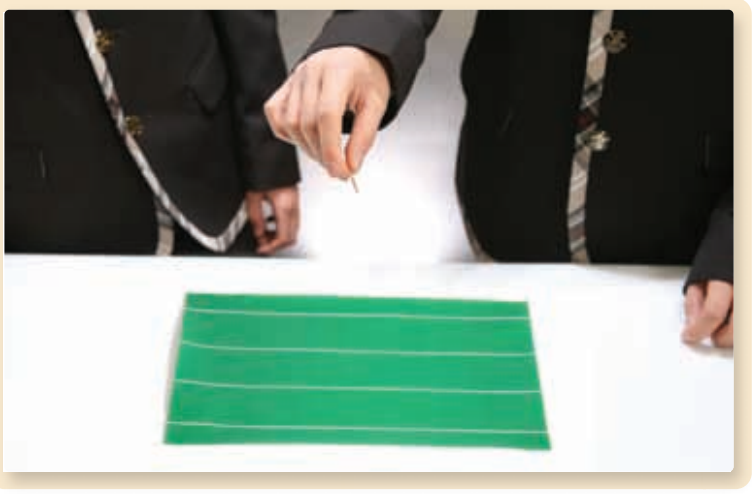
(1) 내일, 모레 이틀 연속 비가 올 확률

(2) 내일, 모레 중 하루는 비가 오고, 다른 날은 비가 오지 않을 확률

확률을 이용하여 π값 구하기

원은 삼각형, 사각형과 달리 둘레의 길이나 넓이를 구하기 위해서는 원의 지름에 대한 둘레의 비를 알아야만 한다. 이것을 원주율이라고 하고, π로 나타낸다.
1777년 프랑스의 뷔퐁(Buffon ; 1707~1788)은 평행선들이 일정한 간격으로 그어진 평면에 바늘을 떨어뜨리는 문제를 고안하여 원주율 π를 확률적으로 계산하였다. 이 방법은 시행하는 횟수를 많이 할수록 실제 π에 가까운 값을 얻을 수 있다.

다음 그림과 같이 종이에 4 cm 간격으로 평행선을 긋고, 이쑤시개를 2 cm의 길이로 잘라서 만든 바늘을 종이 위에 떨어뜨려 보자.



과제 1 바늘을 50번, 70번, 100번 떨어뜨리는 실험을 하여 바늘이 선에 닿을 확률을 각각 구하여 보자.

과제 2 과제 1에서 구한 확률의 역수를 소수로 나타내고, 그것을 원주율 π의 값과 비교하여 보자. (단, 소숫점 아래 세째 자리에서 반올림한다.)



학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	경우의 수를 구할 수 있는가?			
	확률의 의미와 그 기본 성질을 이해하였는가?			
	확률을 계산할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 경우의 수

사건과 경우의 수

(1) 사건: 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과

예 주사위를 한 번 던질 때 '5의 눈이 나온다.', '짝수의 눈이 나온다.'

(2) 경우의 수: 사건이 일어나는 가짓수

예 주사위를 한 번 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 2, 4, 6의 3이다.

---

(1) 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는

$$m+n$$

(2) 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는

$$m \times n$$

2 확률의 뜻

확률

(1) 같은 조건 아래에서 많은 횟수의 실험이나 관찰을 할 때, 어떤 사건 A가 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 확률이라고 한다.

(2) 사건 A가 일어날 확률 p는

$$p=\frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}$$

3 확률의 성질

확률의 성질

어떤 사건 A가 일어날 확률을 p라고 하면

(1) $0 \le p \le 1$

(2) 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.

(3) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

(4) 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

4 확률의 계산

사건 A 또는 B가 일어날 확률

사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A 또는 B가 일어날 확률)$=p+q$

사건 A와 B가 동시에 일어날 확률

사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A와 B가 동시에 일어날 확률)$=p \times q$



이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 사건, 확률

우정의 주먹밥





생각 키/우/기

○표 카드 2장과 ×표 카드 1장을 주머니에 넣고 뽑았을 때, 만화와 다른 일이 일어나는 경우를 알아보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 남자 6명, 여자 4명으로 이루어진 탁구 팀에서 한 사람씩 뽑아 혼합 복식 경기에 나갈 수 있는 경우의 수는?

① 10 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 36

2 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

3 상자 안에 1에서 4까지의 숫자가 각각 적힌 4장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 2장의 카드를 뽑아 만들 수 있는 두 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 6가지 ② 8가지 ③ 12가지
④ 14가지 ⑤ 16가지

4 A, B, C, D 네 사람이 이어달리기를 하려고 한다. 달리는 순서를 정하는 경우의 수는?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 24 ⑤ 32

5 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 12보다 클 확률은?

① 0 ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6 명중률이 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$인 두 사격 선수가 차례로 표적을 향해 사격을 할 때, 적어도 한 사람은 명중시킬 확률은?

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

7 어느 농구 선수가 지금까지 300번의 자유투를 던져서 168번 성공하였다고 한다. 이 선수가 다음 경기에서 12번의 자유투를 던진다면 몇 번쯤 성공할 수 있겠는가?

① 약 3번 ② 약 5번 ③ 약 7번
④ 약 9번 ⑤ 약 11번

8 한 개의 주사위를 던질 때, 소수 또는 합성수의 눈이 나올 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

9 주머니 속에 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10개의 공이 들어 있다. 이 중에서 공을 하나 꺼내 숫자를 확인하고 그 공을 넣은 다음 다시 하나를 꺼낼 때, 처음에는 4의 약수가 나오고 나중에는 4의 배수가 나올 확률은?

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{3}{50}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10 A 주머니 속에는 흰 바둑돌이 5개, 검은 바둑돌이 3개 들어 있고, B 주머니 속에는 흰 바둑돌이 2개, 검은 바둑돌이 6개 들어 있다. 두 주머니에서 각각 한 개씩의 바둑돌을 꺼낼 때, 서로 다른 색이 나올 확률은?

① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{9}{16}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

서/답/형

11 효선이네 학교 연극 동아리의 학생 20명 중에서 주연 1명과 조연 1명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

12 학생 음악 경연 대회에 준석이네 반 대표로 준석, 희연, 미선, 은수 4명이 한 팀을 이루어 나가기로 하였다. 4명이 한 줄로 무대에 설 때, 준석이와 희연이가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

13 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 A 주사위의 눈을 x, B 주사위의 눈을 y라고 하자. 이때 $x+2y=10$이 될 확률을 구하여라.

|서술형|

14 주머니 속에 빨간 구슬이 x개, 노란 구슬이 8개, 파란 구슬이 y개 들어 있다. 이 중에서 임의로 1개를 꺼낼 때, 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 파란 구슬이 나올 확률을 $\frac{2}{5}$라고 한다. x, y의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

15 비가 온 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{5}$이고, 비가 오지 않은 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$이라고 한다. 월요일에 비가 내렸다고 할 때, 그 주의 수요일에 비가 올 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

열쇠의 비밀

예로부터 열쇠는 권위의 상징이었고, 마귀를 물리치는 도구로도 사용되었다. 옛날 서양에서는 임신한 여성이 열쇠를 지니고 있으면 순산한다고 믿었고, 요람에 열쇠를 넣어 두면 나쁜 귀신이 아기를 건드리지 못한다고 믿었다.

우리나라에서 열쇠는 전통적으로 가정에서의 지위를 상징하는 것이었다. 며느리가 들어온 집에서 적당한 시기가 되면 시어머니가 며느리에게 곳간 열쇠를 물려주는데, 이는 며느리가 시어머니의 뒤를 이어 집안일을 위임받는다는 뜻이었다.

오늘날 자물쇠와 열쇠는 그 전통적인 모양에서 많이 바뀌어 비밀번호를 눌러야 열리는 자물쇠, 지문을 인식해야 열리는 자물쇠 등 첨단 장비로 변형되어 가고 있다.

이와 같이 부적과 행운 그리고 권위와 위엄으로 대변되는 열쇠에는 아주 재미있는 수학이 숨어있다.

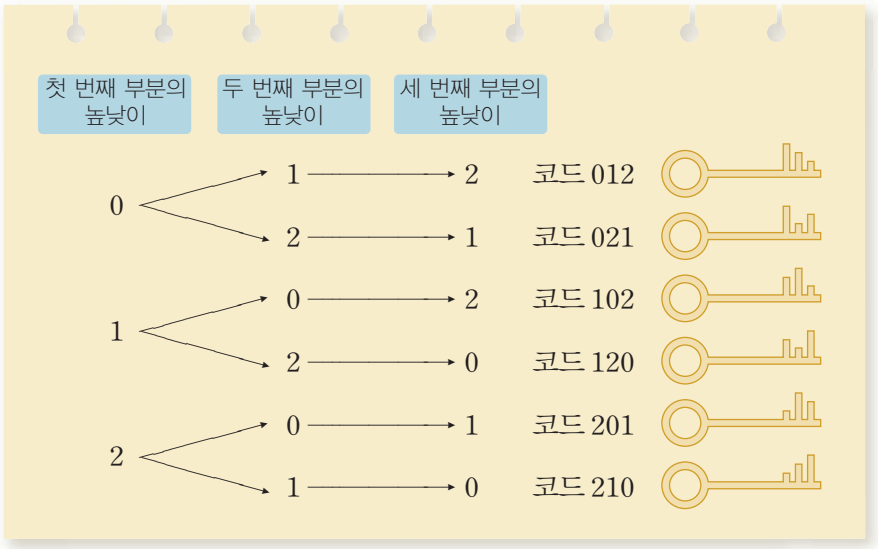
열쇠의 모양과 종류는 다양한데, 아래 그림과 같이 세 부분을 이용하여 열쇠를 만드는 경우를 생각하여 보자.



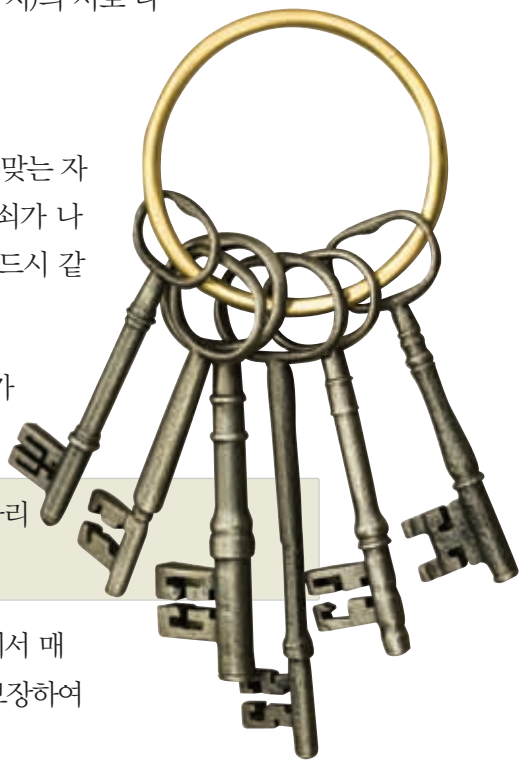
먼저 열쇠를 만들 때 열쇠의 긴 막대기 끝 부분의 높낮이에 따라 각각 0, 1, 2의 번호를 붙이는데, 이와 같이 번호를 붙이는 것을 '코드화한다.'고 한다. 이렇게 코드화해서 붙은 번호들을 그 열쇠의 '코드'라고 한다.

위의 그림과 같이 세 부분을 이용하여 열쇠를 만들 때, 높낮이가 모두 다른 열쇠를 몇 개나 만들 수 있을까?

다음과 같이 코드화하여 세 부분의 높낮이가 모두 다른 열쇠를 만들어 보자.



위의 그림에서 알 수 있듯이 모두 다른 높낮이를 가진 열쇠는 여섯 가지를 만들 수 있다. 여섯 가지가 나오는 이유는 첫 번째에서 세 가지의 높이를 선택할 수 있고, 두 번째에서는 두 가지, 그리고 마지막은 한 가지밖에 선택할 수 없기 때문이다. 즉, 만들 수 있는 열쇠는 모두 $3\times2\times1=6$(가지)이다. 그러나 같은 높이를 허용한다면 세 군데 각각 세 가지씩을 선택할 수 있으므로 $3\times3\times3=27$(가지)의 서로 다른 열쇠를 만들 수 있다.



이와 같은 사실로부터 재미있는 상상을 할 수 있다.

위와 같이 같은 높이를 허용하여 만든 열쇠와 그 열쇠에 맞는 자물쇠가 28쌍 있다고 하자. 그러면 서로 다른 열쇠와 자물쇠가 나오는 경우의 수는 27가지이므로 28쌍의 자물쇠 중에는 반드시 같은 열쇠로 열리는 것이 있다.

이와 비슷한 이야기로 다음과 같은 '비둘기 집의 원리'가 있다.

> "28마리의 비둘기를 27개의 비둘기 집에 적어도 한 마리씩 넣으려면 2마리 이상 들어간 집이 반드시 있다."

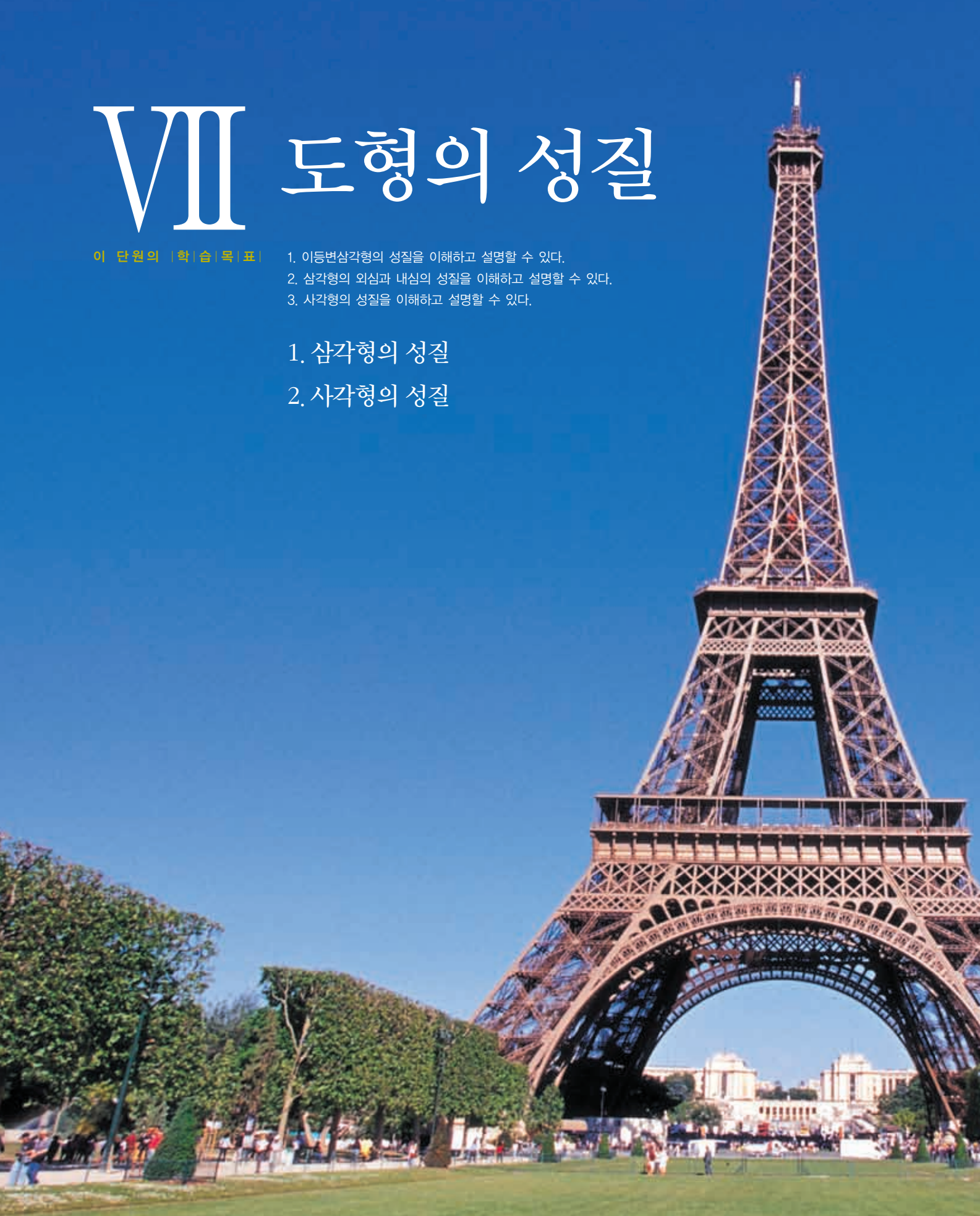
그냥 보기에도 너무 당연한 '비둘기 집의 원리'는 수학에서 매우 중요한 이론으로 어떤 형태의 배열이 항상 있다는 것을 보장하여 준다.

Ⅶ 도형의 성질

이 단원의 학습목표

1. 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
2. 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
3. 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

1. 삼각형의 성질
2. 사각형의 성질





에펠 탑은 1889년 프랑스 혁명 100주년 기념 만국 박람회의 상징으로 세워진 높이 약 320 m의 철탑으로 건축가인 구스타브 에펠(Eiffel, A. G.; 1832~1923)이 설계하였다. 건설 초기에는 파리의 미관을 해친다는 이유로 많은 이들에게 외면을 받기도 했지만 오늘날에는 프랑스뿐만 아니라 유럽을 대표하는 상징물이 되었다.

에펠 탑은 약 6400톤에 이르는 18038개의 금속 부품과 250만 개의 못이 사용되었으며 탑의 각 부분은 많은 삼각형으로 이루어져 있다.

에펠 탑과 같은 거대한 건축물들의 구조가 삼각형인 이유는 삼각형 모양의 구조가 힘을 분산시켜 모양을 바꾸지 않고 안정적이기 때문이다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초3~4학년군]
- 여러 가지 삼각형
- 여러 가지 사각형

[중1~3학년군]
- 기본 도형
- 작도와 합동
- 평면도형

이 단원에서 공부할 내용

1. **삼각형의 성질**
   - 이등변삼각형
   - 직각삼각형의 합동
   - 삼각형의 외심과 내심
2. **사각형의 성질**
   - 평행사변형
   - 여러 가지 사각형

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 피타고라스 정리
- 피타고라스 정리의 활용
- 원과 직선

[수학II]
- 명제

1 삼각형의 성질

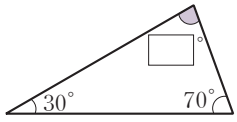


준 | 비 | 학 | 습

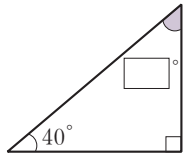
삼각형의 내각의 크기의 합
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

1 다음 그림에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1)

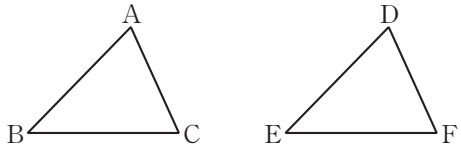


(2)



삼각형의 합동조건
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

2 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$가 되도록 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



(1) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=$ □, $\overline{AC}=$ □

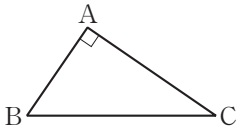
(2) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=$ □, $\angle B=$ □

(3) $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=$ □, $\angle C=$ □

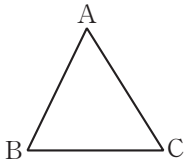
각의 크기에 따른 삼각형의 종류
- 예각삼각형: 세 내각이 모두 예각인 삼각형
- 직각삼각형: 한 내각이 직각인 삼각형
- 둔각삼각형: 한 내각이 둔각인 삼각형

3 다음 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하여 각각의 이름을 말하여라.

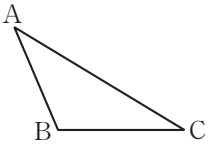
(1)



(2)



(3)



1-1 이등변삼각형

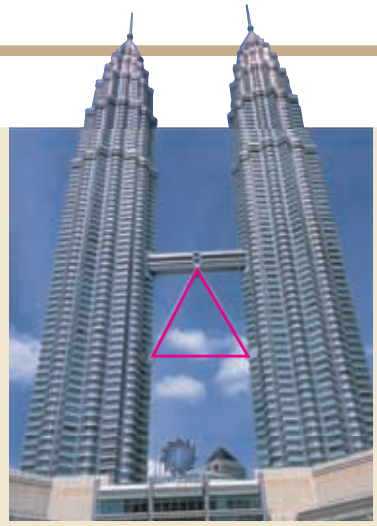
● 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

이등변삼각형에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

페트로나스 트윈 타워

말레이시아의 수도인 쿠알라룸푸르에 있는 페트로나스 트윈 타워는 41층에 두 건물을 연결하는 구름다리가 있다. 이 구름다리를 지탱하는 두 지지대를 오른쪽 그림과 같이 선으로 이어 보면 이등변삼각형 모양을 찾을 수 있다.



탐 구 활 동

● **준비물**
색종이, 가위

다음 그림과 같이 색종이를 반으로 접은 후 대각선을 따라 가위로 오려서 만들어진 △ABC에 대하여 물음에 답하여 보자.



1 두 변 AB와 AC의 길이를 비교하여 보자.

2 △ABC는 어떤 삼각형인가?

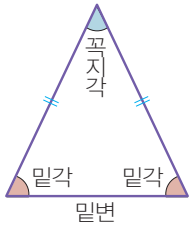
3 ∠ABC와 ∠ACB의 크기를 비교하여 보자.

이등변삼각형은

'두 변의 길이가 같은 삼각형'

이다. 이때 길이가 같은 두 변이 이루는 각을 꼭지각, 꼭지각의 대변을 밑변, 밑변의 양 끝 각을 밑각이라고 한다.

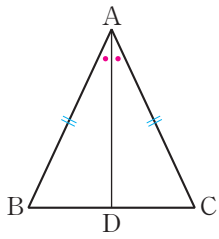
위의 사실을 이용하여 이등변삼각형의 여러 가지 성질을 알아보자.



먼저 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 알아보자.

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 $\triangle ABC$에서

$\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ …… ①

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ②

$\overline{AD}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

이다.

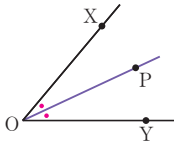
따라서 $\angle B=\angle C$임을 알 수 있다.

이상에서 다음과 같은 성질을 알 수 있다.

이등변삼각형의 성질 [1]

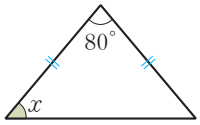
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

∠XOY가 반직선 OP에 의하여 크기가 같은 두 개의 각으로 나누어질 때, 반직선 OP를 ∠XOY의 이등분선이라고 한다.

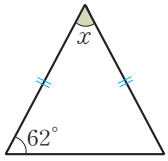


문제 1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

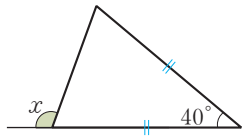
(1)



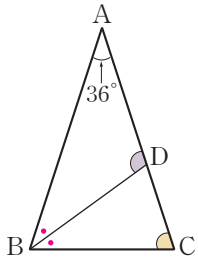
(2)



(3)



발전 문제 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 변 AC의 교점을 D라고 하자. $\angle A=36^\circ$일 때, $\angle C$와 $\angle BDA$의 크기를 구하여라.

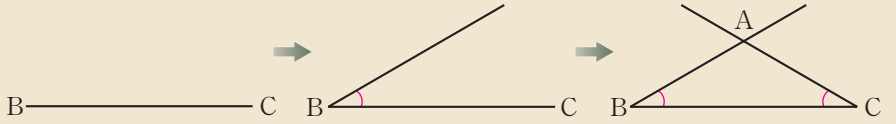


두 내각의 크기가 같은 삼각형은 어떤 삼각형인가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 그려 보고, 물음에 답하여 보자.

● **준비물**
종이, 자, 각도기



❶ 종이 위에 선분 $\overline{BC}$를 그린다.

❷ 각도기를 사용하여 $\angle B = \angle C$인 두 반직선을 그린다.

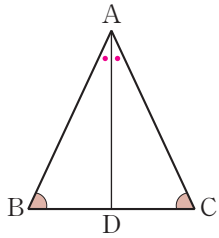
❸ 두 반직선의 교점을 A라고 하자.

1 자를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 비교하여 보자.

2 삼각형 ABC는 어떤 삼각형이라고 할 수 있는가?

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 알아보자.

$\angle B = \angle C$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$$\angle B = \angle C$$

$$\angle BAD = \angle CAD \quad \cdots\cdots ①$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$$\angle ADB = \angle ADC \quad \cdots\cdots ②$$

$\overline{AD}$는 공통 $\cdots\cdots ③$

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

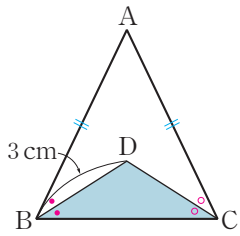
따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$임을 알 수 있다.

이상에서 다음을 알 수 있다.

이등변삼각형이 되는 조건

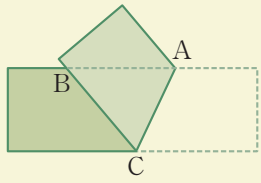
두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

문제 3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 D라고 하자. $\overline{BD}=3\,\text{cm}$일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



창의 UP

오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, 겹쳐진 부분의 △ABC는 이등변삼각형이다. 그 이유를 설명하여라.



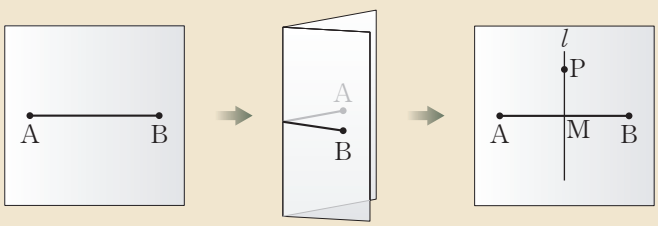
선분의 수직이등분선이란 무엇인가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 투명 종이 위에 점과 선을 그린 후, 물음에 답하여 보자.

- **준비물**
  투명 종이, 자

❶ 투명 종이 위에 선분 AB를 그린다.
❷ 점 A와 점 B가 포개어지도록 접은 후 다시 편다.
❸ 접힌 선을 따라 직선 l을 긋고, 직선 l 위에 한 점 P를 잡은 후 직선 l과 선분 AB의 교점을 M이라고 한다.

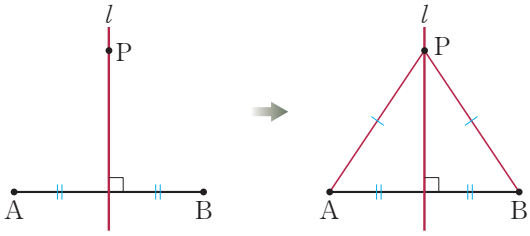


1 선분 AM과 선분 BM의 길이를 비교하여 보자.

2 $\angle AMP$와 $\angle BMP$의 크기를 비교하여 보자.

3 선분 PA와 선분 PB를 그리고, 그 길이를 비교하여 보자.

탐구 활동에서 직선 l은 선분 AB의 중점을 지나고, 선분 AB에 수직임을 알 수 있다. 또 $\overline{PA}=\overline{PB}$임을 알 수 있다.



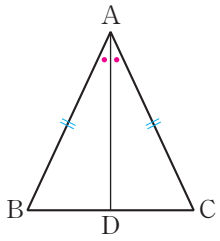
이와 같이 주어진 선분의 중점을 지나면서 선분에 수직인 직선을 그 선분의 **수직이등분선**이라고 한다.

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$임을 설명하여라.

(2) (1)의 결과를 이용하여 $\overline{AD}$가 $\overline{BC}$를 수직이등분함을 설명하여라.



종이 위에 이등변삼각형을 그리고 오린 다음 꼭지각을 반으로 접어서 확인할 수 있다.

풀이 (1) $\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$$\overline{AB}=\overline{AC} \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle BAD=\angle CAD \quad \cdots\cdots ②$$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형의 성질에 의하여 두 밑각의 크기가 같으므로

$$\angle ABD=\angle ACD \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

(2) $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$이므로

$$\overline{BD}=\overline{CD} \quad \cdots\cdots ①$$

$\angle ADB=\angle ADC$이고, $\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$이므로

$$\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$$

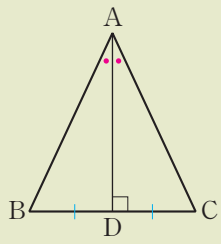
$$\overline{AD} \perp \overline{BC} \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②에서 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

이등변삼각형의 성질 [2]

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.



문제 4

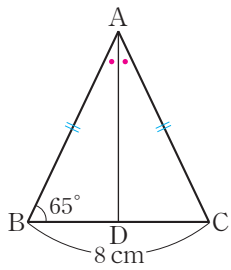
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자.

$$\angle B=65^\circ,\ \overline{BC}=8\text{ cm}$$

일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) $\angle BAD$의 크기

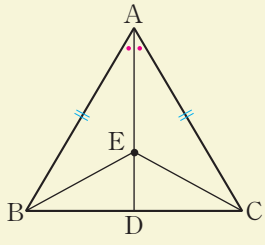


창의 UP

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 할 때, $\overline{AD}$ 위의 한 점 E에 대하여

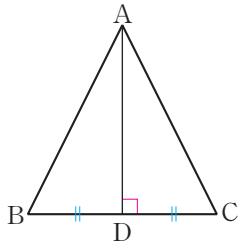
$$\overline{BE}=\overline{CE}$$

임을 설명하여라.



추론

오른쪽 그림을 보고 '이등변삼각형에서 밑변을 수직이등분하는 직선은 꼭지각을 이등분한다.'는 것을 설명하여 보자.



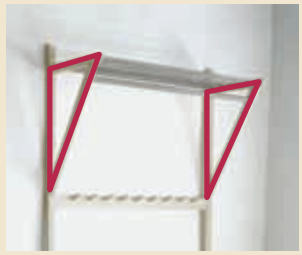
1-2 직각삼각형의 합동

● 직각삼각형의 합동을 이해한다.

직각삼각형은 어떤 경우에 합동이 되는가?

창의력 기르기

까치발



나무 · 돌 · 금속 등으로 만들어진 선반이나 탁자 등의 받침대를 까치발이라고 한다. 까치발은 수평 방향과 수직 방향으로 힘을 분산시킬 수 있도록 직각삼각형 모양이 일반적이나 요즈음은 미적 효과를 고려하여 다양한 모양이 사용되기도 한다.

탐 구 활 동

투명 종이 위에 $\overline{AB}=8$ cm, $\angle A=30^\circ$, $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC를 그린 후, 다음 물음에 답하여 보자.

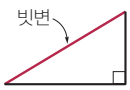
●**준비물**
투명 종이, 자, 각도기

1 각자 그린 삼각형을 서로 겹쳐 보자.

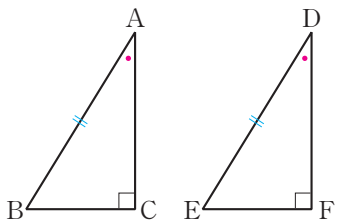
2 1에서 겹쳐 본 두 삼각형은 서로 합동이라고 할 수 있는가?

직각삼각형은 한 예각의 크기가 정해지면 다른 예각의 크기도 정해진다. 이를 이용하여 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 서로 합동임을 알아보자.

직각삼각형에서 직각의 대변을 빗변이라고 한다.



$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서



$$\overline{AB}=\overline{DE} \quad \cdots\cdots①$$

$$\angle A=\angle D \quad \cdots\cdots②$$

크기가 같은 각을 $\angle B$와 $\angle E$로 놓고 설명하여도 마찬가지 결론을 얻는다.

직각을 뺀 두 내각의 크기의 합은 90°이므로

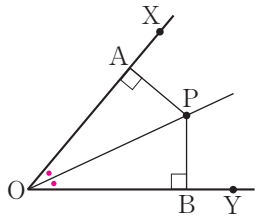
$$\angle B=90^\circ-\angle A=90^\circ-\angle D=\angle E \quad \cdots\cdots③$$

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$$

문제

$\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



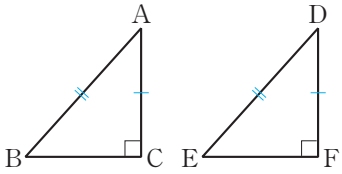
(1) 투명 종이를 이용하여 $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$임을 확인하여라.

(2) $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$인 이유를 설명하여라.

투명 종이 위에 오른쪽 그림을 그린 다음 $\overrightarrow{OP}$를 중심으로 접어서 확인할 수 있다.

이제 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 서로 합동임을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서

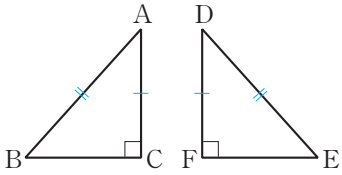


$$\angle C = \angle F = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \cdots\cdots ②$$

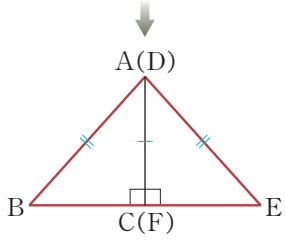
길이가 같은 변을 $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$로 놓고 설명하여도 마찬가지 결론을 얻는다.

이제 $\triangle DEF$를 뒤집은 후, 길이가 같은 두 변 AC와 DF가 겹쳐지도록 놓으면



$$\angle BCE = \angle C + \angle F = 180^\circ$$

따라서 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 있다.



한편 $\triangle ABE$는 $\overline{AB} = \overline{AE}$인 이등변삼각형이므로 이등변삼각형의 성질[1]에 의해서

$$\angle B = \angle E \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

이상에서 다음과 같은 직각삼각형의 합동조건을 얻는다.

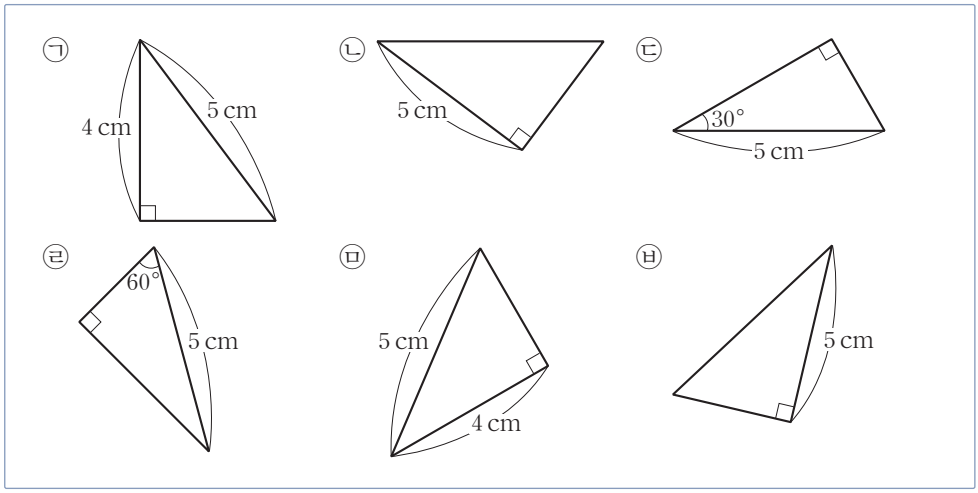
직각삼각형의 합동조건

두 직각삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

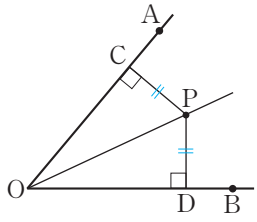
(1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때

(2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

문제 2 다음에서 서로 합동인 직각삼각형을 찾고, 이때 사용한 직각삼각형의 합동조건을 말하여라.



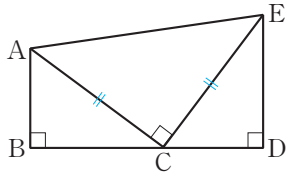
문제 3 오른쪽 그림의 $\angle AOB$에서 두 반직선 OA, OB로부터 같은 거리에 있는 점 P가 $\angle AOB$의 이등분선 위에 있음을 설명하여라.



발전 **문제 4** 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}=\overline{CE}$이고

$$\angle ABC=\angle ACE=\angle CDE=90^\circ$$

일 때, $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{BD}$임을 설명하여라.



추론 두 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형이 항상 합동이 될 수 있는지 설명하여 보자.

1-3 삼각형의 외심과 내심

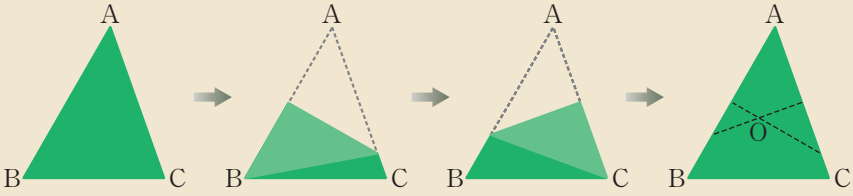
● 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

삼각형의 외심이란 무엇인가?

탐 구 활 동

●**준비물**
색종이, 가위, 컴퍼스, 자

다음 그림과 같이 색종이로 △ABC를 만든 후 꼭짓점 A와 B가 포개어지도록 접었다가 펼친다. 또 꼭짓점 A와 C가 포개어지도록 접었다가 펼친 후 나타난 두 선의 교점을 O라고 할 때, 물음에 답하여 보자.

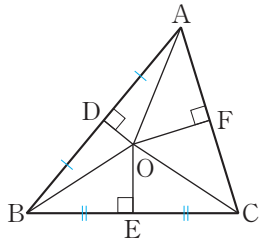


1 꼭짓점 B와 C가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 O를 지나는지 알아보자.

2 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리를 비교하여 보자.

3 △ABC를 다른 종이에 붙인 다음 점 O를 중심으로 하고, 선분 OA를 반지름으로 하는 원을 그려 보자.

삼각형에서 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같음을 알아보자.



△ABC에서 변 AB, BC의 중점을 각각 D, E라 하고, 변 AB, BC의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자. 또 점 O에서 변 AC에 내린 수선의 발을 F라고 하자.

△ADO와 △BDO에서

$\overline{AD}=\overline{BD}$ …… ①

$\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$ …… ②

$\overline{OD}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 삼각형의 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$\triangle ADO\equiv\triangle BDO,\ \overline{OA}=\overline{OB}$

마찬가지로

$$\triangle BEO \equiv \triangle CEO,\ \overline{OB}=\overline{OC}$$

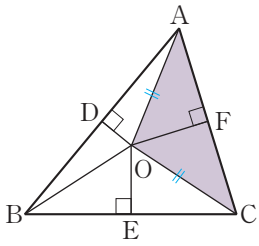
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

한편 $\triangle AFO$와 $\triangle CFO$에서

$$\overline{OA}=\overline{OC} \quad \cdots\cdots ④$$

$$\angle AFO=\angle CFO=90^\circ \quad \cdots\cdots ⑤$$

$\overline{OF}$는 공통 $\cdots\cdots ⑥$

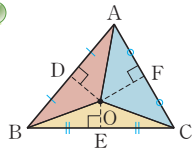


④, ⑤, ⑥에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로

$$\triangle AFO \equiv \triangle CFO$$

$$\overline{AF}=\overline{CF}$$

따라서 $\overline{OF}$는 $\overline{AC}$의 수직이등분선이다.



$\triangle OAD \equiv \triangle OBD$
$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$
$\triangle OAF \equiv \triangle OCF$

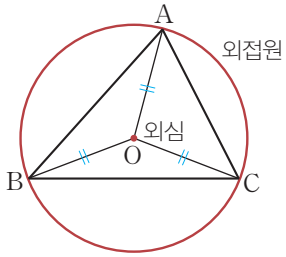
이상에서 $\triangle ABC$의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O에서 만나고, 점 O에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같음을 알 수 있다.

즉,

$$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$$

이므로 점 O를 중심으로 하고, $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 세 꼭짓점 A, B, C를 지난다.

이때 원 O는 $\triangle ABC$에 **외접**한다고 하며, 원 O를 $\triangle ABC$의 **외접원**이라고 한다. 또 점 O를 $\triangle ABC$의 **외심**이라고 한다.



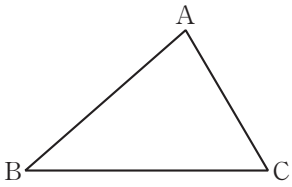
이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 외심

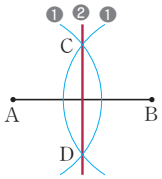
삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만나고, 이 점에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

예 제 1

오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC의 외심을 찾고, 외접원을 작도하여라.



선분의 수직이등분선의 작도



풀이 자와 컴퍼스를 이용하여 다음 순서대로 외접원을 작도하자.

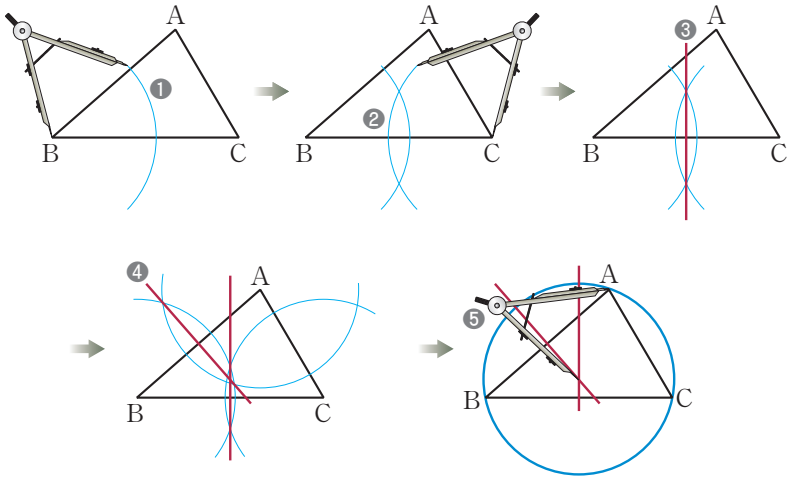
❶ 점 B를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\overline{BC}$의 $\frac{1}{2}$보다 큰 원을 그린다.

❷ 점 C를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그린다.

❸ 두 원의 교점을 이어 $\overline{BC}$의 수직이등분선을 그린다.

❹ 마찬가지로 $\overline{AB}$의 수직이등분선을 그린다.

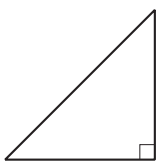
❺ 두 선분의 수직이등분선의 교점을 찾고, 그 교점을 중심으로 하며 세 꼭짓점 A, B, C를 지나는 원을 그린다.



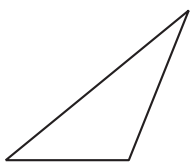
이때 두 선분의 수직이등분선의 교점이 삼각형 ABC의 외심이고, 세 꼭짓점을 지나는 원이 삼각형 ABC의 외접원이다.

문 제 다음 삼각형의 외심을 찾고, 외접원을 작도하여라.

(1)

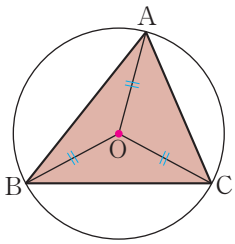


(2)

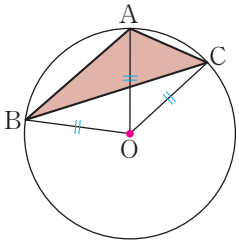


외심의 위치는 삼각형의 모양에 따라 달라진다. 예각삼각형의 외심은 삼각형 내부에, 둔각삼각형의 외심은 삼각형 외부에 위치한다.

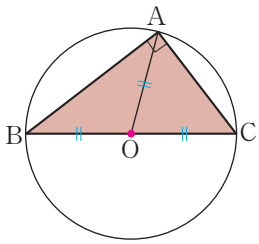
특히 직각삼각형은 외심의 위치가 빗변의 중점이다.



예각삼각형



둔각삼각형

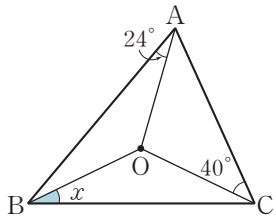


직각삼각형

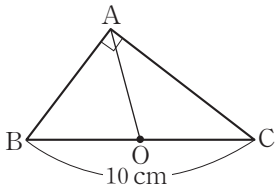
문제 2 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\angle OAB=24^\circ$, $\angle OCA=40^\circ$

일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



문제 3 오른쪽 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{BC}=10$ cm일 때, $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



문제해결 오른쪽 그림은 유적 발굴 현장에서 발견된 기와의 일부이다. 이 기와의 원래 모양이 원이라고 할 때, 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 기와의 모양을 복원하여 보자.



원과 한 점에서 만나는 직선은 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

해돋이

동해 정동진, 여수 향일암, 포항 호미곶, 해남 땅끝 마을은 해돋이로 유명한 곳이다. 바닷가에서 해돋이를 관찰하면 수면 아래에 잠겨 있던 태양이 수면을 붉게 물들이며 서서히 떠오르는 모습을 볼 수 있다.

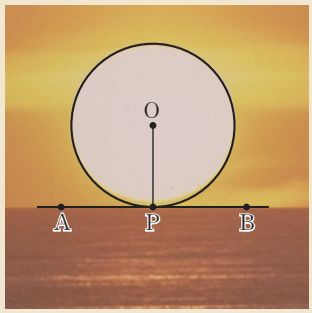
탐 구 활 동

- **준비물**
  각도기

오른쪽의 그림에서 태양을 원, 수평선을 직선이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 원과 직선이 만나는 점을 그림에서 찾아보자.

2 오른쪽 그림에서 각도기를 이용하여 $\angle OPA$의 크기를 말하여 보자.

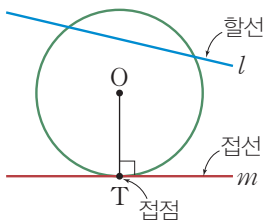


오른쪽 그림과 같이 원 O와 직선 l이 두 점에서 만날 때, 직선 l을 원 O의 **할선**이라고 한다.

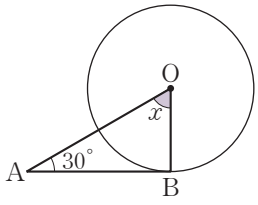
또 원 O와 직선 m이 한 점에서 만날 때, 직선 m은 원 O에 **접한다**고 한다.

이때 직선 m을 원 O의 **접선**이라 하고, 원 O와 접선 m이 만나는 점 T를 **접점**이라고 한다.

특히 접선 m은 접점을 지나는 반지름 OT와 서로 수직이다.



문제 4 오른쪽 그림에서 선분 AB는 원 O의 접선이고 점 B는 접점일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

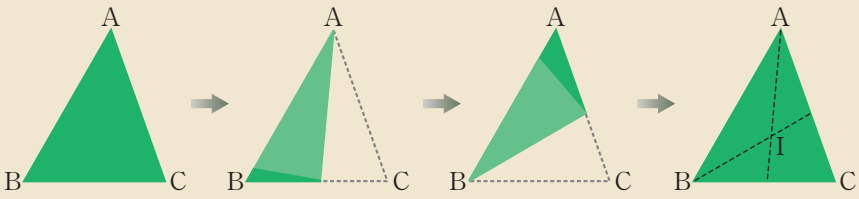


삼각형의 내심이란 무엇인가?

탐 구 활 동

● **준비물**
색종이, 가위, 컴퍼스, 자

다음 그림과 같이 색종이로 △ABC를 만든 후 변 AB와 AC가 포개어지도록 접었다가 펼친다. 또 변 AB와 BC가 포개어지도록 접었다가 펼친 후 나타난 두 선의 교점을 I라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



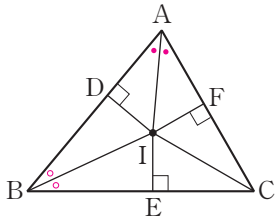
1 변 AC와 BC가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 I를 지나는지 알아보자.

2 점 I에서 변 AB, BC, CA에 이르는 거리를 비교하여 보자.

3 △ABC를 다른 종이에 붙인 다음 점 I를 중심으로 하고, 수선의 발을 이용하여 점 I에서 변 AB에 이르는 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 보자.

삼각형에서 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 변에 이르는 거리는 같음을 알아보자.

△ABC에서 ∠A, ∠B의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 변 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라고 하자.



△ADI와 △AFI에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle IAD = \angle IAF \quad \cdots\cdots ②$$

$\overline{IA}$는 공통 ····· ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ADI \equiv \triangle AFI,\ \overline{ID} = \overline{IF}$$

마찬가지로

$$\triangle BDI \equiv \triangle BEI,\ \overline{ID} = \overline{IE}$$

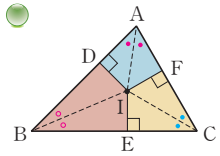
따라서 $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$이다.

한편 △CEI와 △CFI에서

$$\angle CEI = \angle CFI = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\overline{IE} = \overline{IF} \quad \cdots\cdots ②$$

$\overline{IC}$는 공통 $\cdots\cdots ③$



△AID ≡ △AIF
△BID ≡ △BIE
△CIE ≡ △CIF

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로

$$\triangle CEI \equiv \triangle CFI$$

$$\angle ICE = \angle ICF$$

따라서 $\overline{IC}$는 ∠C의 이등분선이다.

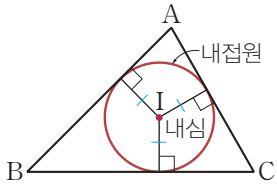
이상에서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만나고, 점 I에서 세 변에 이르는 거리가 같음을 알 수 있다.

즉,

$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

이므로 점 I를 중심으로 하고, $\overline{ID}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 세 변 AB, BC, CA와 접한다.

이때 원 I는 △ABC에 **내접**한다고 하며, 원 I를 △ABC의 **내접원**이라고 한다. 또 점 I를 △ABC의 **내심**이라고 한다.

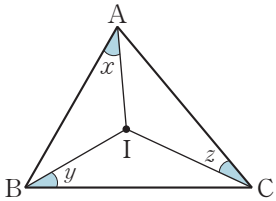


이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 내심

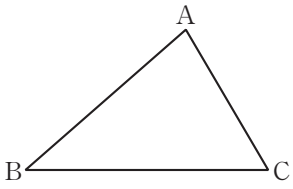
삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만나고, 이 점에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 같다.

문제 5 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. $\angle x + \angle y + \angle z$의 크기를 구하여라.

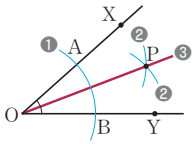


예 제 2

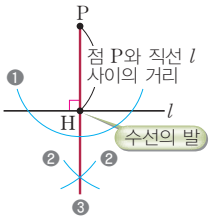
오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC의 내심을 찾고, 내접원을 작도하여라.



각의 이등분선의 작도



수선의 발 작도



풀이 자와 컴퍼스를 이용하여 다음 순서대로 내접원을 작도하자.

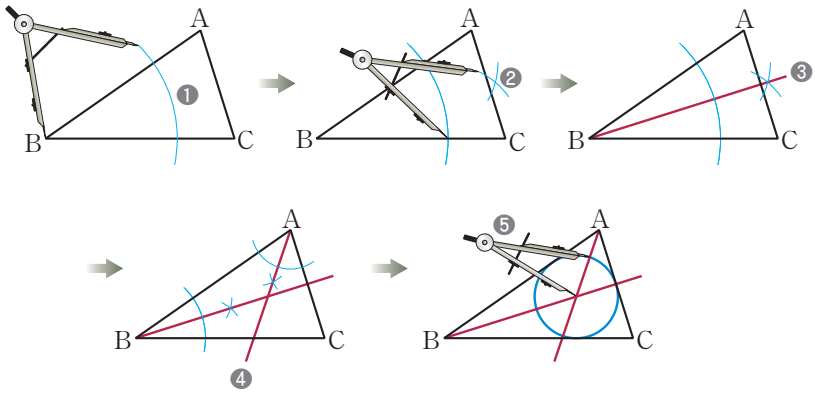
❶ 점 B를 중심으로 하는 원을 그린다.

❷ 원과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$가 만나는 교점에서 각각 반지름의 길이가 같은 원을 그린다.

❸ 점 B와 두 원의 교점을 이어 $\angle B$의 이등분선을 그린다.

❹ 같은 방법으로 $\angle A$의 이등분선을 그린다.

❺ 두 내각의 이등분선의 교점을 찾고, 수선의 발을 이용하여 그 교점을 중심으로 변 AB에 이르는 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

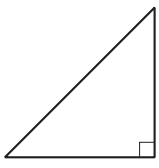


이때 두 내각의 이등분선의 교점이 삼각형 ABC의 내심이고, 삼각형에 내접하는 원이 삼각형 ABC의 내접원이다.

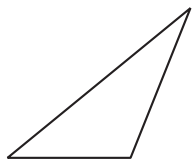
문 제 6

다음 삼각형의 내심을 찾고, 내접원을 작도하여라.

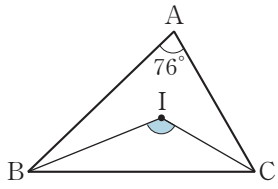
(1)



(2)



문제 7 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. ∠A=76°일 때, ∠BIC의 크기를 구하여라.

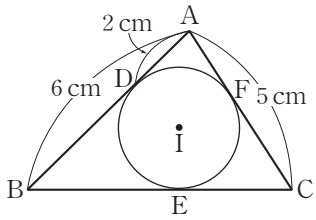


발전

문제 8 오른쪽 그림에서 원 I는 △ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다.

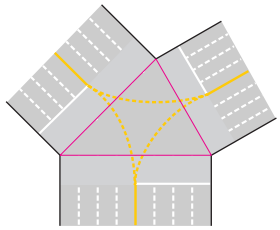
$\overline{AB}=6\text{ cm}$, $\overline{AC}=5\text{ cm}$, $\overline{AD}=2\text{ cm}$

일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



실생활

문제 9 오른쪽 그림과 같은 삼거리가 있다. 각 도로의 빨간 선에서 같은 거리에 있는 지점에 교통 신호등을 설치하려고 한다. 그 지점을 찾는 방법을 설명하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

가상 현실 전문가

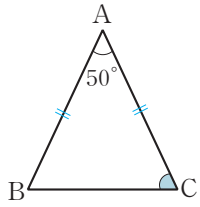
21세기의 핵심 기술로 떠오른 가상 현실(Virtual Reality)은 컴퓨터로 창조한 가상 공간에서 인간이 현실감을 느낄 수 있게 하는 것이다. 가상 현실을 인공 현실, 가상 환경, 가상 인식, 인조 두뇌 공간이라고도 부르는데, 이와 같은 가상 현실을 실현하는 사람을 가상 현실 전문가라고 한다. 가상 현실 전문가는 사용자가 원하는 가상 세계가 무엇인지 파악하여 시스템을 개발한다. 시스템은 3차원 컴퓨터 그래픽 제어 기술을 활용하여 만들어지는데, 도형의 성질을 잘 이용할수록 사용자가 실제와 똑같은 느낌을 가질 수 있는 가상 현실 시스템을 만들 수 있다.



수준별

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A=50^\circ$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.

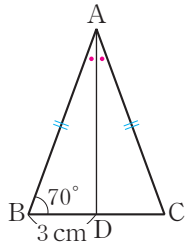


2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 꼭지각의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하자.

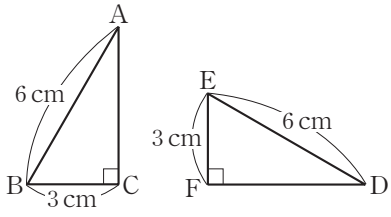
$\angle B=70^\circ$, $\overline{BD}=3$ cm

일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BC}$의 길이 (2) $\angle BAC$의 크기



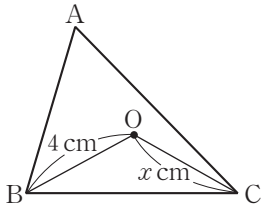
3 오른쪽 그림과 같은 합동인 두 삼각형의 합동조건을 말하고 기호로 나타내어라.



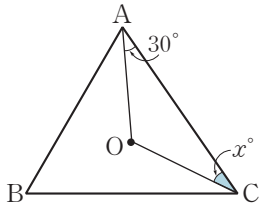
삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 삼각형의 외심이라고 한다.

4 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



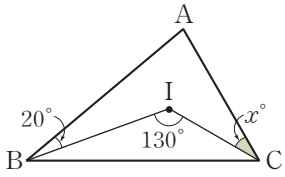
(2)



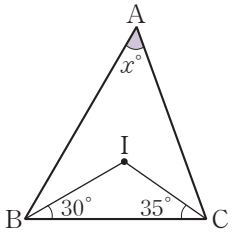
삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점을 삼각형의 내심이라고 한다.

5 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



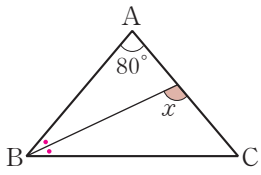
중/단/원 기본

수준별

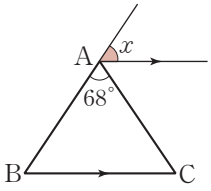
이등변삼각형의 성질

1 다음 그림에서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)

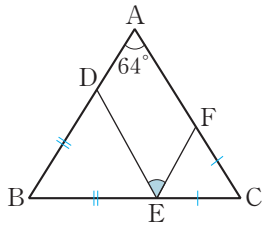


이등변삼각형의 성질

2 오른쪽 그림에서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

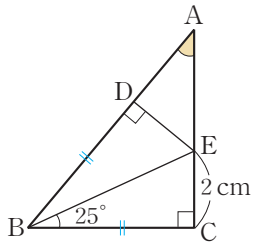
$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\angle A=64^\circ$

일 때, $\angle DEF$의 크기를 구하여라.



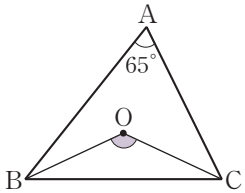
직각삼각형의 합동조건

3 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\overline{AB}\perp\overline{DE}$일 때, $\overline{DE}$의 길이와 $\angle A$의 크기를 구하여라.



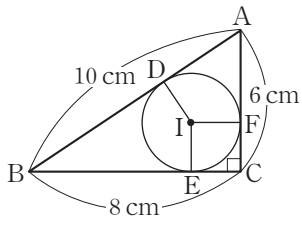
삼각형의 외심

4 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이고 $\angle A=65^\circ$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하여라.



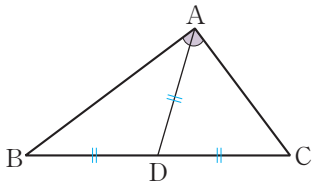
삼각형의 내심

5 오른쪽 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



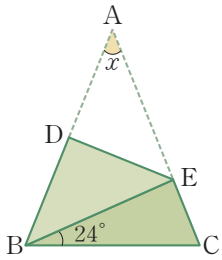
• 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

1 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$일 때, ∠BAC의 크기를 구하여라.



• ∠A=∠DBE임을 이용한다.

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 모양의 색종이를 꼭짓점 A와 B가 일치하도록 접었다. ∠EBC=24°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.



• 사다리꼴 BCED의 넓이를 먼저 구한다.

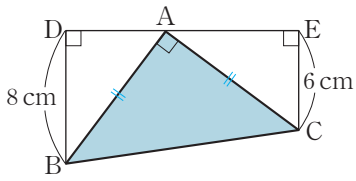
3 오른쪽 그림에서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다.

$\angle D=\angle E=90^\circ$

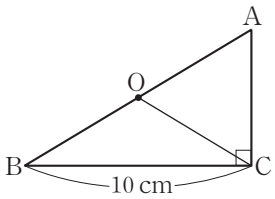
$\overline{BD}=8$ cm

$\overline{CE}=6$ cm

일 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



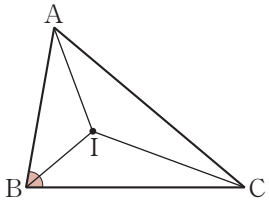
4 오른쪽 그림에서 점 O는 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{BC}=10$ cm이고 △OBC의 넓이가 15 cm^{2}일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



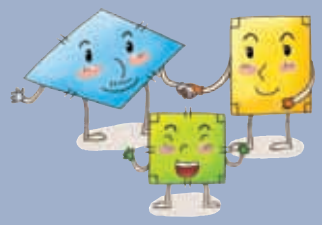
5 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이고

∠AIB : ∠BIC : ∠AIC=11 : 12 : 13

일 때, ∠ABC의 크기를 구하여라.



2 사각형의 성질



준 | 비 | 학 | 습

평행선의 성질
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

대변, 대각
△ABC에서 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 대변, ∠A를 변 BC의 대각이라고 한다.

삼각형의 합동조건
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

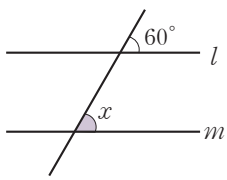
1 다음 용어의 뜻을 말하여라.

(1) 사다리꼴 (2) 평행사변형

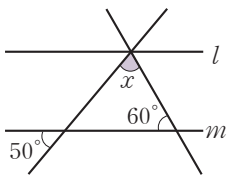
(3) 마름모 (4) 정사각형

2 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



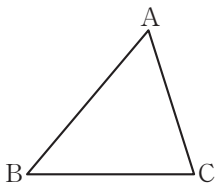
(2)



3 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 다음을 말하여라.

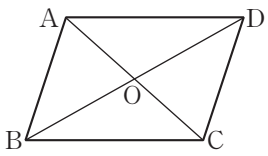
(1) $\overline{AB}$의 대각

(2) ∠B의 대변

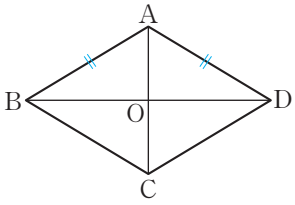


4 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 합동인 삼각형을 모두 찾아라.

(1)



(2)



2-1 평행사변형

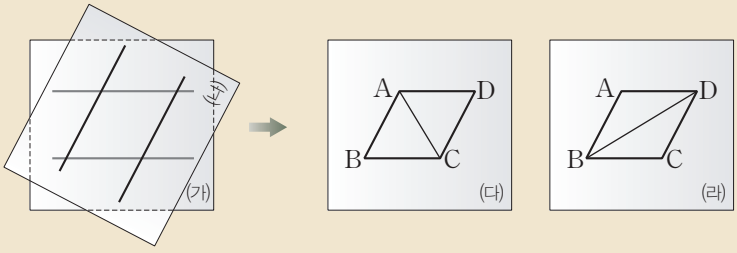
● 평행사변형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

평행사변형에는 어떤 성질이 있는가?

탐 구 활 동

●**준비물**
투명 종이, 자

다음 그림과 같이 투명 종이 (가)와 (나) 위에 평행선을 각각 그리고, (가) 위에 (나)를 올려놓는다. 이때 만들어지는 도형을 투명 종이 (다)와 (라) 위에 각각 따라 그린 후 물음에 답하여 보자.



1 투명 종이 (다)와 (라) 위에 그린 도형 ABCD의 이름을 말하여 보자.

2 투명 종이 (다)와 (라) 위에 그린 도형 ABCD를 각각 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$를 따라 자른 후 대변의 길이와 대각의 크기를 각각 비교하여 보자.

삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타내듯이 사각형 ABCD를 기호로

□ABCD

와 같이 나타낸다.

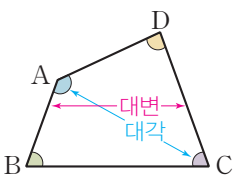
□ABCD에서 마주 보는 변

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$, $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$

를 대변이라 하고, 마주 보는 각

∠A와 ∠C, ∠B와 ∠D

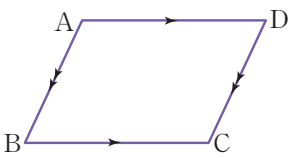
를 대각이라고 한다.



평행사변형은

'두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형'

이다.

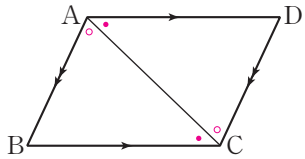


● 오른쪽 그림에서 같은 방향의 화살표는 표시된 두 선분이 각각 평행함을 의미한다.
⇨ $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ // $\overline{DC}$

삼각형의 합동을 이용하여 평행사변형의 여러 가지 성질을 알아보자.

먼저 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고 두 쌍의 대각의 크기도 각각 같음을 알아보자.

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 평행사변형 ABCD에 대각선 AC를 그으면



대각선, 연장선, 선분 등의 적절한 보조선을 이용하면, 설명할 때 편리하다.

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$$\angle BAC = \angle DCA \text{ (엇각)} \quad \cdots\cdots ①$$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$$\angle BCA = \angle DAC \text{ (엇각)} \quad \cdots\cdots ②$$

$$\overline{AC}\text{는 공통} \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\angle B=\angle D$이다.

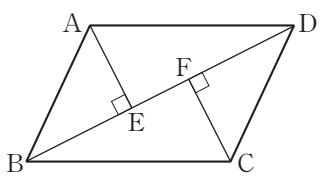
또 ①, ②에서

$$\begin{aligned}\angle A &= \angle BAC + \angle DAC \\ &= \angle DCA + \angle BCA \\ &= \angle C\end{aligned}$$

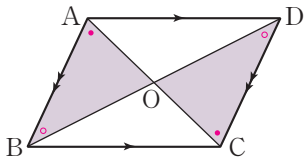
그러므로 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$임을 알 수 있다.

문 제

평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{AE}=\overline{CF}$이다. 그 이유를 설명하여라.



이제 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 알아보자.



$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자.

△ABO와 △CDO에서

$$\overline{AB}=\overline{CD} \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle ABO=\angle CDO \text{ (엇각)} \quad \cdots\cdots ②$$

$$\angle BAO=\angle DCO \text{ (엇각)} \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$$

따라서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$임을 알 수 있다.

△ADO ≡ △CBO임을 이용하여 설명할 수도 있다.

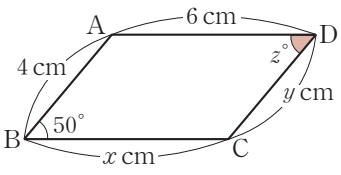
이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

평행사변형의 성질

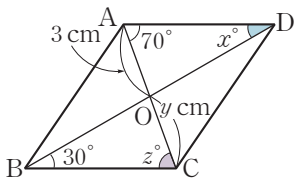
(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
(2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
(3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 2 다음 평행사변형 ABCD에서 x, y, z의 값을 각각 구하여라.

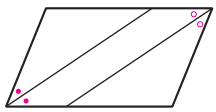
(1)



(2)



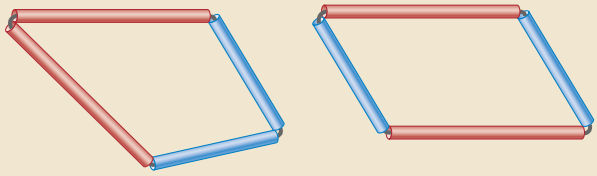
추론 평행사변형에서 한 쌍의 대각의 이등분선을 각각 그으면 두 이등분선은 평행하다. 그 이유를 설명하여 보자.



평행사변형이 되기 위한 조건은 무엇인가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 길이가 같은 긴 빨대 한 쌍과 짧은 빨대 한 쌍을 실로 연결하여 각각 다른 모양의 사각형을 만들었다. 물음에 답하여 보자.



1 두 사각형 중에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 것을 찾아보고, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이라고 할 수 있는지 말하여 보자.

2 두 사각형 중에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 것을 찾아보고, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이라고 할 수 있는지 말하여 보자.

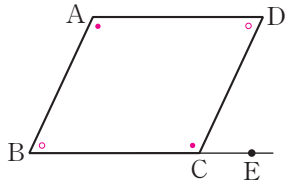
이제 사각형이 어떤 조건을 만족시키면 평행사변형이 되는지를 알아보자.

먼저 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형임을 알아보자.

$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$인 $\square ABCD$에서

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이므로

$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D$$
$$=\angle C+\angle D+\angle C+\angle D=360^\circ$$
$$\angle C+\angle D=180^\circ \quad \cdots\cdots ①$$



또 $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$$\angle BCD+\angle DCE=180^\circ \quad \cdots\cdots ②$$

두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각 또는 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

①, ②에서 $\angle D=\angle DCE$

즉, 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD}/\!/\overline{BC} \quad \cdots\cdots ③$$

한편 $\angle B=\angle D$이므로 $\angle B=\angle DCE$

즉, 동위각의 크기가 같으므로

$$\overline{AB}/\!/\overline{DC} \quad \cdots\cdots ④$$

③, ④에서 $\square ABCD$는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

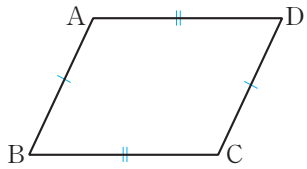
문제 3

대각선 AC를 그어 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ 임을 이용한다.

□ABCD에서

$$\overline{AB}=\overline{DC},\ \overline{AD}=\overline{BC}$$

이면 □ABCD는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.

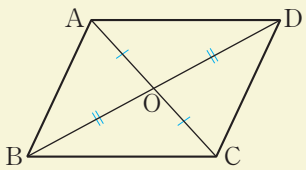


창의 UP

오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라고 하자.

$$\overline{AO}=\overline{CO},\ \overline{BO}=\overline{DO}$$

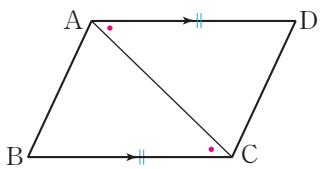
일 때, □ABCD가 평행사변형인 이유를 설명하여라.



한 쌍의 대변이 평행하므로 나머지 한 쌍의 대변이 평행함을 설명하면 충분하다.

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 알아보자.

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$인 □ABCD에서 대각선 AC를 그으면



△ABC와 △CDA에서

$\angle ACB=\angle CAD$ (엇각) …… ①

$\overline{BC}=\overline{DA}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

$$\angle BAC=\angle DCA$$

즉, 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$$

따라서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

이상에서 다음을 얻는다.

평행사변형이 되는 조건

사각형은 다음 조건 중에서 어느 하나를 만족시키면 평행사변형이 된다.

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때
(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때
(3) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같을 때

문제 4

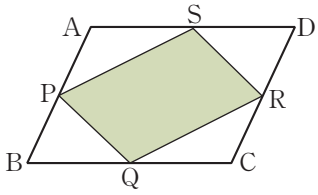
□ABCD를 그려서 생각한다.

다음 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾아라.

㉠ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=7$ cm
㉡ $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=5$ cm
㉢ $\angle A=130^\circ$, $\angle B=50^\circ$, $\angle C=130^\circ$
㉣ $\overline{AB}=\overline{DC}=10$ cm, $\overline{AD}=\overline{BC}=8$ cm

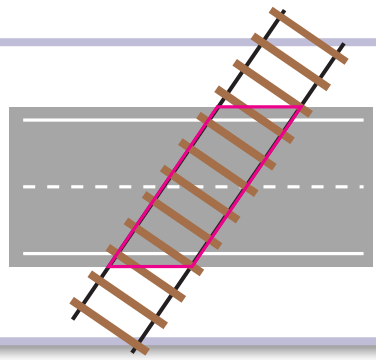
발전 문제 5

오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S라고 할 때, 사각형 PQRS는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.



문제해결

오른쪽 그림과 같이 우리 주변에서 평행사변형 모양이 되는 것을 찾고, 그것이 평행사변형이 되는 이유를 설명하여 보자.



2-2 여러 가지 사각형

● 여러 가지 사각형의 성질과 관계를 이해하고, 설명할 수 있다.

직사각형에는 어떤 성질이 있는가?



창의력 기르기

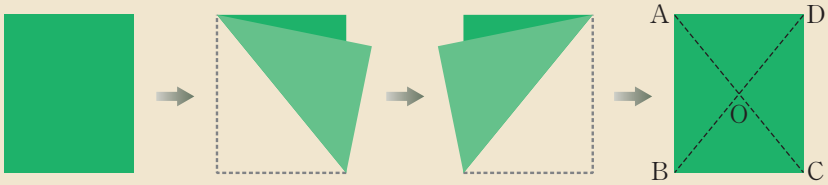
방패연

정월 대보름날 사람들은 액운을 떠나보내고, 복을 맞이한다는 의미로 '송액영복(送厄迎福)'이라는 글씨를 쓴 연을 바람에 날려 보냈다고 한다. 연에는 여러 가지 모양이 있는데 그중에서 방패연은 직사각형 모양으로 가운데에는 원 모양의 구멍이 뚫려 있다.

탐 구 활 동

방패연의 한가운데에 원 모양의 구멍을 뚫기 위해서는 종이를 다음 그림과 같이 접었다가 펼쳐서 두 대각선의 교점을 찾아야 한다. 물음에 답하여 보자.

● **준비물**
종이, 자



1 직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 길이를 비교하여 보자.

2 직사각형 ABCD에서 $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이를 각각 비교하여 보자.



직사각형은

'네 내각의 크기가 모두 같은 사각형'

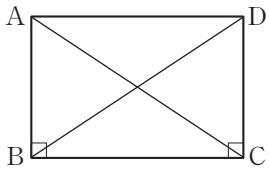
이다.

따라서 직사각형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형임을 알 수 있다.

그러므로 직사각형은 평행사변형의 특별한 경우이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 직사각형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

이제 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같음을 알아보자.

□ABCD가 직사각형이라고 하면



$$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$$

직사각형은 평행사변형이므로 평행사변형의 성질에 의하여

$$\overline{AB}=\overline{DC} \quad \cdots\cdots ①$$

△ABC와 △DCB에서

$$\overline{BC}\text{는 공통} \quad \cdots\cdots ②$$

$$\angle ABC=\angle DCB \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$이다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

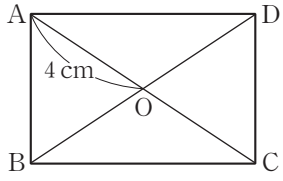
평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

직사각형의 성질

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 1

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자. $\overline{AO}=4$ cm일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{CO}$의 길이 (2) $\overline{BD}$의 길이

발전 문제 2

사각형에서 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하면 그 사각형은 직사각형이다. 그 이유를 설명하여라.

추론 평행사변형에서 한 내각의 크기가 90°일 때, 그 사각형은 어떤 사각형이 되는지 설명하여 보자.

마름모에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

마름모의 유래

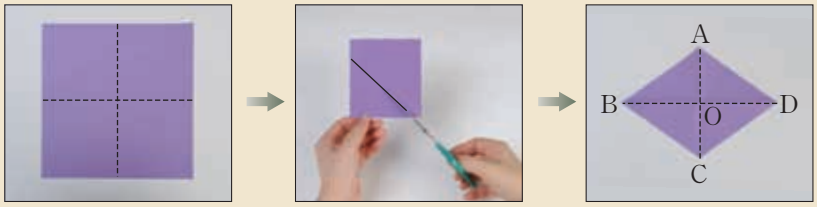
'마름' 이란 연못이나 저수지 등에서 자라는 한해살이 풀이다. 마름모에서 마름이라는 이름은 이 풀의 모양에서 비롯되었다고 한다.



탐 구 활 동

●**준비물**
색종이, 가위, 자, 각도기

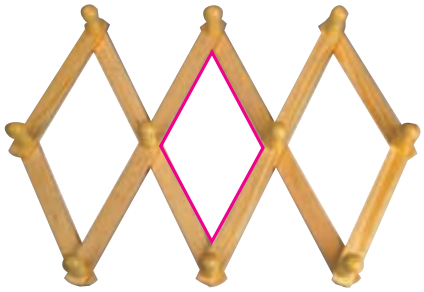
다음 그림과 같이 색종이를 두 번 접어서 가위로 오렸을 때, 만들어지는 □ABCD에 대하여 물음에 답하여 보자.



1 □ABCD의 네 변의 길이가 모두 같은가?

2 □ABCD에서 $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이를 각각 비교하여 보자.

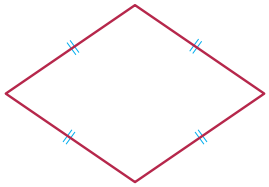
3 □ABCD에서 두 대각선은 서로 수직인지 말하여 보자.



마름모는

'네 변의 길이가 모두 같은 사각형'

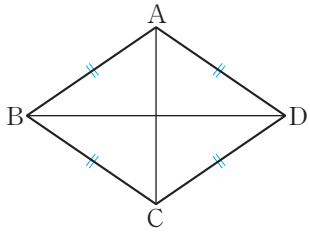
이다.



따라서 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형임을 알 수 있다.

그러므로 마름모는 평행사변형의 특별한 경우이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 마름모의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

이제 마름모의 두 대각선은 서로 수직임을 알아보자.



□ABCD가 마름모라고 하면

$$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$$

△ABC와 △ADC에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$ …… ①

$\overline{BC}=\overline{DC}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle ADC,\ \angle BAC=\angle DAC$$

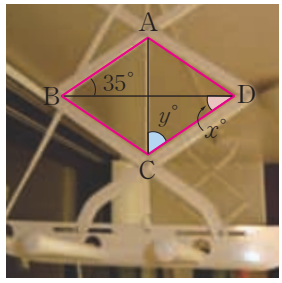
따라서 $\overline{AC}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각인 ∠A의 이등분선이 되어 밑변 BD를 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

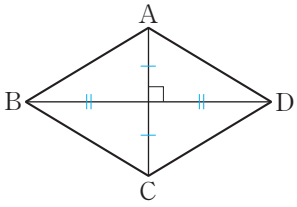
마름모의 성질

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

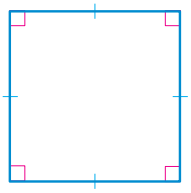
문제 3 오른쪽 그림의 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하여라.



발전 문제 4 사각형에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하면 그 사각형은 마름모이다. 그 이유를 설명하여라.



정사각형은



'네 변의 길이가 모두 같고,
네 내각의 크기가 모두 같은 사각형'

이다.

따라서 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이고, 또 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.

그러므로 정사각형은 직사각형인 동시에 마름모이므로 다음과 같은 성질을 얻는다.

정사각형의 성질

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기

사각형으로 이루어진 아파트

오른쪽 그림은 슬로베니아 이졸라 시의 외곽에 있는 아파트로 독특한 디자인 때문에 보는 이들에게 즐거움을 주고 있다. 또 공간을 효과적으로 사용하여 거주자들에게 보다 넓은 실내 공간을 제공하고 있으며 빛의 사용에 있어서도 매우 효율적으로 지어진 건물이다.



탐 구 활 동

창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 사다리꼴을 찾아보자.

2 1에서 찾은 사다리꼴에서 평행한 변을 찾아보자.

사다리꼴은

'한 쌍의 대변이 평행한 사각형'

이다.

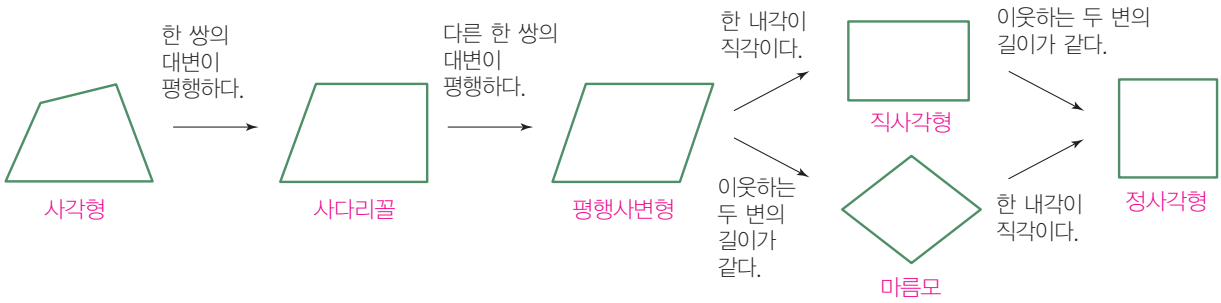
지금까지 살펴본 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형과 사다리꼴 사이의 관계를 알아보자.

사다리꼴 중에서 또 다른 한 쌍의 대변이 평행한 것이 평행사변형이다.

또 평행사변형 중에서 한 내각이 직각인 것이 직사각형이고, 이웃하는 두 변의 길이가 같은 것이 마름모이다.

그리고 직사각형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같은 것이 정사각형이고, 마름모 중에서 한 내각이 직각인 것도 정사각형이다.

따라서 여러 가지 사각형 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



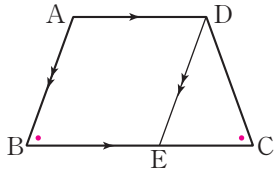
문제 5 다음 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 찾아라.

㉠ 평행사변형	㉡ 직사각형
㉢ 마름모	㉣ 정사각형

이제 사다리꼴에 대하여 좀 더 알아보자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B=\angle C$이면 $\overline{AB}=\overline{DC}$임을 알아보자.

점 D를 지나고, $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$$\angle B=\angle DEC \text{ (동위각)}$$

한편 $\angle B=\angle C$이므로

$$\angle DEC=\angle C$$

따라서 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이므로

$$\overline{DE}=\overline{DC} \quad \cdots\cdots ①$$

사다리꼴 중에서 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.

또 □ABED는 평행사변형이므로

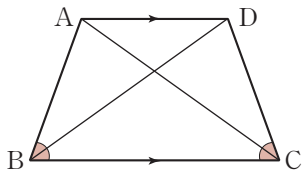
$$\overline{AB}=\overline{DE} \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②에서

$$\overline{AB}=\overline{DC}$$

이다.

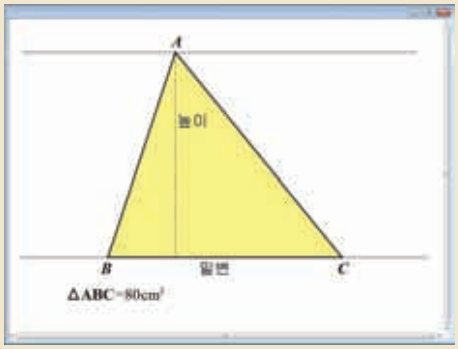
문제 6 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B=\angle C$일 때, 두 대각선 AC와 BD의 길이가 같다. 그 이유를 설명하여라.

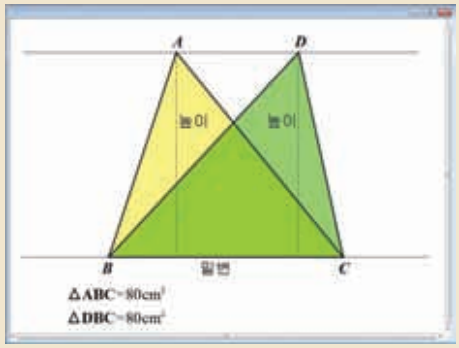


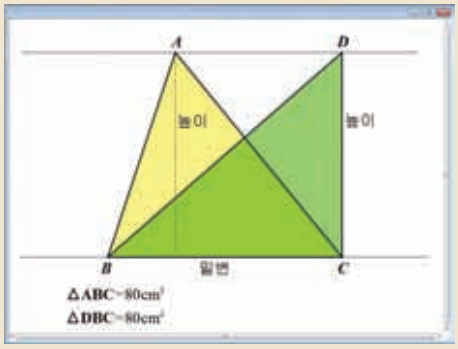
평행선과 넓이는 어떤 관계가 있는가?

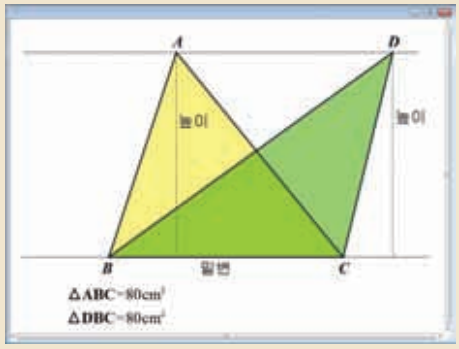
탐 구 활 동

다음 그림과 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 넓이가 같은 삼각형을 여러 형태로 변형하여 보았다. 물음에 답하여 보자.





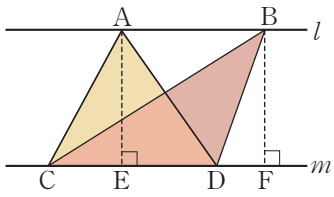




1 삼각형을 여러 형태로 변형하였을 때, 변하지 않는 것을 모두 말하여 보자.

2 위의 삼각형들의 넓이가 같은 이유를 설명하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 두 점 A, B와 C, D가 있다. $\triangle ACD$와 $\triangle BCD$는 모두 밑변이 $\overline{CD}$이고, 높이가 각각 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$인 삼각형이므로



$$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{AE} \quad \cdots\cdots ①$$

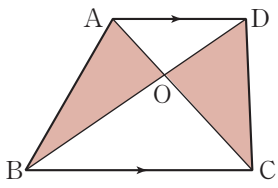
$$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{BF} \quad \cdots\cdots ②$$

한편 $\square AEFB$는 직사각형이므로 $\overline{AE}=\overline{BF}$이다.

따라서 ①, ②에서 $\triangle ACD=\triangle BCD$임을 알 수 있다.

예제 1

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD의 두 대각선의 교점이 O이고, $\triangle ABO=12\ cm^2$일 때, $\triangle DCO$의 넓이를 구하여라.



● 풀이 $\square ABCD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$의 밑변을 $\overline{BC}$라고 하면 높이가 같으므로

$$\triangle ABC=\triangle DBC$$

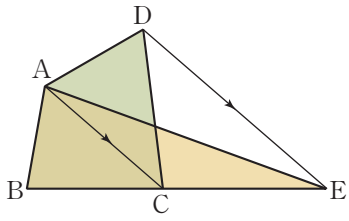
이다. 따라서

$$\begin{aligned}\triangle DCO&=\triangle DBC-\triangle OBC\\&=\triangle ABC-\triangle OBC\\&=\triangle ABO=12(cm^2)\end{aligned}$$

답 ● $12\ cm^2$

문제 7

오른쪽 그림에서 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$일 때, $\square ABCD$의 넓이와 $\triangle ABE$의 넓이가 같다. 그 이유를 설명하여라.

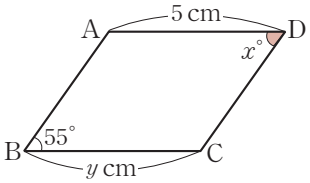


● $\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$

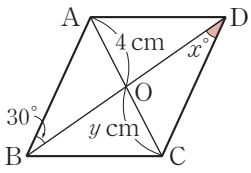
평행사변형에서
- 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
- 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
- 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

1 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하여라.

(1)



(2)



$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ 일 때, 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

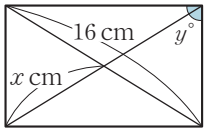
2 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾아라.

㉠ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
㉡ $\angle A=\angle B$, $\angle C=\angle D$
㉢ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$
㉣ $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$

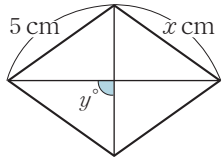
- 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
- 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
- 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

3 다음 그림과 같은 사각형에 대하여 x, y의 값을 구하여라.

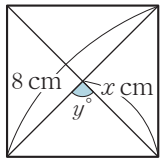
(1) 직사각형



(2) 마름모



(3) 정사각형



4 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

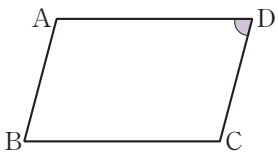
ㄱ. 직사각형은 평행사변형이다.
ㄴ. 평행사변형은 마름모이다.
ㄷ. 마름모는 정사각형이다.
ㄹ. 정사각형은 직사각형이다.

중/단/원 기본

수준별

평행사변형의 성질

1 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$와 $\angle B$의 크기의 비가 7 : 5일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.

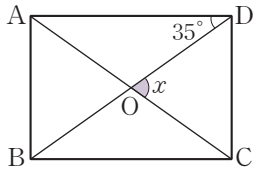


직사각형의 성질

2 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서

$$\angle ADO = 35^\circ$$

일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

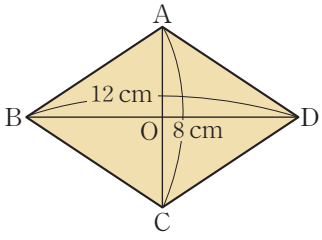


마름모의 성질

3 오른쪽 그림에서 □ABCD가 마름모이고

$$\overline{AC} = 8\text{ cm},\ \overline{BD} = 12\text{ cm}$$

일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



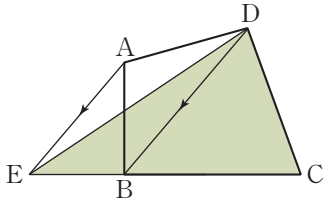
여러 가지 사각형 사이의 관계

4 다음 중에서 평행사변형 ABCD에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. $\overline{AB} = \overline{CD}$이면 직사각형이다.
ㄴ. $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 직사각형이다.
ㄷ. $\overline{AB} = \overline{AD}$이면 마름모이다.
ㄹ. $\angle B = \angle C$이면 마름모이다.
ㅁ. $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle D = 90^\circ$이면 정사각형이다.

평행선과 넓이

5 오른쪽 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이고, □ABCD = 15 cm^2일 때, △DEC의 넓이를 구하여라.

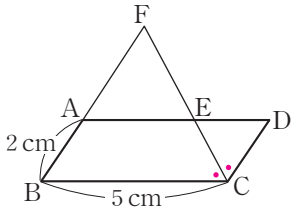


수준별

1 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 ∠C의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E라 하고, $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 하자.

$\overline{AB}=2\text{ cm}$, $\overline{BC}=5\text{ cm}$

일 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.

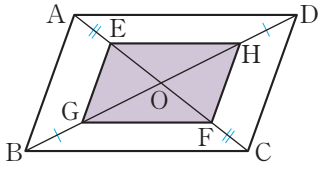


• 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 이용한다.

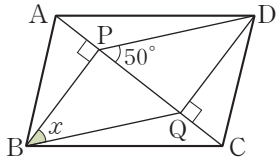
2 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서

$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{BG}=\overline{DH}$

일 때, □EGFH가 평행사변형임을 설명하여라.

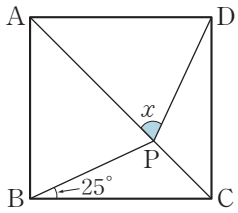


3 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. ∠DPC=50°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.



• 합동인 삼각형을 찾는다.

4 오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 대각선 AC 위에 한 점 P를 잡았다. ∠CBP=25°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.

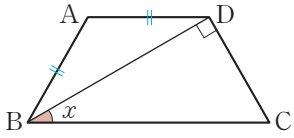


• 한 쌍의 평행선에서 엇각의 크기가 같음을 이용한다.

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서

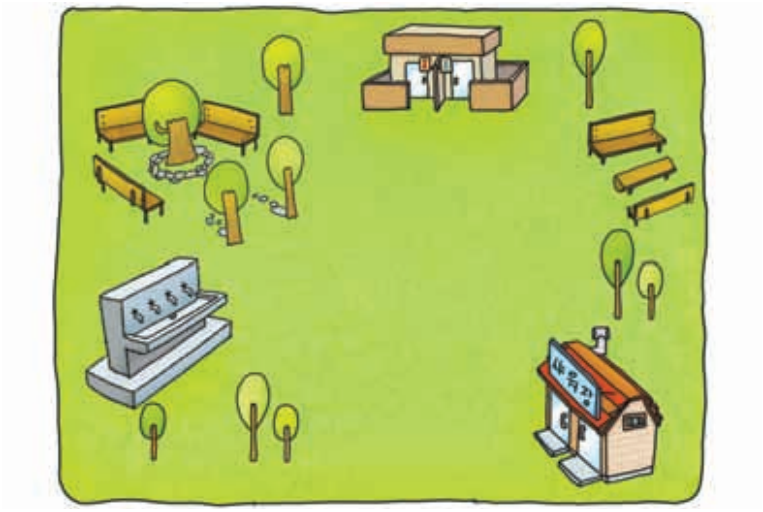
$\overline{AB}=\overline{AD}$, ∠BDC=90°

일 때, ∠x의 크기를 구하여라.



같은 거리에 있는 곳은 어디일까?

선미는 가족들과 함께 휴양림에서 야영을 하려고 하는데, 야영장 근처에 있는 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳에 텐트를 세우려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



과제 1 화장실, 급수대, 샤워장을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 그려 보자.

과제 2 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳을 찾는 방법을 설명하여 보자.

과제 3 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳을 그림에 표시하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	직각삼각형의 합동을 이해하였는가?			
	삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	평행사변형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	여러 가지 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

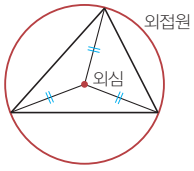
1 이등변삼각형

성질	(1) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다. (2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

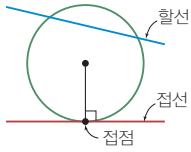
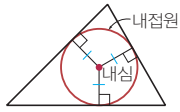
2 직각삼각형의 합동

직각삼각형의 합동	두 직각삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다. (1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때 (2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

3 삼각형의 외심

외심	(1) 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 (2) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다. 

4 삼각형의 내심

접한다	원과 직선이 한 점에서 만날 때 
내심	(1) 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점 (2) 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리가 같다. 

5 평행사변형

성질	(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다. (2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다. (3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
평행사변형이 되는 조건	(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때 (2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때 (3) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때 (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때 (5) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같을 때

6 여러 가지 사각형

성질	(1) 직사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다. (2) 마름모: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. (3) 정사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 수직이등분선, 할선, 접한다, 접선, 접점, 외접, 외접원, 외심, 내접, 내접원, 내심
- □ABCD

평행사변형을 찾아라!

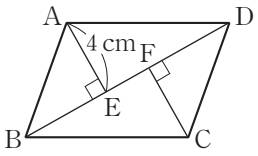


생각 키/우/기 여러 가지 사각형 중에서 평행사변형을 골라 낼 수 있는 조건을 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

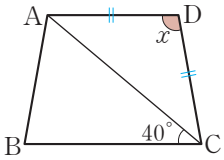
선/택/형

1 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AE}=4$ cm일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



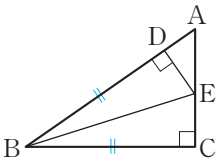
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
④ 4 cm ⑤ 5 cm

2 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{DC}$이다. $\angle ACB=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



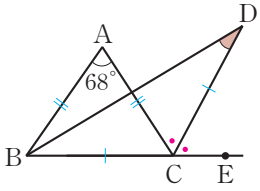
① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°

3 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\angle BDE=90^\circ$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?



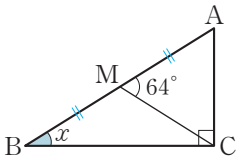
① $\overline{AE}=\overline{EC}$ ② $\overline{AD}=\overline{DE}$
③ $\angle BEC=\angle DAE$ ④ $\angle DEA=\angle DAE$
⑤ $\angle DEB=\angle CEB$

4 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle ACD=\angle DCE$이다. $\angle A=68^\circ$일 때, $\angle BDC$의 크기는?



① 29° ② 30° ③ 31°
④ 32° ⑤ 33°

5 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 변 AB의 중점이고 $\angle AMC=64^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?

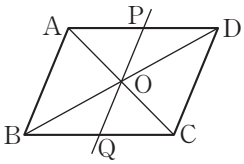


① 30° ② 32° ③ 38°
④ 45° ⑤ 58°

6 둘레의 길이가 30 cm이고, 넓이가 45 cm^2인 삼각형에 대하여 내접원의 반지름의 길이는?

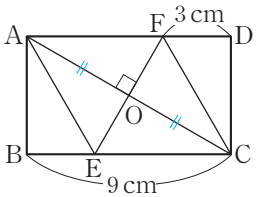
① 1.5 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
④ 3 cm ⑤ 3.5 cm

7 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 직선 PQ가 두 대각선의 교점 O를 지날 때, 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



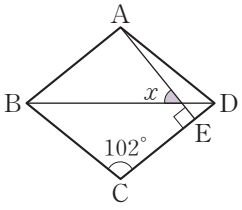
① $\overline{PD}=\overline{QB}$ ② $\angle BQO=\angle DPO$
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$ ④ $\angle APO=\angle BQO$
⑤ $\overline{OP}=\overline{OQ}$

8 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{EF}$는 대각선 AC의 수직이등분선이다. $\overline{FD}=3$ cm, $\overline{BC}=9$ cm일 때, $\overline{AE}$의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

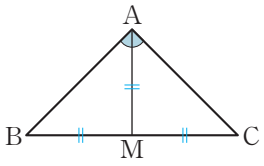
9 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AE}\perp\overline{CD}$이고 $\angle C=102^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



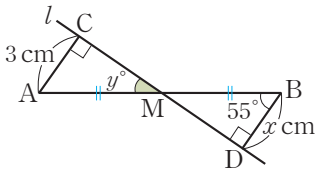
① 51° ② 53° ③ 55°
④ 56° ⑤ 58°

서/답/형

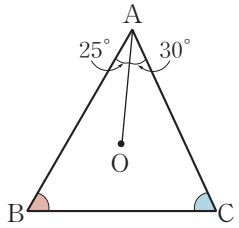
10 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



11 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 선분 AB의 중점 M을 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. $\overline{AC}=3$ cm, $\angle MBD=55^\circ$일 때, $x+y$의 값을 구하여라.

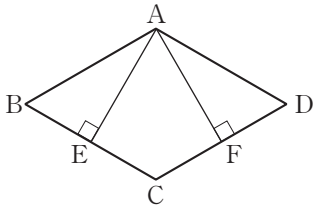


12 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다.
$\angle BAO=25^\circ$,
$\angle CAO=30^\circ$
일 때, $\angle B$와 $\angle C$의 크기를 구하여라.



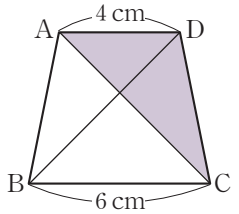
|서술형|

13 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AE}\perp\overline{BC}$, $\overline{AF}\perp\overline{CD}$일 때, $\overline{AE}=\overline{AF}$임을 설명하는 과정을 서술하여라.



|서술형|

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서
$\overline{AD}=4$ cm,
$\overline{BC}=6$ cm
이고 △ABC의 넓이가 27 cm^2일 때, △ACD의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



컴퓨터로 도형을 그려 보자.

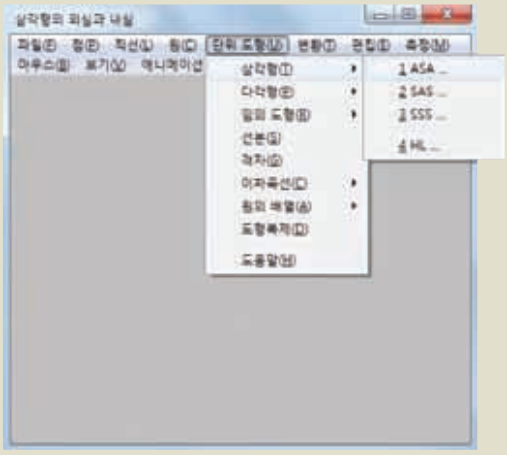
도형을 그리는 프로그램을 이용하면 여러 가지 도형을 쉽게 그릴 수 있는데, 그중에서 적절한 프로그램을 이용하여 삼각형의 외심과 내심을 찾아보자.

1 삼각형을 그려 보자.

프로그램의 초기 화면에서 '윈도(W)'를 클릭한 후, '2차원 기하(2)'를 선택하여 새 창을 연다. 우리가 그리려고 하는 것은 삼각형이므로

[단위 도형] – [삼각형]

의 순서로 클릭하면 오른쪽과 같이 네 종류의 메뉴가 나온다.



이들을 이용하면 여러 가지 삼각형을 그릴 수 있다.

① ASA: 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 지정할 수 있다.

② SAS: 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 지정할 수 있다.

③ SSS: 세 변의 길이를 지정할 수 있다.

④ HL: 빗변의 길이와 높이를 지정하여 직각삼각형을 그릴 수 있다.



2 삼각형의 외접원과 외심을 그려 보자.

①을 참고하여 원하는 삼각형을 그리고

[원] – [외접원] – [확인]

의 순서로 클릭하면 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 외접원과 외심이 그려진다.

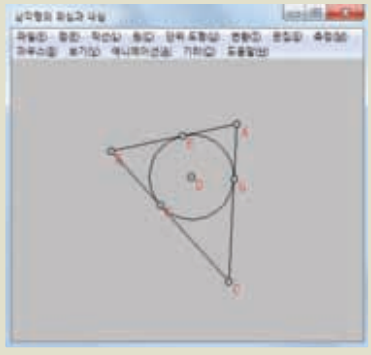


3 삼각형의 내접원과 내심을 그려 보자.

마찬가지 방법으로 삼각형을 그리고

[원] – [내접원] – [확인]

의 순서로 클릭하면 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 내접원과 내심이 그려진다.



4 삼각형의 외심과 내심이 일치하는 경우를 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 한 삼각형의 외접원과 외심, 내접원과 내심을 한 화면에 모두 나타낼 수도 있다. 이등변삼각형, 정삼각형 등 여러 가지 삼각형의 외접원과 외심, 내접원과 내심을 같은 화면에 그려 보고, 어떤 경우에 삼각형의 외심과 내심이 일치하는지 알아보자.



뫼비우스의 띠

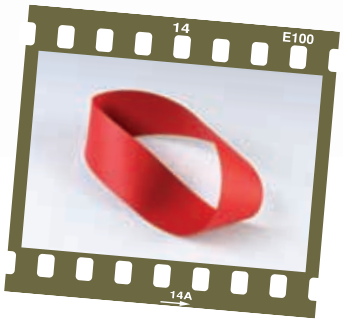
종이를 이용한 놀이는 놀면서 즐길 수 있는 훌륭한 여가 활동이다. 집중력을 키울 수 있으며, 섬세한 손놀림으로 두뇌 회전이 빨라지기 때문이다. 또 종이를 이용하여 노는 사이에 무엇인가 새로운 아이디어가 떠오르고, 더 많은 생각을 하게 되면서 다시 새로운 것을 만들어 낼 수 있다. 그래서 종이를 이용한 놀이는 수학에서 많이 이용되고 있다.

몇 년 전 미국에서 태양계 밖에 있는 별까지 관찰할 수 있는 지름의 길이가 350 m인 초대형 우주 망원경을 설계하였는데, 이 초대형 망원경을 종이처럼 접어서 우주로 운반하자는 아이디어를 내어 놓았다.

초대형 망원경을 접는 데 이용된 기술은 NASA에서 일했던 로버트 랭(Robert J. Lang)이 개발한 '트리메이커(Tree Maker)'인데, 이것은 컴퓨터로 종이접기를 설계할 수 있도록 만든 소프트웨어이다. 연구진은 이 프로그램을 이용하여 우주 망원경을 72개 조각으로 만든 후 경첩으로 연결해 종이처럼 접어서 우주로 운반할 수 있었다.

오늘날 수학자들은 새롭고 놀라운 방법으로 종이접기를 이용하고 있는데, 평평한 정사각형 모양의 종이를 접는 방법과 형식을 연구하고 분석하여 여러 가지 분야에서 응용하고 있다. 특히 종이접기에는 기하학적인 모양이나 특성이 많이 있는데 삼각형, 다각형, 합동, 비율과 비례, 접는 선에 나타난 대칭 등이 그것이다.

한편 종이를 길게 잘라 띠를 만들면 또 다른 수학과 만날 수 있는데 그것이 바로 뫼비우스의 띠이다. 뫼비우스의 띠는 경계가 하나밖에 없는 2차원 도형으로 1858년에 뫼비우스(Möbius, A. F. ; 1790~1868)가 발견하였다.

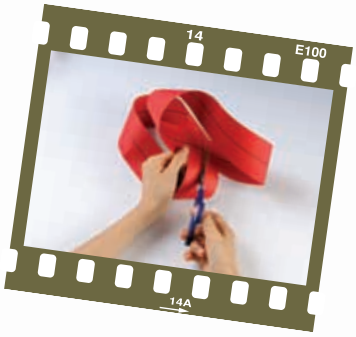


종이를 길게 잘라서 띠를 만든 후 종이 띠의 양 끝을 그냥 풀로 붙이면 도넛 모양이 되는데 한 번 꼬아 붙이면 뫼비우스의 띠가 된다.

이 띠는 한 개의 면만 가지고 있어서 만일 우리가 이 띠의 어느 한 면에서 출발하여 선을 계속 그려간다면 결국 처음 시작한 같은 점에 도착할 것이다. 즉, 우리는 연필을 떼지 않고도 이 띠의 전부를 여행한 것이다.



실생활에도 응용되고 있는 뫼비우스의 띠는 우리에게 수학적인 이론과 함께 재미도 선사한다. 뫼비우스의 띠를 만든 다음 그 띠의 가운데를 따라 자르면 둘로 나누어질 것 같지만 두 번 꼬인 한 개의 띠가 된다.



또 두 개의 띠로는 하트 모양도 만들 수 있다. 우선 뫼비우스의 띠를 하나 만들고, 이것과 반대 방향으로 꼰 다른 뫼비우스의 띠를 하나 더 만든다. 이 두 개의 띠를 서로 수직이 되도록 붙이고, 두 개의 띠를 그림에서와 같이 가운데 점선을 따라 자르면 서로 결합된 두 개의 하트가 된다.





Ⅷ 도형의 닮음

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해한다.
2. 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.
3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.
4. 닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 도형의 닮음
2. 닮음의 활용





사진은 영어로 photograph라고 하는데, 이는 그리스 어의 빛이란 뜻의 'photos'와 그린다는 뜻의 'graphien'에서 유래되었다. 사진은 사진기로 빛을 모아 필름에 초점을 맞추어 상을 맺히게 하여 만들어진다. 최초의 실용적인 사진기는 독일의 요한 잔(Johann Zahn ; 1641~1707)에 의하여 1685년에 개발되었으며 초기의 사진기들은 잔의 발명품과 유사한 것들로 촬영 대상의 초점을 맞추기 위하여 사진기 상자를 앞뒤로 이동시켜 빛에 감광판을 노출시키는 방식이었다.

예전의 사진은 정해진 규격으로만 만들 수 있었지만 오늘날에는 디지털 사진기로 사진을 찍은 후 컴퓨터를 사용하여 실물과의 비율은 유지하되, 그 크기만 다르게 하여 마음대로 확대나 축소를 할 수 있게 되었다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
- 비례식과 비례배분

[중1~3학년군]
- 기본 도형
- 작도와 합동
- 평면도형의 성질
- 입체도형의 성질

이 단원에서 공부할 내용

1. **도형의 닮음**
   - 닮은 도형
   - 삼각형의 닮음조건
2. **닮음의 활용**
   - 평행선과 선분의 길이의 비
   - 닮음의 활용

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 피타고라스 정리
- 삼각비

1 도형의 닮음



준 | 비 | 학 | 습

비례식

비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.

외항

$4 : 5 = 8 : 10$

내항

삼각형의 내각의 크기의 합

삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이다.

삼각형의 합동조건

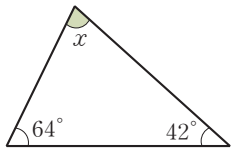
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

1 다음 비례식을 만족시키는 x, y의 값을 구하여라.

(1) $2 : 3 = 6 : x$ (2) $3 : 4 = x : 8$

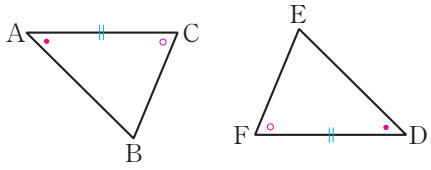
(3) $y : 5 = 18 : 15$ (4) $0.2 : y = 1 : 3$

2 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

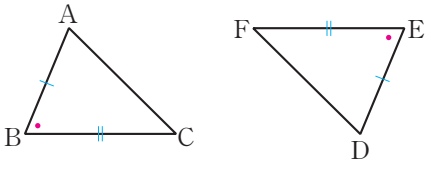


3 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 두 삼각형의 합동조건을 말하여라.

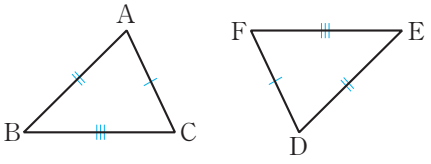
(1)



(2)



(3)



1-1 닮은 도형

● 도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해한다.



닮은 도형이란 무엇인가?

창의력 기르기

병 속의 배

18세기 무렵 선박 건조술과 항해술이 발전하면서 선원들도 늘어났다. 그중에 손재주가 좋은 선원들은 버리는 병 속에 배를 작게 축소하여 넣으면서 병 속의 배가 탄생하였다. 사람들은 병 속에 배를 넣을 수 있는 방법을 몹시 궁금해하며 이 신기한 공예품을 가지고 싶어 하였고, 19세기 후반 유럽의 귀족 집안에는 이것이 없는 집이 없었다고 한다.



탐 구 활 동

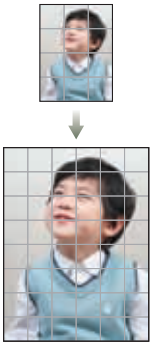
다음 그림은 병 속의 배를 여러 가지 모형으로 만든 것이다. 물음에 답하여 보자.



(가) (나) (다) (라)

1 그림 (가)~(라)의 모양과 크기를 비교하여 보자.

2 모양이 같은 그림을 찾아보자.

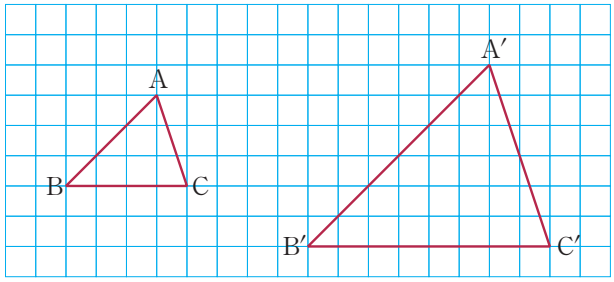


우리는 일상생활에서 그림이나 사진을 확대하거나 축소하는 경우를 자주 볼 수 있다.

한 도형을 확대하거나 축소하여 얻은 도형은 처음 도형과 크기는 다르지만 모양은 같다.

이와 같이 한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소한 것이 다른 도형과 합동일 때 이들 두 도형은 서로 **닮음**인 관계가 있다고 하고, 닮음인 관계가 있는 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.

다음 그림에서 $\triangle A'B'C'$은 $\triangle ABC$를 2배 확대한 것이다.



이때 꼭짓점

$$A와\ A',\ B와\ B',\ C와\ C'$$

은 각각 서로 대응하는 꼭짓점이고

$$\overline{AB}와\ \overline{A'B'},\ \overline{BC}와\ \overline{B'C'},\ \overline{CA}와\ \overline{C'A'}$$

은 각각 서로 대응하는 변이다. 또

$$\angle A와\ \angle A',\ \angle B와\ \angle B',\ \angle C와\ \angle C'$$

은 각각 서로 대응하는 각이다.

한편 $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$이 서로 닮은 도형임을 기호로

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

과 같이 나타낸다.

닮음 기호 $\backsim$는 영어 단어 Similar(닮음)의 첫 글자 S를 옆으로 뉘어서 쓴 것이다.

주의 닮은 도형을 기호로 나타낼 때에는 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓴다.

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

위의 그림에서 대응하는 변의 길이의 비는

$$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CA} : \overline{C'A'} = 1 : 2$$

로 일정하고, 대응하는 각의 크기는

$$\angle A = \angle A',\ \angle B = \angle B',\ \angle C = \angle C'$$

으로 각각 같다.

일반적으로 서로 닮은 평면도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

평면도형에서 닮음의 성질

서로 닮은 두 평면도형에서

(1) 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

(2) 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

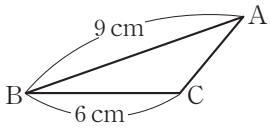
서로 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 **닮음비**라고 한다.

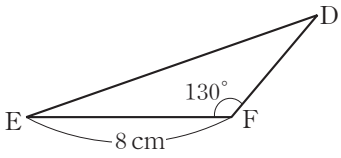
이를테면 앞의 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 A′B′C′에서 대응하는 변의 길이의 비가 1 : 2이므로 닮음비는 1 : 2이다.

참고 합동인 두 도형은 닮음비가 1 : 1인 닮은 도형이다.

예제 1

다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 다음을 구하여라.





(1) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비

(2) $\overline{DE}$의 길이

(3) $\angle C$의 크기

대응하는 두 변의 길이를 이용하여 닮음비를 구한다.

풀이 (1) $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$는 대응하는 변이므로 닮음비는

$\overline{BC} : \overline{EF} = 6 : 8 = 3 : 4$

(2) 닮음비가 3 : 4이고, $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$는 대응하는 변이므로

$9 : \overline{DE} = 3 : 4,\ \overline{DE} = 12(\text{cm})$

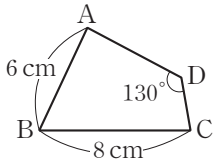
(3) $\angle C$와 $\angle F$는 대응하는 각이므로

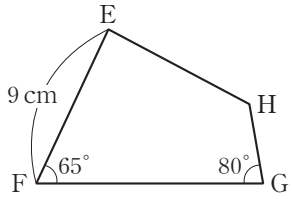
$\angle C = \angle F = 130^\circ$

답 (1) 3 : 4 (2) 12 cm (3) 130°

문제

다음 그림에서 $\square ABCD \backsim \square EFGH$일 때, 다음을 구하여라.





(1) $\square ABCD$와 $\square EFGH$의 닮음비

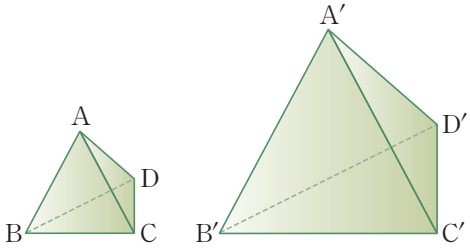
(2) $\overline{FG}$의 길이

(3) $\angle A$의 크기

평면도형에서와 마찬가지로 입체도형에서도 닮음을 생각할 수 있다.

오른쪽 그림은 사면체 A-BCD를 2배로 확대하여 사면체 A′-B′C′D′을 그린 것이다.

오른쪽 그림에서 두 사면체의 크기는 다르지만 모양은 같다.



이와 같이 한 입체도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 입체도형이 다른 입체도형과 모양과 크기가 똑같을 때, 이들 두 입체도형은 서로 닮음인 관계가 있다 또는 서로 닮은 도형이라고 한다.

일반적으로 서로 닮은 입체도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

입체도형에서 닮음의 성질

서로 닮은 두 입체도형에서

(1) 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

(2) 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

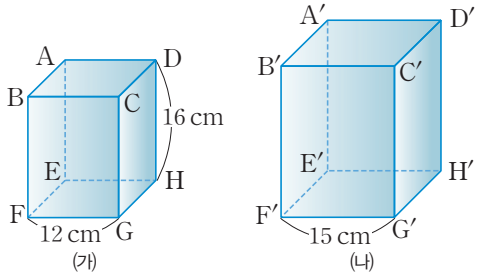
서로 닮은 두 입체도형에서 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비이다.

문제 2 오른쪽 그림의 서로 닮은 두 직육면체 (가)와 (나)에 대하여 $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, 다음을 구하여라.

(1) 면 BFGC에 대응하는 면

(2) 두 직육면체 (가)와 (나)의 닮음비

(3) $\overline{D'H'}$의 길이



함께 만들어요

문제 3 문제 2와 같이 서로 닮은 두 입체도형에 관한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

추론 반지름의 길이가 다른 두 원은 항상 서로 닮음이다. 그 이유를 말하고, 이때 두 원의 닮음비는 어떻게 구하는지 설명하여 보자.

1-2 삼각형의 닮음조건

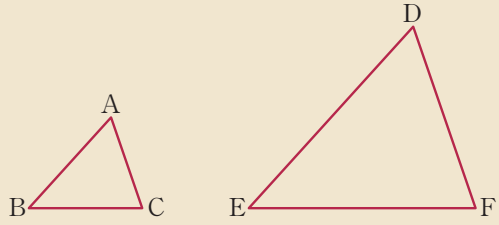
● 삼각형의 닮음조건을 이해한다.

삼각형의 닮음조건은 무엇인가?

탐 구 활 동

●**준비물**
투명 종이, 자

다음 그림은 △ABC를 2배로 확대하여 △DEF를 그린 것이다. 물음에 답하여 보자.



1 투명 종이 위에 △ABC의 세 변의 길이를 각각 2배로 한 삼각형을 그려 보자.

2 투명 종이 위에 △ABC의 두 변의 길이를 각각 2배로 하고, 그 끼인각의 크기가 같은 삼각형을 그려 보자.

3 투명 종이 위에 △ABC의 한 변의 길이를 2배로 하고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 삼각형을 그려 보자.

4 **1**, **2**, **3**에서 그린 삼각형은 △DEF와 포개어지는가?

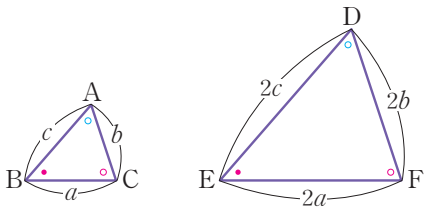
● 삼각형의 합동조건
(1) SSS 합동
(2) SAS 합동
(3) ASA 합동

삼각형의 합동조건을 이용하면 대응하는 세 변의 길이와 대응하는 세 각의 크기를 모두 비교하지 않아도 두 삼각형이 합동임을 알 수 있다.

마찬가지로 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비와 대응하는 세 각의 크기에 관한 조건들 중에서 몇 가지만 성립하여도 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는 경우가 있다.

이제 어떤 조건을 만족시키면 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는지 알아보자.

다음 그림에서 △ABC와 △DEF는 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형이다.

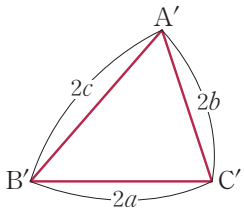


이때 다음과 같이 그린 $\triangle A'B'C'$이 $\triangle DEF$와 합동임을 조사함으로써

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이 되기 위한 조건을 알 수 있다.

(1) $\overline{A'B'}=2\overline{AB}$, $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\overline{C'A'}=2\overline{CA}$인 $\triangle A'B'C'$에서



$\overline{B'C'}=\overline{EF}$, $\overline{C'A'}=\overline{FD}$, $\overline{A'B'}=\overline{DE}$

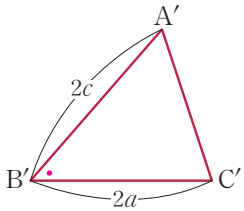
이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이다. 즉, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.

대응하는 세 변의 길이가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

(2) $\overline{A'B'}=2\overline{AB}$, $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\angle B'=\angle B$인 $\triangle A'B'C'$에서



$\overline{B'C'}=\overline{EF}$, $\overline{A'B'}=\overline{DE}$, $\angle B'=\angle E$

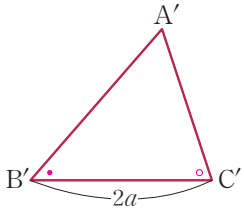
이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이다. 즉, 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.

대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

(3) $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\angle B'=\angle B$, $\angle C'=\angle C$인 $\triangle A'B'C'$에서



$\overline{B'C'}=\overline{EF}$, $\angle B'=\angle E$, $\angle C'=\angle F$

이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이다. 그런데 삼각형에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 같으면 나머지 한 각의 크기도 같아진다. 즉, 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.

대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

이상을 정리하면 다음과 같은 **삼각형의 닮음조건**을 얻을 수 있다.

오른쪽 삼각형의 닮음조건을 Side(변)와 Angle(각)의 첫 글자를 사용하여 간단히
(1) SSS 닮음
(2) SAS 닮음
(3) AA 닮음
으로 나타내기도 한다.

삼각형의 닮음조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다.

(1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때

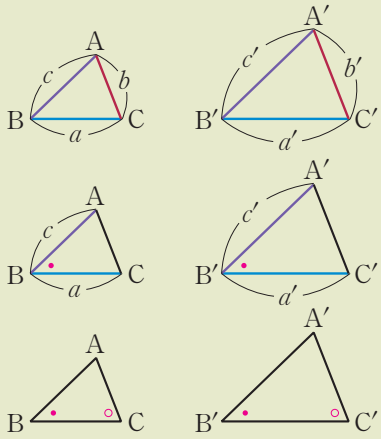
$$a : a' = b : b' = c : c'$$

(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때

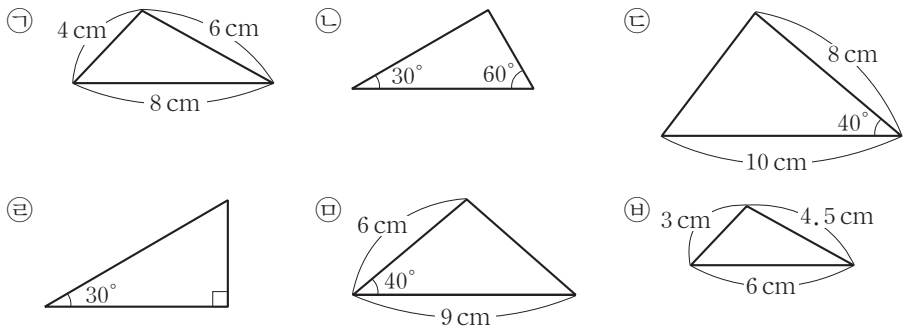
$$a : a' = c : c', \quad \angle B = \angle B'$$

(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때

$$\angle B = \angle B', \quad \angle C = \angle C'$$

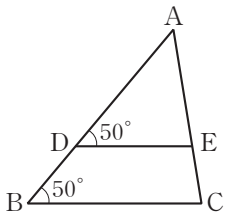


문제 1 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾아라.

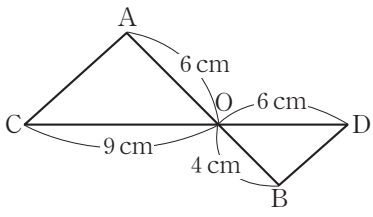


문제 2 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형을 찾아 기호 $\backsim$를 써서 나타내고, 그 닮음조건을 말하여라.

(1)



(2)

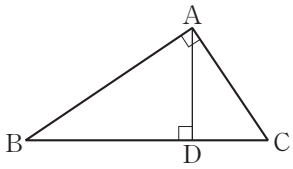


예제 1

오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음을 설명하여라.

(1) $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

(2) $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$



● 풀이 (1) $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\angle BAC=\angle BDA=90^\circ$ …… ①

$\angle B$는 공통 …… ②

①, ②에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

(2) (1)에서 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로

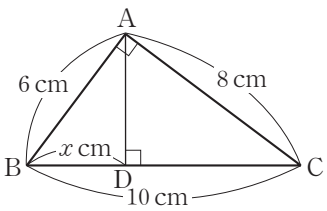
$\overline{AB} : \overline{DB}=\overline{BC} : \overline{BA}$

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

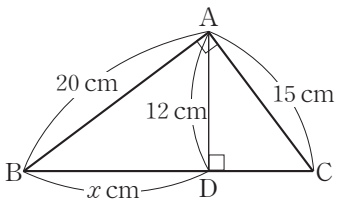
문제 3

다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

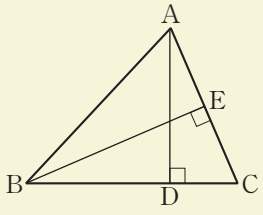


(2)



창의 UP

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A, B에서 변 BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 할 때, $\overline{AC} : \overline{BC}=\overline{AD} : \overline{BE}$임을 설명하여라.



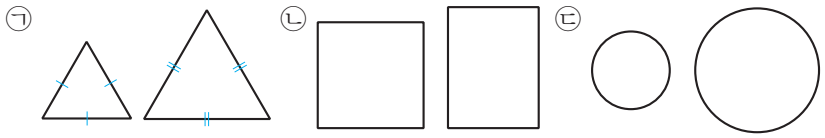
의사소통

삼각형의 합동조건과 닮음조건의 차이점을 말하여 보자.

수준별

한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 도형이 다른 도형과 합동일 때, 이들 두 도형은 서로 닮음인 관계가 있다고 한다.

1 다음 중에서 짝지어진 두 도형이 서로 닮음인 것을 모두 찾아라.

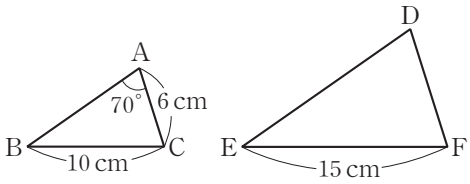


2 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\angle D$의 크기

(2) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비

(3) $\overline{DF}$의 길이



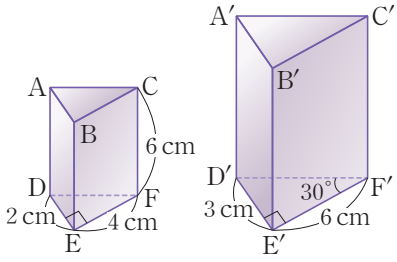
서로 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하고, 대응하는 면은 서로 닮음이다.

3 오른쪽 그림과 같은 서로 닮은 두 입체도형에서 다음을 구하여라.

(1) $\overline{DE} : \overline{D'E'}$

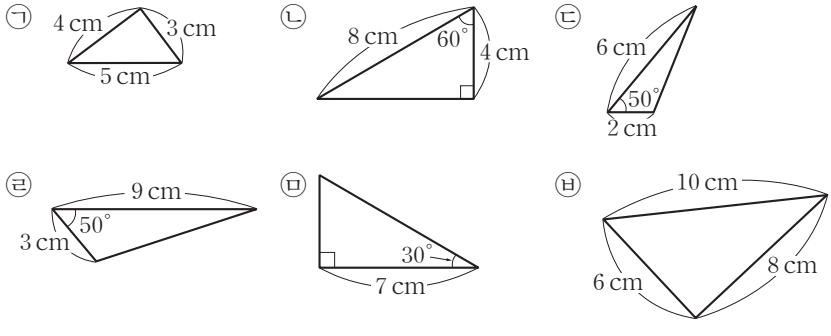
(2) $\overline{C'F'}$의 길이

(3) $\angle EDF$의 크기



삼각형의 닮음조건은 SSS 닮음, SAS 닮음, AA 닮음이다.

4 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾고, 닮음조건을 말하여라.



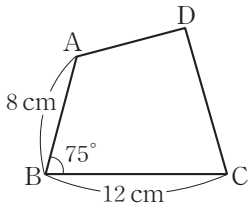
닮은 도형

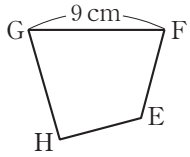
1 다음 중에서 항상 닮음인 것을 모두 찾아라.

㉠ 두 마름모	㉡ 두 이등변삼각형	㉢ 두 구
㉣ 두 정육각형	㉤ 두 정사면체	㉥ 두 원뿔

평면도형에서 닮음의 성질

2 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하여라.





(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

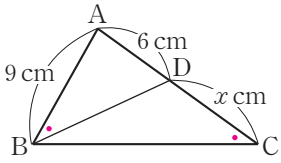
(2) ∠F의 크기

(3) $\overline{EF}$의 길이

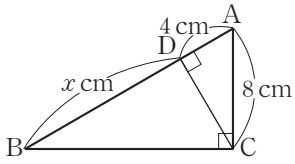
삼각형의 닮음조건

3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

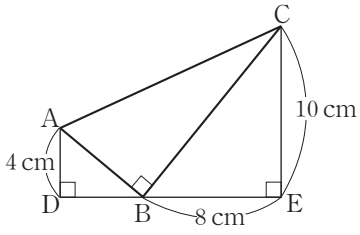


(2)



삼각형의 닮음조건

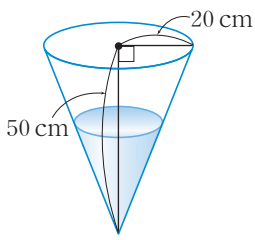
4 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 두 꼭짓점 A, C에서 점 B를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 할 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



중/단/원 실력

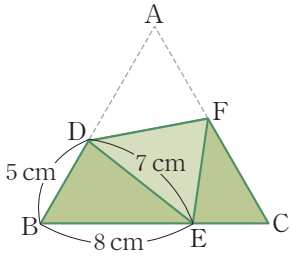
• 닮음비를 이용하여 채워진 물의 높이와 반지름의 길이를 구한다.

1 오른쪽 그림과 같이 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{3}{5}$만큼 채웠을 때, 물의 부피를 구하여라.



• 서로 닮은 두 삼각형을 찾아 비례식을 세운다.

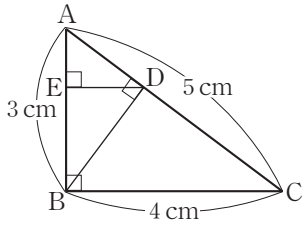
2 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 모양의 색종이에서 꼭짓점 A가 BC 위의 점 E에 오도록 접었을 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



3 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=4$ cm, $\overline{AC}=5$ cm

일 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하여라.

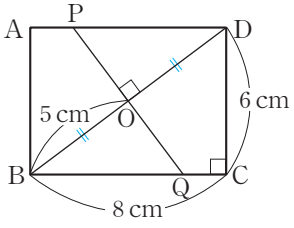


• 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형을 찾는다.

4 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{PQ}$는 대각선 BD를 수직이등분한다.

$\overline{BC}=8$ cm, $\overline{DC}=6$ cm, $\overline{BO}=5$ cm

일 때, $\overline{PD}$의 길이를 구하여라.



2 닮음의 활용



준 | 비 | 학 | 습

평행선의 성질

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같다.

삼각형의 닮음조건

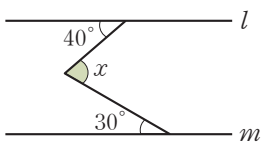
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다.

- 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (SSS 닮음)
- 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (SAS 닮음)
- 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 (AA 닮음)

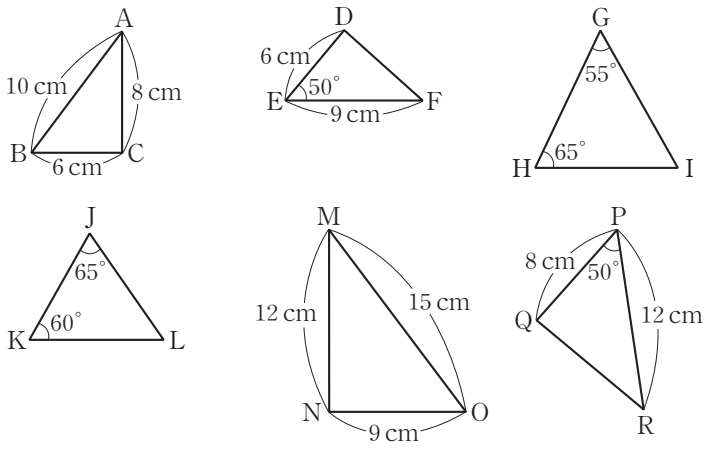
다면체와 회전체의 부피

- (기둥의 부피)
  =(한 밑면의 넓이)×(높이)
- (뿔의 부피)
  =(기둥의 부피)×$\frac{1}{3}$

1 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

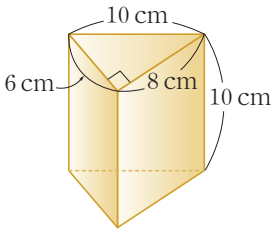


2 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾아 기호로 나타내어라.

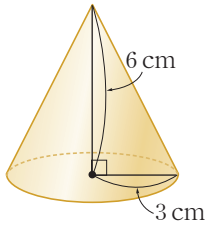


3 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1)



(2)



2-1 평행선과 선분의 길이의 비

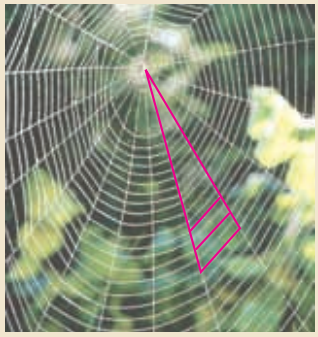
● 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

삼각형과 평행선이 만나서 생기는 선분의 길이의 비는 어떠한가?

창의력 기르기

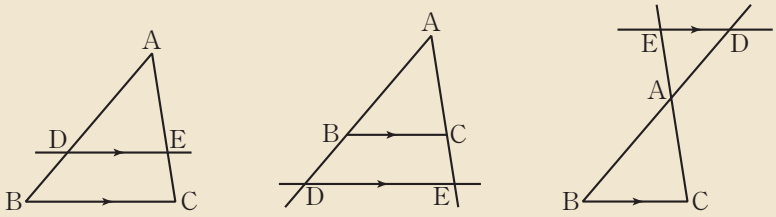
거미줄

오른쪽 그림과 같이 거미줄에서 삼각형 모양과 평행선을 찾아볼 수 있다. 거미는 뛰어내리기, 사냥, 먹이 포박, 고치 만들기, 비행 등을 위하여 거미줄을 만들어 내는데, 거미줄은 단위 굵기로 비교하면 인류가 만든 대부분의 섬유보다도 훨씬 강도가 높다.



탐 구 활 동

다음 그림과 같이 △ABC의 변 BC와 평행한 직선을 그어 두 변 AB, AC 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



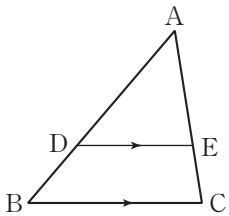
1 ∠B, ∠C와 크기가 같은 각을 각각 찾아보자.

2 **1**을 이용하여 △ABC와 닮은 삼각형을 각각 찾아보자.

삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변 또는 그 연장선과 만나서 생기는 선분과 삼각형의 변 사이의 관계를 알아보자. 즉, 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 변 BC에 평행한 직선이 두 변 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때,

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$$

임을 알아보자.



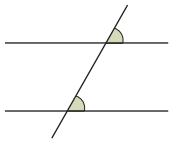
△ABC와 △ADE에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$$\angle ABC = \angle ADE \text{ (동위각)} \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle A\text{는 공통} \quad \cdots\cdots ②$$

이다.

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기는 서로 같다.



①, ②에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$$

이다.

이때 서로 닮은 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 같으므로

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$$

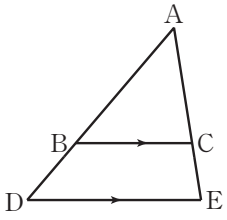
이다.

문제 1 다음 그림과 같이 △ABC의 변 BC에 평행한 직선이 두 변 AB, AC의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때,

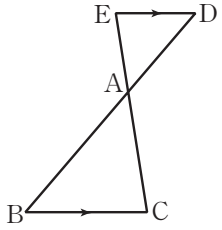
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$$

임을 설명하여라.

(1)

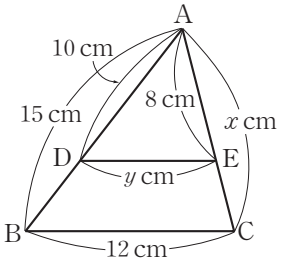


(2)

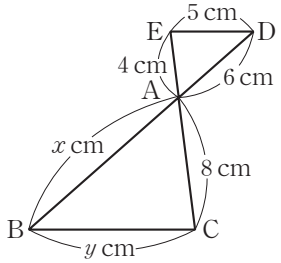


문제 2 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하여라.

(1)

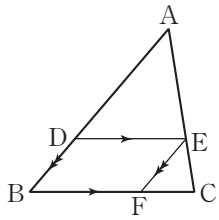


(2)



삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변 또는 그 연장선과 만나서 생기는 선분과 삼각형의 변 사이의 관계를 좀 더 알아보자.

오른쪽 그림의 △ABC에서 변 AB 위의 한 점 D를 지나 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 E라 하고, 점 E를 지나 변 AB에 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 F라고 하면



△ADE와 △EFC에서

$$\angle DAE = \angle FEC \text{ (동위각)}$$

$$\angle AED = \angle ECF \text{ (동위각)}$$

이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle EFC$이다.

따라서

$$\overline{AD} : \overline{EF} = \overline{AE} : \overline{EC} \quad \cdots\cdots ①$$

평행사변형에서 대변의 길이는 각각 같다.

이고, □DBFE는 평행사변형이므로

$$\overline{EF} = \overline{DB} \quad \cdots\cdots ②$$

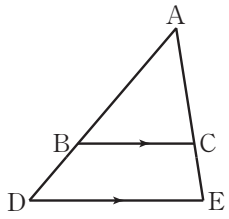
이다.

①, ②에서

$$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$$

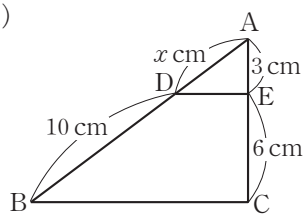
가 성립한다.

마찬가지로 점 D, E가 변 AB, AC의 연장선 위에 있을 때에도 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$가 성립한다.

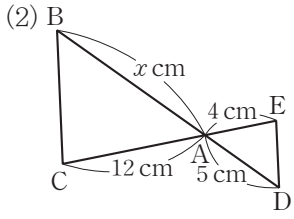


문제 3 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 어떠한가?



창의력 기르기

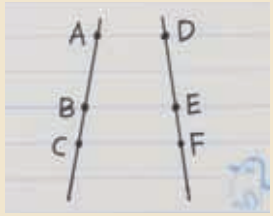
현악기 향비파

향비파는 삼국 시대부터 조선 후기까지 궁중에서 쓰인 현악기로 목 부분과 몸통에 있는 서로 평행한 괘가 다섯 개의 줄과 만나고 있다. 이것은 왼손 손가락으로 줄과 괘를 짚어 음높이를 조절하고, 거문고처럼 오른손에 술대를 끼고 줄을 튕겨서 소리를 낸다. 신라 시대에는 거문고, 가야금과 더불어 삼현(三絃)으로 불렸다.

탐 구 활 동

●**준비물**
줄이 그어진 공책, 자

오른쪽 그림과 같이 줄이 그어진 공책에 두 직선을 그린 다음 물음에 답하여 보자.



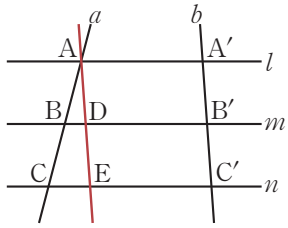
1 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 재어 $\overline{AB}$: $\overline{BC}$를 구하여 보자.

2 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$의 길이를 재어 $\overline{DE}$: $\overline{EF}$를 구하여 보자.

3 $\overline{AB}$: $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$: $\overline{EF}$를 비교하여 보자.

삼각형의 닮음과 평행선의 성질을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 평행한 세 직선 l, m, n과 두 직선 a, b가 만나는 점을 각각 A, B, C, A′, B′, C′이라고 하자.



또 점 A를 지나고 직선 b에 평행한 직선을 그어서 직선 m, n과 만나는 점을 각각 D, E라고 하자.

△ACE에서 $\overline{BD} /\!/ \overline{CE}$이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$$

이다.

평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

또 □ADB′A′과 □DEC′B′이 평행사변형이므로

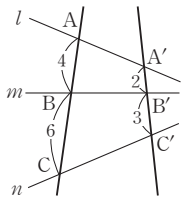
$$\overline{AD} = \overline{A'B'},\ \overline{DE} = \overline{B'C'}$$

이다. 따라서

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$$

이 성립한다.

다음 그림에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$이지만 l, m, n은 서로 평행하지 않다.

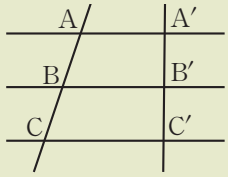


이상을 정리하면 다음과 같다.

평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

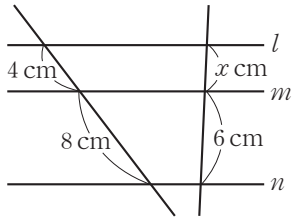
세 개의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 같다.

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$$

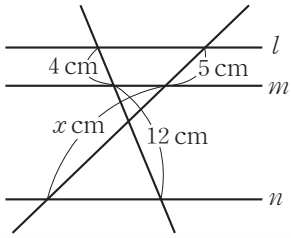


문제 4 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)

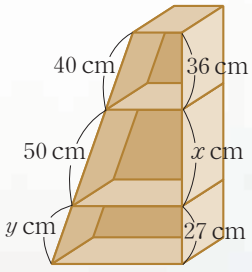


함께 만들어요

문제 5 문제 4와 같이 세 직선이 평행할 때, 선분의 길이를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

실생활

문제 6 지윤이는 오른쪽 그림과 같이 선반이 모두 평행한 장식장을 만들려고 한다. 이때 x, y의 값을 구하여라.



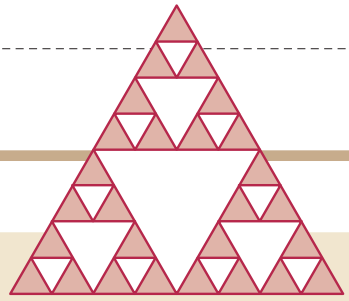
의사소통

평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 선분 AB를 삼등분하는 방법을 말하여 보자.



2-2 닮음의 활용

● 닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.



삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 어떠한가?

창의력 기르기

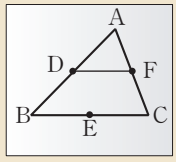
시어핀스키 삼각형

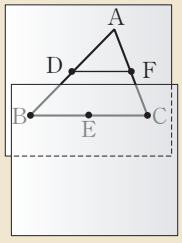
정삼각형의 세 변의 중점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 그리면 네 개의 합동인 정삼각형이 생긴다. 이때 가운데 삼각형을 오려 내고 남은 3개의 정삼각형에 위의 과정을 반복하여 만들어지는 삼각형을 시어핀스키 삼각형이라고 한다.

탐 구 활 동

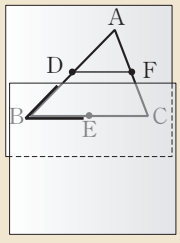
투명 종이 위에 삼각형 ABC를 그리고 세 변의 중점 D, E, F를 각각 표시한다. 점 D와 F를 연결하고, 다음 물음에 답하여 보자.

●**준비물**
투명 종이, 자





(가)



(나)

1 (가)와 같이 다른 투명 종이 위에 점 B, E, C를 표시한 다음 $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$의 길이를 비교하여 보자.

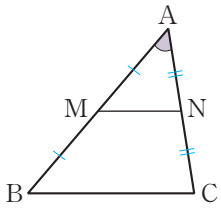
2 (나)와 같이 다른 투명 종이 위에 $\angle ABC$를 표시한 다음 $\angle ABC$와 $\angle ADF$의 크기를 비교하여 보자. 또 $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$의 위치 관계를 말하여 보자.

삼각형의 두 변의 중점을 이은 선분과 나머지 한 변은 어떤 관계가 있는지 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 변 AB, AC의 중점을 각각 M, N이라고 하면 $\triangle ABC$와 $\triangle AMN$에서

$$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN} = 2 : 1$$

$\angle A$는 공통



● 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때, 두 삼각형은 서로 닮음이다.

두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$$\triangle ABC \backsim \triangle AMN$$

이다.

따라서 $\angle ABC = \angle AMN$이므로 동위각의 크기가 같게 되어

$$\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$$

이다.

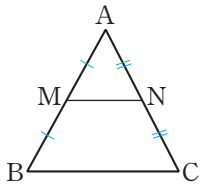
△ABC와 △AMN의 닮음비는 2 : 1이다.

또 $\overline{BC} : \overline{MN} = 2 : 1$이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

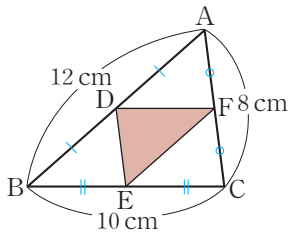
이다.

이상을 정리하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$과 같음을 알 수 있다. 즉,



$$\overline{MN} /\!/ \overline{BC},\ \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

문제 1 오른쪽 그림의 △ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라고 할 때, △DEF의 세 변의 길이를 각각 구하여라.



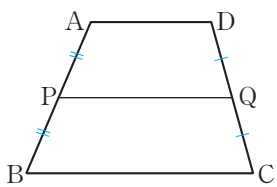
발전

문제 2 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 변 AB, DC의 중점을 각각 P, Q라고 할 때, 다음을 설명하여라.

(1) $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$

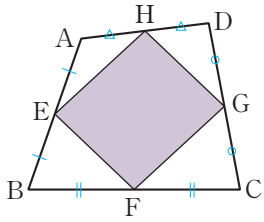
(2) $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

$\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 R로 놓고 생각한다.



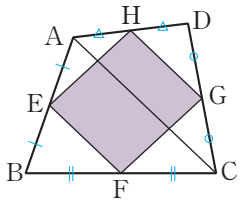
예 제 1

□ABCD에서 네 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 E, F, G, H라고 할 때, □EFGH는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.



한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.

풀이 대각선 AC를 그으면 △ABC에서 선분 EF는 변 AB, BC의 중점을 연결한 선분이므로



$$\overline{EF} /\!/ \overline{AC},\ \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC} \quad \cdots\cdots ①$$

또 △ACD에서 선분 GH는 변 CD, DA의 중점을 연결한 선분이므로

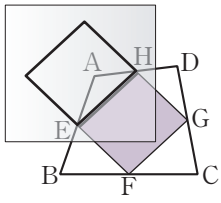
$$\overline{HG} /\!/ \overline{AC},\ \overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC} \quad \cdots\cdots ②$$

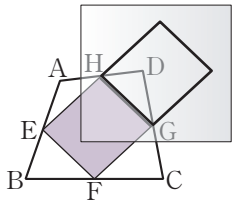
①, ②에서

$$\overline{EF} /\!/ \overline{HG},\ \overline{EF}=\overline{HG}$$

따라서 □EFGH는 평행사변형이다.

참고 투명 종이 위에 □EFGH를 그린 후 투명 종이를 움직여 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음을 다음과 같이 확인할 수 있다.



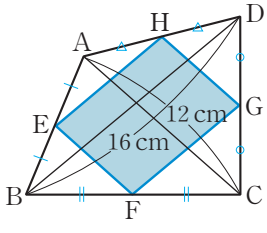


문 제 3

오른쪽 그림의 □ABCD에서 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 E, F, G, H라고 하자.

$$\overline{AC}=12\text{ cm},\ \overline{BD}=16\text{ cm}$$

일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하여라.



이제 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변에 평행한 직선과 나머지 한 변은 어떤 관계가 있는지 알아보자.

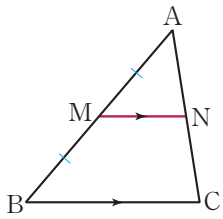
오른쪽 그림과 같이 △ABC에서 변 AB의 중점 M을 지나고 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 N이라고 하면 $\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이므로

$$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN} = 2 : 1$$

이다. 즉,

$$\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

이므로 점 N은 변 AC의 중점이다.



이상을 정리하면 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지남을 알 수 있다.

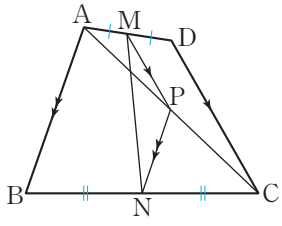
문제 4 $\overline{AB} = \overline{DC}$인 사각형 ABCD에서 변 AD, BC의 중점을 각각 M, N이라고 하자.

$$\overline{MP} /\!/ \overline{DC},\ \overline{PN} /\!/ \overline{AB}$$

일 때, 다음 물음에 답하여라.

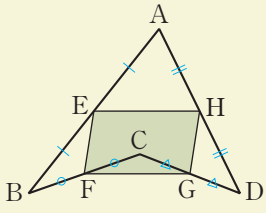
(1) 투명 종이를 이용하여 $\overline{MP}$와 $\overline{PN}$의 길이가 같음을 확인하여라.

(2) △PMN이 이등변삼각형임을 설명하여라.



창의 UP

오른쪽 그림에서 점 E, F, G, H는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점일 때, □EFGH는 평행사변형임을 설명하여라.



삼각형의 무게중심이란 무엇인가?

창의력 기르기

마이산 돌탑

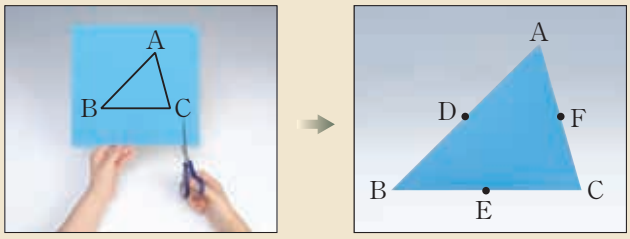


전라북도 진안에 있는 마이산에는 많은 돌탑이 있다. 이 돌탑은 모양과 크기가 일정하지 않은 돌을 사용하여 쌓았지만 심한 강풍에도 무너지지 않는다고 한다. 이와 같이 튼튼한 돌탑을 쌓으려면 돌의 무게와 모양에 따라 중심을 잘 맞추어야 한다.

탐 구 활 동

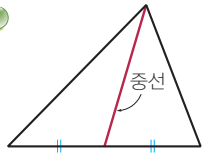
●**준비물**
두꺼운 종이, 가위

두꺼운 종이에 △ABC를 그리고 오려낸 다음 각 변의 중점 D, E, F를 표시한 후 물음에 답하여 보자.



1 삼각형을 손가락 위에 올려놓아 평형을 이루었을 때 손가락이 받치는 위치에 점을 찍어 보자.

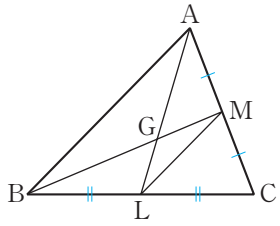
2 각 꼭짓점과 대변의 중점을 잇는 선분이 만나는 점은 **1**에서 찍은 점과 일치하는지 확인하여 보자.



삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 **중선**이라고 한다. 한 삼각형에는 세 개의 중선이 있다.

이제 삼각형의 세 중선이 한 점에서 만나는지 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL, BM의 교점을 G라고 하자.



점 L, M은 각각 변 BC, AC의 중점이므로

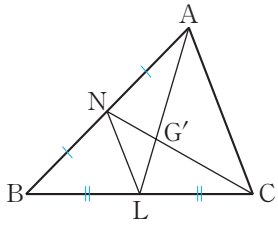
$$\overline{ML} /\!/ \overline{AB},\ \overline{ML}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

이다. 따라서 △GAB∽△GLM이고, 두 삼각형의 닮음비가 2 : 1이므로

$$\overline{AG} : \overline{LG}=\overline{BG} : \overline{MG}=2 : 1$$

이다. 즉, 점 G는 중선 AL, BM을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

같은 방법으로 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL, CN의 교점을 G′이라고 하면, 점 G′은 중선 AL, CN을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.



따라서 점 G와 G′은 중선 AL을 2 : 1로 나누는 점이므로 일치한다.

그러므로 △ABC의 세 중선은 한 점에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나누는 것을 알 수 있다.

이때 삼각형의 세 중선이 만나는 점을 삼각형의 **무게중심**이라고 한다.

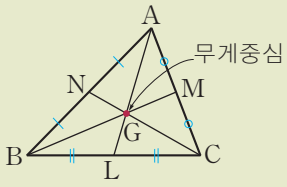
이상을 정리하면 다음과 같다.



삼각형의 무게중심

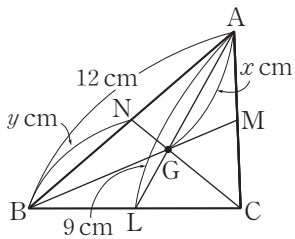
삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

$\overline{AG} : \overline{GL} = \overline{BG} : \overline{GM} = \overline{CG} : \overline{GN} = 2 : 1$



문제 5

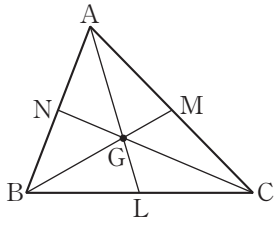
오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심이고 $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{AL}=9$ cm일 때, x, y의 값을 구하여라.



발전 문제 6

오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심이고 △GBL의 넓이를 1이라고 할 때, 다음 삼각형의 넓이를 구하여라.

(1) △GBC (2) △ABC



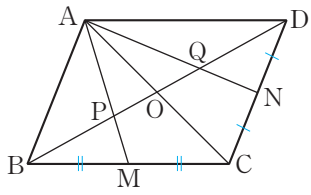
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

예 제 2

평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 M, N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라고 하면

$$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$$

임을 설명하여라.



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

풀이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면

$$\overline{AO}=\overline{CO},\ \overline{BO}=\overline{DO}$$

△ABC에서 $\overline{AM}$, $\overline{BO}$는 중선이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이다.

$$\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO},\ \overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO} \quad \cdots\cdots ①$$

마찬가지로 △ACD에서

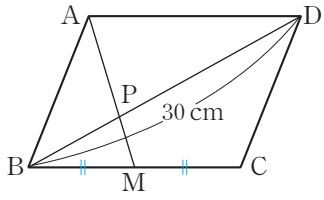
$$\overline{DQ}=\frac{2}{3}\overline{DO},\ \overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO} \quad \cdots\cdots ②$$

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 ①, ②에서

$$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$$

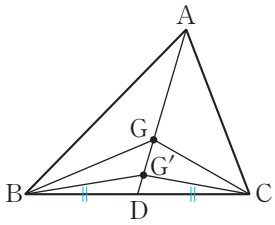
문제 7

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 M은 변 BC의 중점이고 $\overline{BD}=30\,\text{cm}$일 때, $\overline{BP}$의 길이를 구하여라.



발전 문제 8

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}$는 △ABC의 한 중선이고, 점 G, G′은 각각 △ABC, △GBC의 무게중심이다. $\overline{AD}=18\,\text{cm}$일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하여라.

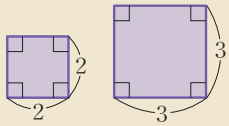
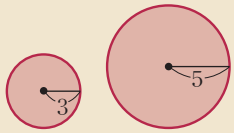


추 론 정삼각형의 내심, 외심, 무게중심은 일치한다. 그 이유를 설명하여 보자.

닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐 구 활 동

닮은 도형에 대한 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

닮은 도형		
닮음비		
넓이의 비		

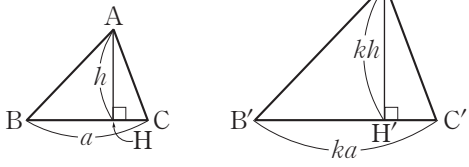
1 닮음비를 각각 써넣어 보자.

2 각각의 넓이를 구하여 넓이의 비를 써넣어 보자.

3 닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 알아보자.

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$은 닮음비가 $1 : k$인 닮은 도형이다.



따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$의 넓이의 비는

$$\triangle ABC : \triangle A'B'C' = \frac{1}{2}ah : \frac{1}{2}(ka)(kh)$$
$$= \frac{1}{2}ah : \frac{1}{2}ahk^2$$
$$= 1 : k^2$$

이다. 즉, 서로 닮은 두 삼각형의 닮음비가 $1 : k$이면 넓이의 비는 $1 : k^2$임을 알 수 있다.

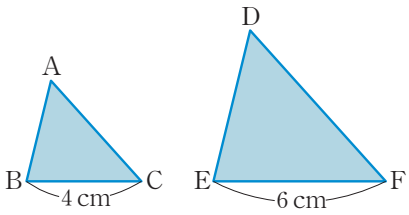
일반적으로 다음이 성립한다.

닮은 도형의 넓이의 비

닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m : n$이면 넓이의 비는 $m^2 : n^2$이다.

예 제 3

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $8\ cm^2$일 때, $\triangle DEF$의 넓이를 구하여라.



● 풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비는

$$\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 6 = 2 : 3$$

넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이가 $8\ cm^2$이므로

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 8 : \triangle DEF = 4 : 9$$

$$\triangle DEF = 18(cm^2)$$

답 ● $18\ cm^2$

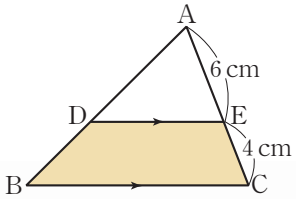
문제 9 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 DEF의 닮음비가 3 : 4이고 $\triangle DEF$의 넓이가 $64\ cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

발전

문제 10 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이고

$$\overline{AE} = 6\ cm,\ \overline{EC} = 4\ cm$$

이다. $\triangle ADE$의 넓이가 $18\ cm^2$일 때, $\square DBCE$의 넓이를 구하여라.



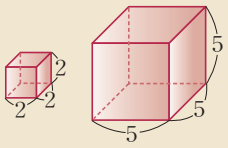
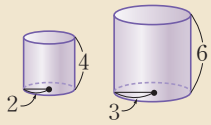
● $\square DBCE$의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이에서 $\triangle ADE$의 넓이를 뺀 것이다.

문제해결 조너선 스위프트(Jonathan Swift ; 1667~1745)의 "걸리버 여행기"에는 걸리버가 소인국에서 겪는 이야기가 나온다. 모든 것의 크기가 12분의 1인 소인국에서 걸리버의 옷에 사용되는 옷감의 넓이는 소인국 사람의 옷에 사용되는 옷감의 넓이의 몇 배인지 구하여 보자.

닮음비와 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐 구 활 동

닮은 도형에 대한 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

닮은 도형		
닮음비		
부피의 비		

1 닮음비를 각각 써넣어 보자.

2 각각의 부피를 구하여 부피의 비를 써넣어 보자.

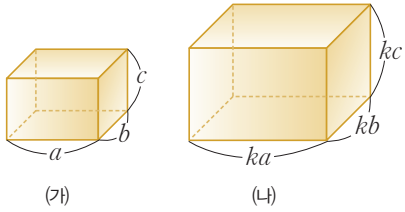
3 닮음비와 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.





닮은 도형에서 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 알아보자.

오른쪽 그림에서 직육면체 (가)와 (나)는 닮음비가 $1 : k$인 닮은 도형이다.



(가) (나)

따라서 직육면체 (가)의 부피 V와 (나)의 부피 V'의 비는

$$\begin{aligned} V : V' &= abc : (ka)(kb)(kc) \\ &= abc : abck^3 \\ &= 1 : k^3 \end{aligned}$$

이다. 즉, 서로 닮은 두 직육면체의 닮음비가 $1 : k$이면 부피의 비는 $1 : k^3$임을 알 수 있다.

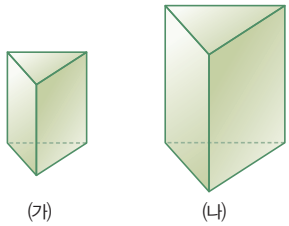
일반적으로 다음이 성립한다.

닮은 도형의 부피의 비

닮은 도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m : n$이면 부피의 비는 $m^3 : n^3$이다.

예제 4

오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 삼각기둥 (가)와 (나)의 닮음비가 2 : 3이고 삼각기둥 (가)의 부피가 80 cm^3일 때, 삼각기둥 (나)의 부피를 구하여라.



● 풀이 삼각기둥 (가)와 (나)의 부피를 각각 V, V'이라고 하면 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같으므로

$$V : V' = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

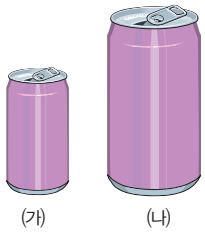
(가)의 부피가 80 cm^3이므로

$$80 : V' = 8 : 27,\ V' = 270(cm^3)$$

답 ● 270 cm^3

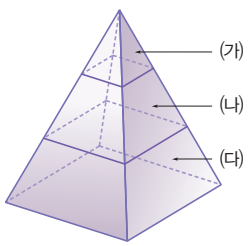
문제 11

오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 음료수 캔 (가)와 (나)의 닮음비가 3 : 4이고 음료수 캔 (나)의 부피가 192 cm^3일 때, 음료수 캔 (가)의 부피를 구하여라.



발전 문제 12

오른쪽 그림과 같이 정사각뿔을 밑면에 평행한 두 평면으로 잘라 높이를 삼등분할 때, 입체도형 (가), (나), (다)의 부피의 비를 구하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

산업 잠수사

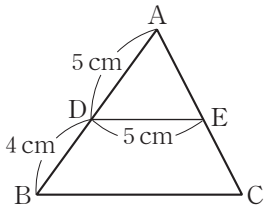
새로운 자원의 개발과 수자원 보호에 관한 인식이 높아짐에 따라 수중 작업의 필요성이 점점 커지고 있다. 수중 작업은 안전한 잠수 장비를 사용하여 수중의 물체나 상태를 조사, 탐색하고 촬영하는 전문가에 의하여 이루어지는데, 이들을 산업 잠수사라고 한다. 산업 잠수사가 카메라로 촬영한 수중 사진은 닮음비를 이용하여 실제 자원의 양을 추정하는 데 이용된다.



수준별

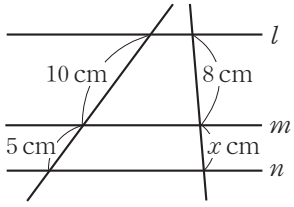
1 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{AE} : \overline{AC}$ (2) $\overline{DE} : \overline{BC}$

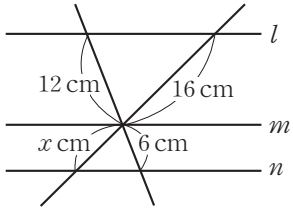


2 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)

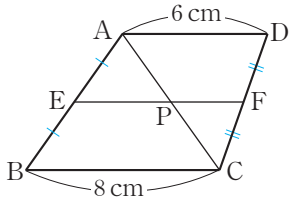


(2)



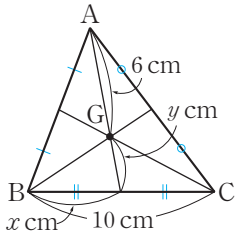
3 오른쪽 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이고 점 E, F는 각각 변 AB, DC의 중점일 때, 다음의 길이를 구하여라.

(1) $\overline{EP}$ (2) $\overline{PF}$ (3) $\overline{EF}$



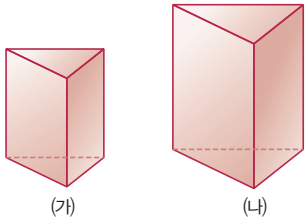
삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

4 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이다. 이때 x, y의 값을 구하여라.



닮은 도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.

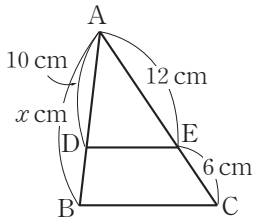
5 오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 삼각기둥 (가)와 (나)의 닮음비가 3 : 4이고 삼각기둥 (가)의 부피가 81 cm^3일 때, 삼각기둥 (나)의 부피를 구하여라.



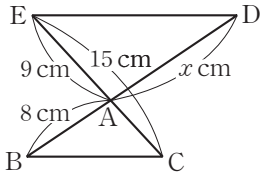
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비

1 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



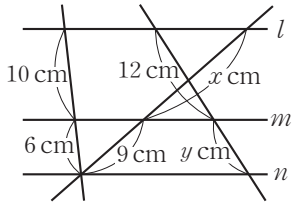
(2)



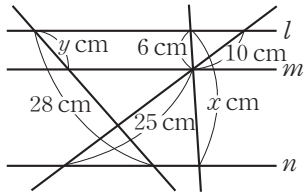
평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

2 다음 그림에서 $l/\!/m/\!/n$일 때, x, y의 값을 구하여라.

(1)

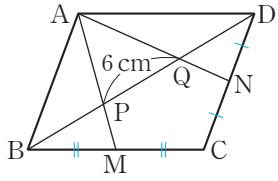


(2)



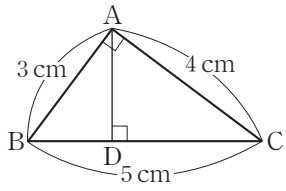
삼각형의 무게중심

3 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 M, N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라고 하자. $\overline{PQ}=6$ cm일 때, 대각선 BD의 길이를 구하여라.



닮은 도형의 넓이의 비

4 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, $\triangle ABD$와 $\triangle CAD$의 넓이의 비를 구하여라.



닮은 도형의 부피의 비

5 부피가 25 m^3인 직육면체 모양의 기름 탱크가 있다. 이 탱크의 각 모서리를 2배로 확대하여 새로운 기름 탱크를 만들었을 때, 새로 만든 기름 탱크의 부피를 구하여라.

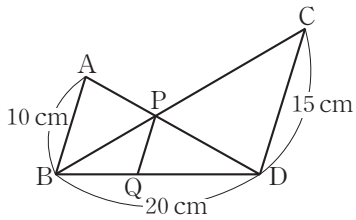
중/단/원 실력

1 오른쪽 그림에서

$$\overline{AB} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{CD}$$

일 때, 다음의 길이를 구하여라.

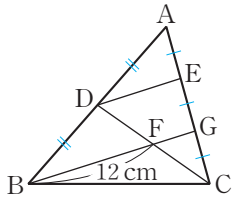
(1) $\overline{BQ}$ (2) $\overline{PQ}$



2 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서

$$\overline{AD}=\overline{DB},\ \overline{AE}=\overline{EG}=\overline{GC}$$

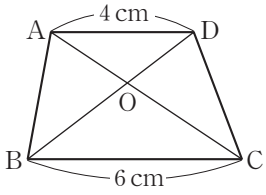
이고 $\overline{BF}=12$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



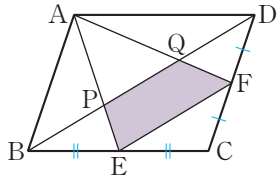
• 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$임을 이용한다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 △AOD의 넓이가 8 cm^{2}일 때, 다음 도형의 넓이를 구하여라.

(1) △COB (2) △ABD (3) □ABCD

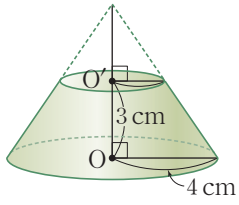


4 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 E, F라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$의 교점을 각각 P, Q라고 하자. △APQ의 넓이가 12 cm^{2}일 때, □PEFQ의 넓이를 구하여라.



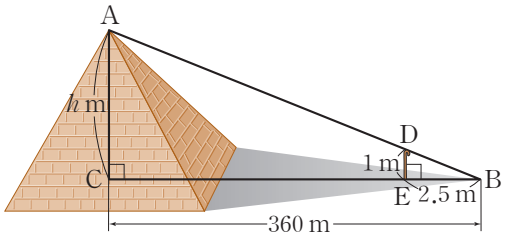
• 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는 $m^3:n^3$임을 이용한다.

5 오른쪽 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고, 부피가 32π cm^{3}인 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 원뿔대이다. $\overline{OO'}=3$ cm일 때, 원뿔대의 부피를 구하여라.



직접 재지 않고 높이를 구할 수 있을까?

고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales ; ?B.C. 624~?B.C. 546)는 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자를 이용하여 다음과 같이 피라미드의 높이를 구하였다.



$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$이므로

$\overline{BC} : \overline{BE} = \overline{AC} : \overline{DE}$

$360 : 2.5 = h : 1$

$h = 144(\text{m})$

이와 같은 방법으로 너무 높아서 직접 측정할 수 없었던 나무의 높이를 구하여 보자.

과제 1 길이가 1 m인 막대를 수직으로 세우고, 막대의 그림자와 나무의 그림자의 길이를 각각 재어 보자.

과제 2 과제 1을 이용하여 탈레스와 같이 직각삼각형을 그려 보자.

과제 3 나무의 높이를 구하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: _____ (_____학년 ____ 반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해하였는가?			
	삼각형의 닮음조건을 이해하고, 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있는가?			
	평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있는가?			
	닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 닮은 도형

닮은 도형	한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 도형이 다른 도형과 합동이 되는 두 도형
닮은 도형의 성질	(1) 서로 닮은 두 평면도형에서 • 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다. • 대응하는 각의 크기는 각각 같다. (2) 서로 닮은 두 입체도형에서 • 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다. • 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

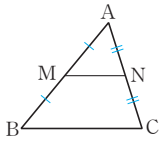
② 삼각형의 닮음조건

삼각형의 닮음조건	두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다. (1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때

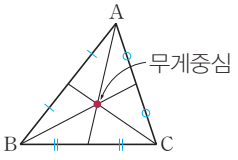
③ 평행선과 선분의 길이의 비

삼각형의 한 변과 평행한 선분	△ABC에서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 하면 다음이 성립한다. (1) $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$ (2) $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$
평행선 사이의 선분	세 개의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 같다.

④ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분	(1) 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$과 같다. (2) 삼각형의 한 변의 중점을 지나서 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지난다. 

⑤ 삼각형의 무게중심

삼각형의 무게중심	(1) 중선: 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분 (2) 무게중심: 삼각형의 세 중선의 교점 (3) 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다. 

⑥ 닮음의 응용

넓이의 비	닮음비가 $m:n$인 두 닮은 도형에서 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.
부피의 비	닮음비가 $m:n$인 두 닮은 도형에서 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 닮음, 닮음비, 삼각형의 닮음조건, 중선, 무게중심
- $\backsim$

아빠, 엄마와 닮았어요!



생각 키/우/기 우리 주변에서 서로 닮은 물건은 어떤 것들이 있는지 이야기하여 보자.

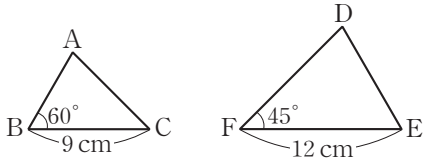
대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 항상 닮음인 것은?

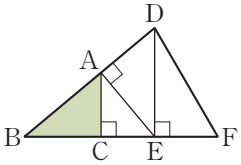
① 두 삼각형 ② 두 원기둥
③ 두 직사각형 ④ 두 삼각뿔
⑤ 두 정오각형

2 △ABC∽△DEF가 되려면 다음 중에서 어떤 조건을 만족시켜야 하는가?



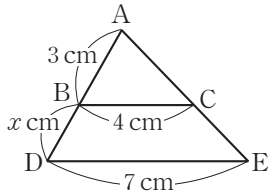
① ∠C=45°, ∠D=75°
② ∠C=55°, ∠E=80°
③ $\overline{AB}$=6 cm, $\overline{DE}$=8 cm
④ $\overline{AC}$=12 cm, $\overline{DF}$=16 cm
⑤ $\overline{AB}$=12 cm, $\overline{DF}$=15 cm

3 다음 그림에서 $\overline{AC}\perp\overline{BE}$, $\overline{AE}\perp\overline{BD}$, $\overline{DE}\perp\overline{BF}$일 때, △ABC와 닮음이 아닌 삼각형은?
(단, ∠BDF≠90°이다.)



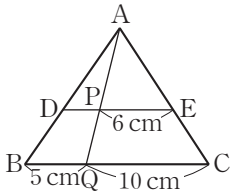
① △DBE ② △DEA ③ △EAC
④ △EBA ⑤ △FBD

4 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x의 값은?



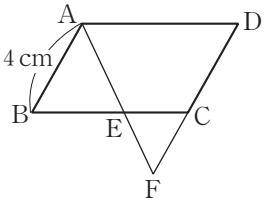
① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

5 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, $\overline{DP}$의 길이는?



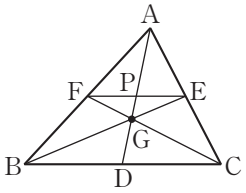
① 2 cm ② 3 cm
③ 4 cm ④ 5 cm
⑤ 6 cm

6 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



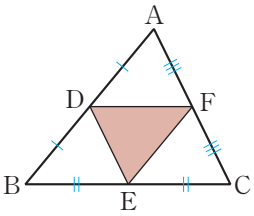
① 1 cm ② 2 cm
③ $\frac{8}{3}$ cm ④ 3 cm ⑤ $\frac{14}{3}$ cm

7 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심일 때, $\frac{\overline{AP}}{\overline{PG}}$의 값은?



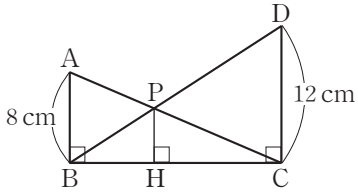
① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

8 오른쪽 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이다. △ABC의 둘레의 길이가 32 cm일 때, △DEF의 둘레의 길이는?



① 12 cm ② 16 cm ③ 24 cm
④ 32 cm ⑤ 64 cm

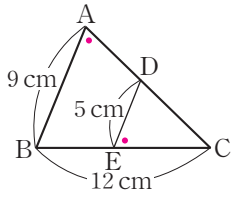
9 다음 그림에서 $\overline{PH}$의 길이는?



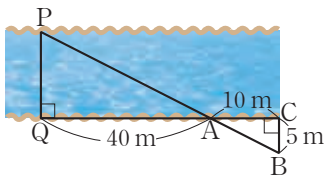
① 3.2 cm ② 4.8 cm ③ 5.9 cm
④ 6.1 cm ⑤ 7.2 cm

서/답/형

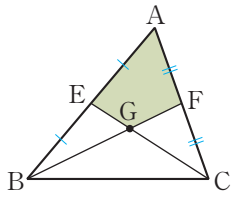
10 오른쪽 그림에서 ∠BAC=∠DEC일 때, $\overline{DC}$의 길이를 구하여라.



11 다음 그림은 직접 측정할 수 없는 강의 폭을 알아보기 위하여 측량한 것이다. $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.

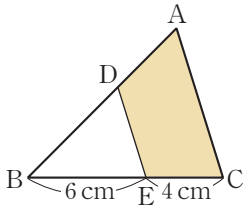


12 오른쪽 그림에서 점 E, F는 각각 변 AB, AC의 중점이다. △ABC의 넓이가 36 cm^2일 때, □AEGF의 넓이를 구하여라.



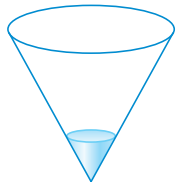
|서술형|

13 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}$∥$\overline{DE}$이고 △DBE의 넓이가 18 cm^2일 때, □ADEC의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

14 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 20 cm^3의 물을 부었더니 그릇 높이의 $\frac{1}{3}$만큼 채워졌다. 이 그릇에 물을 가득 채우기 위해 넣어야 할 물의 양을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



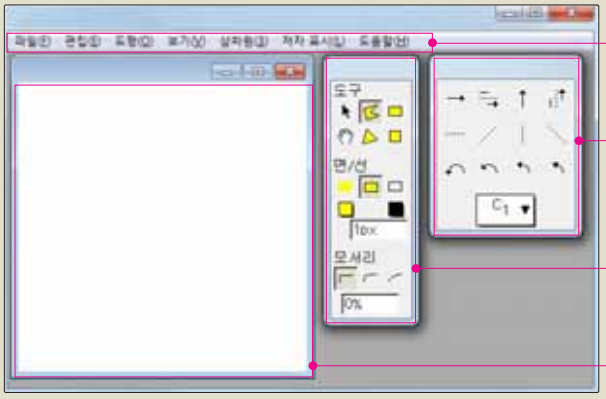
컴퓨터로 테셀레이션을 만들어 보자.

평면을 그림이나 도형으로 빈틈없이 겹치지 않게 덮는 것을 테셀레이션이라고 하는데, 이는 라틴 어의 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 뜻하는 테셀라(tessella)에서 유래된 말로 우리말로는 '쪽매 맞춤'이라고 한다.

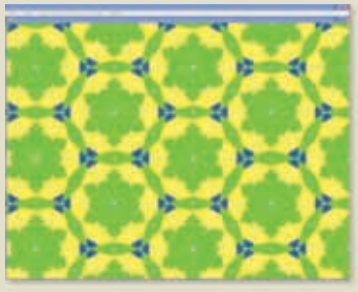
컴퓨터로 테셀레이션을 만들어 보자.

1 프로그램의 사용 방법을 알아보자.

프로그램을 실행시키면 다음과 같은 화면이 나타난다.



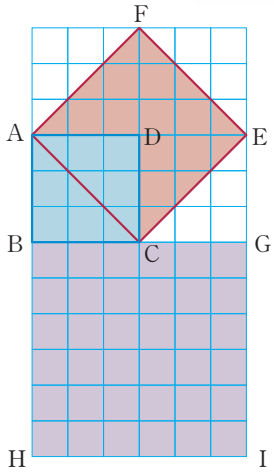
2 프로그램을 이용하면 오른쪽 그림과 같은 테셀레이션을 만들 수 있는데, 각자 프로그램을 이용하여 여러 종류의 테셀레이션을 만들어 보자.



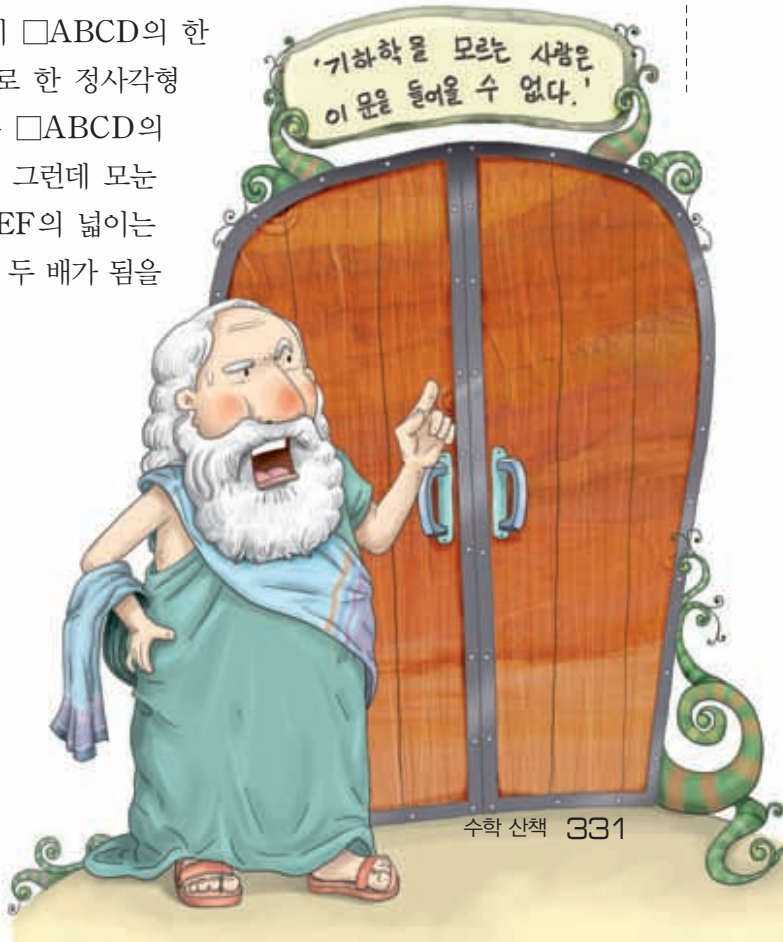
플라톤의 정사각형의 넓이

플라톤 (Platon ; B. C. 427~B. C. 347)은 소크라테스(Socrates ; B. C. 470~B. C. 399)의 제자로 그리스 최고의 철학자이자 수학자이다. 그는 아테네 교외에 있는 올리브 숲에 '아카데미아'라는 학교를 세우고, 입구에 '기하학을 모르는 사람은 이 문을 들어올 수 없다.'라고 써 붙였을 정도로 수학을 중요하게 생각하였다.

흔히 정사각형의 한 변의 길이를 두 배로 하면 넓이도 두 배가 되는 것으로 착각하기 쉽다. 그러나 길이를 두 배로 하면 넓이는 4배가 된다. 이와 같은 착각을 바로잡기 위하여 플라톤은 정사각형의 넓이를 두 배로 만드는 방법을 다음과 같은 그림을 사용하여 설명하였다.



왼쪽 그림과 같이 □ABCD의 한 변의 길이를 두 배로 한 정사각형 □BHIG의 넓이는 □ABCD의 넓이의 4배가 된다. 그런데 모눈을 이용하면 □ACEF의 넓이는 □ABCD의 넓이의 두 배가 됨을 알 수 있다.







부록

해답 334

활동지 379

찾아보기 391

I 유리수

1 유리수와 순환소수

준 | 비 | 학 | 습 p. 12

1 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$
(3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{8}{27}$

2 (1) 0.5 (2) 0.28
(3) $\frac{22}{125}$ (4) $\frac{1}{125}$

3 (1) $2^2\times3$
(2) $2\times3\times5$
(3) $3^2\times5$
(4) $3^2\times5\times7$

4 (1) -2, 0, $\frac{5}{1}$
(2) 0.6, $-\frac{4}{7}$, -2, 0, $\frac{5}{1}$

1-1 유리수와 소수 [p. 13~p. 15]

1 (1) 2.25, 유한소수
(2) 1.333…, 무한소수
(3) 0.625, 유한소수
(4) 0.1666…, 무한소수

2 ㉠, ㉣

3 (1) $\frac{13}{60}=\frac{13}{2^2\times3\times5}$에서 분모의 소인수에 3이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
(2) $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
$\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}=0.2$
(3) $\frac{27}{180}=\frac{3^3}{2^2\times3^2\times5}=\frac{3}{2^2\times5}$에서 분모의 소인수가 2와 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
$\frac{3}{2^2\times5}=\frac{3\times5}{2^2\times5^2}=\frac{15}{100}=0.15$
(4) $\frac{21}{525}=\frac{3\times7}{3\times5^2\times7}=\frac{1}{5^2}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
$\frac{1}{5^2}=\frac{1\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{4}{100}=0.04$

추론

분수의 분모를 10, 100, 1000, …과 같이 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 있어야 그 분수를 유한소수로 나타낼 수 있다. 즉, $\frac{2}{3}$와 같이 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지는 경우에는 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여도 분모를 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 없으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

1-2 유리수와 순환소수 [p. 16~p. 20]

1 (1) 순환마디: 74, $0.\dot{7}\dot{4}$
(2) 순환마디: 3, $5.123\dot{}$
(3) 순환마디: 89, $6.28\dot{9}\dot{}$
(4) 순환마디: 405, $0.\dot{4}0\dot{5}$

2 (1) $0.8\dot{3}$, 순환마디: 3
(2) $0.7\dot{2}$, 순환마디: 2
(3) $0.\dot{1}\dot{2}$, 순환마디: 12
(4) $0.\dot{1}2\dot{6}$, 순환마디: 126

3 예시
다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.
(1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{4}{27}$ (3) $\frac{15}{110}$
답 (1) $0.\dot{8}$, 순환마디: 8
(2) $0.\dot{1}4\dot{8}$, 순환마디: 148
(3) $0.1\dot{3}\dot{6}$, 순환마디: 36

4 (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{3}{11}$ (3) $\frac{26}{111}$

5 (1) $\frac{47}{90}$ (2) $\frac{49}{198}$ (3) $\frac{82}{75}$

창의 UP

바르게 계산하면 다음과 같다.

$1.0\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=1.0272727\cdots$ ……①

①의 양변에 10과 1000을 곱하면

$10x=10.2727\cdots$ ……②

$1000x=1027.2727\cdots$ ……③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$990x=1017$

따라서 $x=\frac{1017}{990}=\frac{113}{110}$이다.

추론

분모가 7인 기약분수는 다음과 같이 여섯 개의 숫자 1, 4, 2, 8, 5, 7로 이루어진 순환마디를 가진다.

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}42857\dot{}$

$\frac{2}{7}=0.\dot{2}85714\dot{}$

$\frac{3}{7}=0.\dot{4}28571\dot{}$

$\frac{4}{7}=0.\dot{5}71428\dot{}$

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}14285\dot{}$

$\frac{6}{7}=0.\dot{8}57142\dot{}$

순환마디의 순서는 다음 곱셈의 결과에서 나타난 순서와 같음을 알 수 있다.

$142857\times1=142857$

$142857\times2=285714$

$142857\times3=428571$

$142857\times4=571428$

$142857\times5=714285$

$142857\times6=857142$

중/단/원 기초 p.21

1 유한소수: (2), (4)

무한소수: (1), (3)

2 (1) 3.5, 유한소수

(2) 1.8333…, 무한소수

(3) 0.727272…, 무한소수

(4) 0.12, 유한소수

3 ㉠, ㉤

4 (1) 순환마디: 3, $0.\dot{3}$

(2) 순환마디: 42, $0.\dot{4}\dot{2}$

(3) 순환마디: 5, $2.38\dot{5}$

(4) 순환마디: 512, $1.8\dot{5}1\dot{2}$

5 $0.\dot{1}\dot{8}$을 x라고 하면

$\boxed{100}x=18.1818\cdots$

$-)\quad x=\ 0.1818\cdots$

$\boxed{99}x=18$

따라서 $x=\boxed{\frac{2}{11}}$이다.

중/단/원 기본 p.22

1 (1) -0.75, 유한소수

(2) 0.3888…, 무한소수

(3) 1.625, 유한소수

(4) 0.575757…, 무한소수

2 ㉠, ㉡, ㉣

3 (2) 0.45 (5) 0.7 (6) 0.024

4 (1) $\frac{20}{9}=2.2222\cdots=2.\dot{2}$, 순환마디: 2

(2) $\frac{1}{11}=0.090909\cdots=0.\dot{0}\dot{9}$, 순환마디: 09

(3) $\frac{13}{60}=0.21666\cdots=0.21\dot{6}$, 순환마디: 6

(4) $\frac{53}{90}=0.5888\cdots=0.5\dot{8}$, 순환마디: 8

5 (1) $0.\dot{6}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.636363\cdots$

$100x=63.636363\cdots$

$-)\quad x=\ 0.636363\cdots$

$99x=63$

따라서 $x=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$이다.

(2) $0.1\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.1777\cdots$

$100x=17.777\cdots$

$-)\ 10x=\ 1.777\cdots$

$90x=16$

따라서 $x=\frac{16}{90}=\frac{8}{45}$이다.

(3) $0.\dot{6}2\dot{1}$을 x라고 하면

$x=0.621621621\cdots$

$1000x=621.621621621\cdots$

$-)\quad x=\quad 0.621621621\cdots$

$999x=621$

따라서 $x=\frac{621}{999}=\frac{23}{37}$이다.

(4) $0.82\dot{4}$를 x라고 하면

$x=0.82444\cdots$

$1000x=824.444\cdots$

$-)\ 100x=\ 82.444\cdots$

$900x=742$

따라서 $x=\frac{742}{900}=\frac{371}{450}$이다.

중/단/원 실력 p. 23

1 $\frac{7}{13}=7\div13=0.538461538461\cdots$로 소수점 아래 첫째 자리부터 538461의 여섯 개의 숫자가 반복된다.
$20=6\times3+2$이므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 반복되는 수 538461의 두 번째 숫자인 3이다.

2 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이려면 x는 3의 배수이어야 한다. 따라서 x는 3의 배수 중에서 가장 큰 두 자리의 자연수인 99이다.

3 $\frac{x}{130}=\frac{x}{2\times5\times13}$가 유한소수이므로 x는 13의 배수이고, $\frac{x}{130}=\frac{7}{y}$이므로 x는 7의 배수이다.
따라서 x는 13과 7의 최소공배수 91이고,
$\frac{x}{130}=\frac{91}{130}=\frac{7}{10}$이므로 y는 10이다.

4 $1.8\dot{3}$을 x라고 하면 $x=1.8333\cdots$

$100x=183.333\cdots$

$-)\ 10x=\ 18.333\cdots$

$90x=165$ $\quad x=\frac{165}{90}=\frac{11}{6}$

따라서 곱하여야 할 가장 작은 자연수는 $6\times11=66$이다.

5 $\frac{13}{42}=\frac{13}{2\times3\times7}$, $\frac{49}{60}=\frac{7^2}{2^2\times3\times5}$
이므로 $\frac{13}{42}\times a$, $\frac{49}{60}\times a$가 유한소수가 되게 하려면 a는 3과 7을 약수로 가져야 한다.
따라서 가장 작은 수 a는 3과 7의 최소공배수인 21이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 28~p. 29]

1 ①	**2** ⑤	**3** ③	**4** ③, ④	**5** ④
6 ②	**7** ②	**8** ②	**9** ⑤	**10** ⑤
11 $\frac{18}{11}$	**12** 15	**13** 14	**14** 7	
15 풀이 참조		**16** 풀이 참조		

6 $x=1.2737373\cdots$ ……①

①의 양변에 10과 1000을 곱하면

$10x=12.737373\cdots$ ……②

$1000x=1273.737373\cdots$ ……③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$990x=1261$, $x=\frac{1261}{990}$

위와 같은 방법으로 x를 분수로 나타낼 수 있다.
따라서 식 $1000x-10x$가 필요하다.

7 $\frac{7}{30}\times a=\frac{7}{2\times3\times5}\times a$이므로 a는 3의 배수이다.
따라서 가장 작은 자연수 a는 3이다.

9 ① 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
② 원주율 $\pi=3.141592\cdots$와 같이 순환하지 않는 무한소수도 있다.
③ 기약분수 중에서 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 무한소수로 나타내어진다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

10 $0.\dot{4}\dot{7}$을 x라고 하면
$x=0.474747\cdots$ ……①
①의 양변에 100을 곱하면
$100x=47.474747\cdots$ ……②
②에서 ①을 변끼리 빼면
$99x=47,\ x=\frac{47}{99}$
따라서
$\frac{47}{99}=47\times\mathrm{A}$
$\mathrm{A}=\frac{1}{99}=0.0101\cdots=0.\dot{0}\dot{1}$

13 $\frac{11}{280}\times n=\frac{11}{2^3\times5\times7}\times n$이므로 n은 7의 배수이다.
따라서 n은 7의 배수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수인 14이다.

15 $\frac{1}{10}+\frac{1}{10^3}+\frac{1}{10^5}+\cdots$
$=0.1+0.001+0.00001+\cdots$
$=0.\dot{1}\dot{0}$

16 계산기에 나타난 소수 $0.216666\cdots$을 x라 하면
$x=0.216666\cdots$ ……①
①에 100과 1000을 곱하면
$100x=21.6666\cdots$ ……②
$1000x=216.6666\cdots$ ……③
③에서 ②를 변끼리 빼면
$900x=195,\ x=\frac{195}{900}=\frac{13}{60}$
이때 $x=\frac{a}{60}=\frac{13}{60}$이므로 $a=13$

Ⅱ 식의 계산

1 단항식의 계산

준 | 비 | 학 | 습 p. 34

1 (1) 5^3 (2) $2^3\times3^2$

2 (1) $-\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{49}$
(3) -6 (4) $\frac{3}{5}$

3 (1) $3ab$ (2) $\frac{x}{2y}$
(3) $5ab^2$ (4) $-\frac{x}{y}$

4 (1) $6x$ (2) $-4a$
(3) $-2a$ (4) $4x$

1-1 지수법칙 [p. 35~p. 42]

1 (1) 7^8 (2) x^6
(3) a^4b^5 (4) x^5y^6

문제해결
1년은 약 3×10^7초이고, 빛의 속력은 약 3×10^5 km/초이므로 빛이 1년 동안 진행하는 거리는
$(3\times10^7)\times(3\times10^5)=3\times3\times10^7\times10^5$
$=3\times3\times10^{7+5}$
$=9\times10^{12}(\mathrm{km})$

2 (1) a^{15} (2) x^{12}
(3) a^{11} (4) x^{23}

3 (1) $a^{10}b^{16}$
(2) x^3y^{13}

창의 UP

종이를 반씩 접으면 종이의 두께는 2배가 되고, 삼등분씩 접으면 종이의 두께는 3배가 된다. 따라서 A는 처음 두께의 2^{12}배가 되고, B는 처음 두께의 3^6배가 된다. 이때 $2^{12}=(2^2)^6=4^6=4096$, $3^6=729$이므로 A의 두께가 B의 두께보다 두껍다.

의사소통

- 소괄호, 중괄호의 순으로 지수법칙을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.
  $(a^2)^3=a^6$이므로 $\{(a^2)^3\}^4=(a^6)^4=a^{24}$
- $\{(a^2)^3\}^4=a^{2\times3\times4}=a^{24}$
- $a^2=A$라고 하면
  $\{(a^2)^3\}^4=(A^3)^4=A^{12}=(a^2)^{12}=a^{24}$

4 (1) a^3 (2) $\frac{1}{x^5}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{x^4}$

5 (1) a^2 (2) a^4 (3) $\frac{1}{x}$ (4) 1

의사소통

$a^{10}\times a^6\times a^5=a^{10+6}\times a^5=a^{16}\times a^5=a^{16+5}=a^{21}$이고,
$a^{10}\times(a^6\times a^5)=a^{10}\times a^{6+5}=a^{10}\times a^{11}=a^{10+11}=a^{21}$이다.
한편 $a^{10}\div a^6\div a^5=a^{10-6}\div a^5=a^4\div a^5=\frac{1}{a^{5-4}}=\frac{1}{a}$이고,
$a^{10}\div(a^6\div a^5)=a^{10}\div a^{6-5}=a^{10}\div a=a^{10-1}=a^9$이다.

6 (1) a^6b^6 (2) $\frac{x^6}{y^8}$
(3) a^6b^7 (4) a^2b^6

7 $10^{68}\div10^{52}=10^{68-52}=10^{16}$(배)

문제해결

$a^5\div(a^2)^2=a$
$(a^5\div a^2)^2=a^6$
$a^5\times a^2=a^7$
$a^5\times(a^2)^2=a^9$
$(a^5)^2=a^{10}$

1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈 [p. 43~p. 46]

1 (1) $-21ab$ (2) $16xy^3$
(3) $-5a^4b^2$ (4) $20x^5y$

2 (1) $8x^6$ (2) $3a^2b$
(3) $-5x^4$ (4) $5a^5b^3$

3 (1) $3x^3$ (2) $2b$
(3) $-2x^3y^2$ (4) $\frac{6a^5}{b}$

4 $6a^5b^4\div(a^2b\times3ab)=6a^5b^4\div3a^3b^2$
$=2a^2b^2$

의사소통

$12ab\div4a=\frac{12ab}{4a}=\frac{12\times a\times b}{4\times a}=3b$이고

$12\times a\times b\div4\times a=12\times a\times b\times\frac{1}{4}\times a=3a^2b$이므로

$12ab\div4a$를 $12\times a\times b\div4\times a$로 계산할 수 없다.
따라서 $12ab\div4a$를 계산할 때에는 $12\times a\times b\div(4\times a)$와 같이 나누는 식에 괄호가 있다고 생각하여야 한다.

중/단/원 기초 p. 47

1 (1) x^9 (2) x^3
(3) a^{14} (4) a^6b^6
(5) $27a^{15}b^3$ (6) $\frac{x^{15}}{y^{10}}$

2 (1) $12x^7$ (2) $-8ab^5$
(3) $2a$ (4) $-2x^3y$

3 $6a^2b$

4

×	a	a^2	a^4
a	a^2	a^3	a^5
a^3	a^4	a^5	a^7
a^5	a^6	a^7	a^9

중/단/원 기본 p. 48

1 (1) a^6 (2) a^5b^5 (3) $\frac{1}{x^4}$
(4) x^6 (5) ax^3 (6) $\frac{a^5}{b^8}$

2 (1) $x^{26}y^{16}$ (2) a^4b (3) $x^{13}y$ (4) $\frac{1}{xy^2}$

3 14

4 (1) $(3x)^2\times(-7y^4)=9x^2\times(-7y^4)=-63x^2y^4$
(2) $(-2x)^2\times3y^3\times4xy=12x^2y^3\times4xy=48x^3y^4$
(3) $8a^6\div(2a)^2=8a^6\div4a^2=2a^4$
(4) $(-4x^3y^4)\div3x^3y^4\times6y^2=-\frac{4}{3}\times6y^2=-8y^2$

5 $18a^3b^4\div(3a^2\times2b)=3ab^3$

중/단/원 실력 p. 49

1 $4^5=A$라고 하면
$4^5+4^5+4^5+4^5=A+A+A+A$
$=4A=4\times4^5=4^6$

2 (1) $2^n\times3^n=(2\times3)^n=\boxed{6}^n$
(2) $5^{n+2}=5^n\times5^2=5^n\times\boxed{25}$
(3) $16^3=(4^2)^3=4^{\boxed{6}}=(2^2)^6=2^{\boxed{12}}$
(4) $2^n\times2^n\times2=2^{n+n+1}=2^{\boxed{2}n+1}$

3 $A=(-3x^2yz)^3\div(6x^3yz^2)^2$
$=\frac{-27x^6y^3z^3}{36x^6y^2z^4}=-\frac{3y}{4z}$

4 $(-x^2y)^2\times(-2x^2y)\div(-x^3y^2)$
$=-2x^6y^3\times\frac{1}{-x^3y^2}=2x^3y$
$2x^3y$에 $x=2$, $y=-3$을 대입하면
$2\times2^3\times(-3)=2\times8\times(-3)=-48$

5 원기둥의 높이를 h라고 하면 물의 부피는
$\pi\times(4ab^2)^2\times h=\frac{1}{3}\times\pi\times(3ab^3)^2\times4a^2b\times\frac{2}{3}$
$16\pi a^2b^4\times h=8\pi a^4b^7$
$h=8\pi a^4b^7\times\frac{1}{16\pi a^2b^4}=\frac{a^2b^3}{2}$

2 다항식의 계산

준 | 비 | 학 | 습 p. 50

1 (1) $2x+8$ (2) $5x-15$
(3) $3x-3$ (4) $4x+4$

2 (1) $-2x$ (2) 0
(3) $-11x+5$ (4) $-8x$

3 (1) $6a-7$ (2) $3a-14$

4 (1) $35x^3$ (2) $-12xy^2$
(3) $4x$ (4) $-\frac{2}{x^2}$

2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈 [p. 51~p. 54]

1 (1) $7a-4b$
(2) $2x-6y$
(3) $6a-9b-5$
(4) $-4x-5y+7$

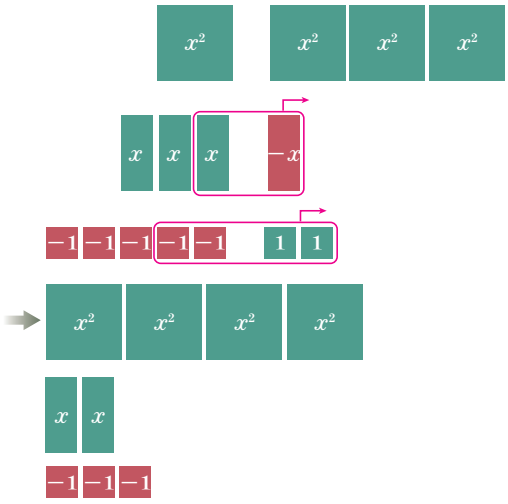
2 (1) $-x+14y$
(2) $13a+b$
(3) $5a-3b+4$
(4) $2x-3y$

3 (1) $4x^2+2x-3$
(2) x^2+3x+3

4 (1) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$
$=6x^2+2x-12-5x^2+5x+10$
$=6x^2-5x^2+2x+5x-12+10$
$=x^2+7x-2$
(2) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$
$=x^2-(4x-3x^2+3x-15+6)$
$=x^2-(-3x^2+7x-9)$
$=x^2+3x^2-7x+9$
$=4x^2-7x+9$

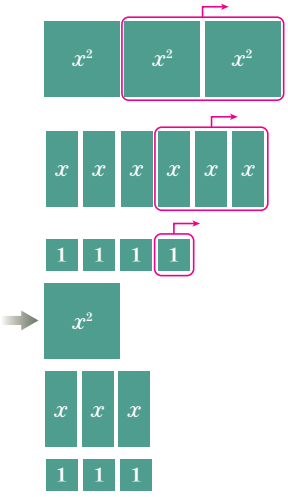
창의 UP

(1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$



$4x^2+2x-3$

(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$



x^2+3x+3

2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈 [p. 55~p. 60]

1 (1) $3x^2+2xy$ (2) $-6a^2+3ab$
(3) $8a^2+20ab-4a$ (4) $-10x^2+6xy-2x$

2 (1) $4a^2-a$ (2) $8x^2-10x$
(3) $-3a^2+9ab$ (4) $-x^2$

추론

(1)

×	x
x	x^2
1	x
1	x
1	x

⇨ x^2+3x

(2)

×	x	x
x	x^2	x^2
x	x^2	x^2
x	x^2	x^2
1	x	x

⇨ $6x^2+2x$

3 (1) $ab+2a+3b+6$ (2) $xy-3x+5y-15$
(3) $ab-7a-5b+35$ (4) $xy+x-8y-8$

4 (1) $a^2+8a+12$ (2) x^2-x-20
(3) a^2+4a-5 (4) $x^2-10x+21$

5 (1) $2a^2-5a-3$ (2) $3x^2-23x-8$
(3) $3b^2-19b+20$ (4) $2y^2-y-1$

6 (1) $-a+3b$ (2) $-x^2+3x+1$

7 (1) $-8x+y+2$ (2) $-3x^2-3x+3$

8 (1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$
$=\frac{8a^2-4a}{2a}-\frac{3a^2+2a}{a}$
$=(4a-2)-(3a+2)$
$=4a-2-3a-2=a-4$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$
$=\frac{3x(x-5)-x(7x-3)}{2x}$
$=\frac{3x^2-15x-7x^2+3x}{2x}$
$=\frac{-4x^2-12x}{2x}=-2x-6$

추론

명수는 분자의 $6x^3y$의 부호를 바꾸지 않은 채로 계산하였고, 상희는 분자의 $6x^3y$를 분모로 나누지 않았다. 따라서 바르게 계산하면 다음과 같다.

$$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-\frac{4x^2y^3}{2xy}-\frac{6x^3y}{2xy}$$
$$=-2xy^2-3x^2$$

2-3 곱셈 공식 [p. 61~p. 66]

1 (1) $a^2+10a+25$
(2) $b^2-18b+81$
(3) $x^2+2xy+y^2$
(4) $x^2-2xy+y^2$

2 (1) $(3x+2)^2=(3x)^2+2\times3x\times2+2^2$
$=9x^2+12x+4$
(2) $(4x-5)^2=(4x)^2-2\times4x\times5+5^2$
$=16x^2-40x+25$

의사소통

$(-a-b)^2=\{(-a)-b\}^2$
$=(-a)^2-2\times(-a)\times b+b^2$
$=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
따라서 $(-a-b)^2=(a+b)^2$이다.

3 (1) a^2-36 (2) $4b^2-1$
(3) a^2-4b^2 (4) x^2-y^2

4 (1) x^2+3x+2
(2) $x^2+3x-10$
(3) $x^2-9x+18$
(4) $x^2+3x-28$

5 (1) $2x^2+11x+12$
(2) $7x^2-13x-2$
(3) $-6x^2-x+5$
(4) $-4x^2+15x-14$

6 예시
다음 식을 전개하여라.
(1) $(x-7)^2$
(2) $(-4x+9)(4x+9)$
(3) $(x+5)(x-8)$
(4) $(6x-5)(-x-2)$

답 (1) $x^2-14x+49$ (2) $-16x^2+81$
(3) $x^2-3x-40$ (4) $-6x^2-7x+10$

의사소통

(1) $103^2=(100+3)^2=100^2+2\times100\times3+3^2$
$=10000+600+9=10609$
(2) $299^2=(300-1)^2=300^2-2\times300\times1+1^2$
$=90000-600+1=89401$
(3) $202\times198=(200+2)\times(200-2)=200^2-2^2$
$=40000-4=39996$
(4) $10.2\times9.8=(10+0.2)\times(10-0.2)=10^2-0.2^2$
$=100-0.04=99.96$

2-4 등식의 변형 [p. 67~p. 68]

1 (1) $14x-5y$ (2) $-7x+22y$

2 (1) $y=\frac{5}{3}x+6$ (2) $y=8x-2$

3 (1) $h=\frac{2S}{a}$ (2) $a=\frac{2S}{h}-b$

창의 UP

□ABFE는 정사각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AE}=1$
$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=a-1$
□EGHD는 정사각형이므로
$\overline{EG}=\overline{GH}=\overline{ED}=a-1$
$\overline{GF}=\overline{EF}-\overline{EG}=1-(a-1)=2-a$
따라서 □GFCH의 넓이 S는
$S=\overline{GH}\times\overline{GF}$
$=(a-1)(2-a)=-a^2+3a-2$

중/단/원 기초 p. 69

1 (1) $5a+b$ (2) $-4a-6b$
(3) $5x^2-x$ (4) $-2x^2-9x$

2 (1) $12a^2+10a$ (2) $-8x^2+12x$
(3) $-2a-1$ (4) $a-2b$

3 (1) a^2+4a+4 (2) b^2-2b+1
(3) x^2-9 (4) x^2-1
(5) $x^2+7x+10$ (6) $6x^2-19x+15$

4 (1) $10x-11y$ (2) $3x-28y$

5 $-x+7$

중/단/원 기본 p. 70

1 (1) $-2a-22b$ (2) $7x^2+x+1$
(3) $-x^2+9x+7$ (4) $x+6y$

2 (1) $ab+2b-3$ (2) $3a-2b+1$
(3) $-a+11b$ (4) $-2a-8$

3 $2ab+a(\text{cm}^2)$

4 (1) $4xy$
(2) $2x^2-10x+16$
(3) $2x^2-6x-13$
(4) $(x-2)(5x+6)-(3x-4)(x-1)$
$=5x^2-4x-12-(3x^2-7x+4)$
$=5x^2-4x-12-3x^2+7x-4$
$=2x^2+3x-16$

5 (1) $b=\frac{l-a}{2}$
(2) $\frac{a+b}{2}=\frac{a-2b}{3}$에서
$3(a+b)=2(a-2b)$
$3a-2a=-4b-3b$
$a=-7b$

중/단/원 실력 p. 71

1 $\frac{1}{4}(2x^2-x+1)-\frac{2}{3}(x^2+3x-7)$
$=-\frac{1}{6}x^2-\frac{9}{4}x+\frac{59}{12}$
따라서 $ab=\left(-\frac{1}{6}\right)\times\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{3}{8}$이다.

2 어떤 식을 □라고 하면
□$+(3x^2-x+6)=x^2+4x$에서
□$=(x^2+4x)-(3x^2-x+6)$
$=-2x^2+5x-6$
따라서 바르게 계산하면
$-2x^2+5x-6-(3x^2-x+6)$
$=-5x^2+6x-12$

3 (넓이)$=6y(5x+2y)-2x(x+y)$
$=30xy+12y^2-2x^2-2xy$
$=-2x^2+28xy+12y^2$

4 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$
$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)$
$=(2^4-1)(2^4+1)$
$=2^8-1=255$

5 (1) $A^2+B^2=(2x-y)^2+(-x-y)^2$
$=4x^2-4xy+y^2+x^2+2xy+y^2$
$=5x^2-2xy+2y^2$
(2) $(A+B)^2=(2x-y-x-y)^2$
$=(x-2y)^2$
$=x^2-4xy+4y^2$

6 $a:b=2:3$에서 $3a=2b$, $a=\frac{2}{3}b$
$b:c=1:2$에서 $2b=c$, $c=2b$
$\frac{3a+4b+c}{2b}=\frac{3\times\frac{2}{3}b+4b+2b}{2b}$
$=\frac{8b}{2b}$
$=4$

대/단/원 평가 문제 [p. 76~p. 77]

1 ② 2 ④ 3 ③ 4 ② 5 ③
6 ④ 7 ① 8 ⑤ 9 ① 10 ⑤
11 $3a^5b^4$ 12 $-x-2y$ 13 $-\frac{2b^3}{a^2}$
14 $5a^2+14ab+34b^2$ 15 $17x-6$
16 풀이 참조 17 풀이 참조

2 $a^xb^3\times(a^2b^y)^3=a^{10}b^{18}$에서
$a^xb^3\times a^6b^{3y}=a^{10}b^{18}$
$a^{x+6}b^{3+3y}=a^{10}b^{18}$
$x+6=10$이므로 $x=4$
$3+3y=18$이므로 $y=5$
$x+y=9$

6 $\frac{4a^2+2ab}{2a}-\frac{6b^2+9ab}{3b}$
$=2a+b-2b-3a=-a-b$
이 식에 $a=-3$, $b=4$를 대입하면
$-a-b=3-4=-1$

11 $(-2a^2b^3)^2\div4ab^3\times3a^2b$
$=4a^4b^6\times\frac{1}{4ab^3}\times3a^2b$
$=a^3b^3\times3a^2b$
$=3a^5b^4$

12 $(8x-4y)\div4-(6x^2+2xy)\div2x$
$=\frac{8x-4y}{4}-\frac{6x^2+2xy}{2x}$
$=2x-y-3x-y$
$=-x-2y$

13 $(-3a^2b^3)^2\div(-2ab^4)\times\square=9ab^5$에서
$\frac{9a^4b^6}{-2ab^4}\times\square=9ab^5$
$-\frac{9a^3b^2}{2}\times\square=9ab^5$
$\square=9ab^5\div\left(-\frac{9a^3b^2}{2}\right)$
$=9ab^5\times\left(-\frac{2}{9a^3b^2}\right)$
$=-\frac{2b^3}{a^2}$

16 $2^{11}\times5^7=2^4\times2^7\times5^7$
$=2^4\times(2\times5)^7$
$=16\times10^7$
따라서 $2^{11}\times5^7$은 9자리의 수이다.

17 (1) $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$
(2) $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$에서 $3V=\pi r^2h$
$\pi r^2h=3V$
$h=\frac{3V}{\pi r^2}$

III 연립일차방정식

1 연립일차방정식

준|비|학|습 p. 84

1 (1) $300x$원 (2) $\frac{a}{10}$원
2 ㉠, ㉢, ㉣
3 (1) $x=6$ (2) $x=-5$
(3) $x=-4$ (4) $x=2$
4 1500원

1-1 미지수가 2개인 일차방정식 [p. 85~p. 86]

1 ㉠, ㉢
2 (1) (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)
(2) (2, 4), (4, 3), (6, 2), (8, 1)
3 ㉡, ㉣

1-2 연립일차방정식과 그 해 [p. 87~p. 88]

1 (1) (2, 4) (2) (5, 3)

2 0

1-3 연립일차방정식의 풀이 [p. 89~p. 95]

1 (1) $x=2$, $y=3$ (2) $x=-3$, $y=1$

2 (1) $x=-3$, $y=2$ (2) $x=3$, $y=2$

3 (1) $x=3$, $y=1$
(2) $x=7$, $y=-1$

추론

방정식 ②는 $x=$(y에 관한 식)이다. 따라서 승준이의 풀이 방법과 같이 가감법을 이용하려면 이항을 하는 과정이 추가로 필요하다. 따라서 이 경우에는 서영이의 풀이 방법과 같이 대입법을 이용하는 것이 편리하다고 할 수 있다.

4 (1) $x=3$, $y=8$ (2) $x=4$, $y=-3$
(3) $x=6$, $y=2$ (4) $x=4$, $y=-2$

5 (1) $x=1$, $y=-1$ (2) $x=15$, $y=8$

문제해결

주연이는 ①의 양변에 6을 곱할 때와 ②의 양변에 3을 곱할 때 상수항에는 곱하지 않았다.
주연이의 풀이를 올바르게 고치면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 & \cdots\cdots① \\ x+y=4 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 3을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+2y=30 & \cdots\cdots③ \\ 3x+3y=12 & \cdots\cdots④ \end{cases}$$

③과 ④를 변끼리 빼면
$-y=18$, $y=-18$
$y=-18$을 ②에 대입하면
$x-18=4$, $x=22$
따라서 구하는 해는 $x=22$, $y=-18$이다.

6 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.
(3) 해는 무수히 많다. (4) 해는 없다.

추론

예 해가 무수히 많은 경우: $a=6$, $b=-4$, $c=8$
두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 같게 만들 수 있을 때이다.
해가 없는 경우: $a=6$, $b=-4$, $c\neq 8$
두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르게 만들 수 있을 때이다.

1-4 연립일차방정식의 활용 [p. 96~p. 98]

1 성민: 5권, 채은: 11권

2 걸어간 거리: 800 m, 뛰어간 거리: 400 m

3 남학생: 300명, 여학생: 300명

중/단/원 기초 p. 99

1 ㉠, ㉡

2

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

3 ㉡

4 (1) $x=6$, $y=1$ (2) $x=5$, $y=4$

5 (1) $\begin{cases} x+y=\boxed{72} \\ x-y=\boxed{34} \end{cases}$
(2) $x=53$, $y=19$
(3) 53, 19

중/단/원 기본 p. 100

1 (1) $4x+2y=12$
(2) $200x+800y=3600$

2 (1) (4, 3), (8, 2), (12, 1)
(2) (5, 2)

3 (1) $3x+y=11$의 해를 구하면

x	1	2	3
y	8	5	2

$5x+y=17$의 해를 구하면

x	1	2	3
y	12	7	2

(2) 구하는 연립일차방정식의 해는 (3, 2)이다.

4 (1) $x=7$, $y=2$ (2) $x=2$, $y=6$

(3) $\begin{cases} 0.05x-0.1y=0.2 & \cdots\cdots① \\ \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{2} & \cdots\cdots② \end{cases}$

①의 양변에 100을 곱하면

$5x-10y=20$ ……③

②의 양변에 6을 곱하여 정리하면

$2x-3y=7$ ……④

③×2−④×5를 하면

$10x-20y=40$

$-)\underline{10x-15y=35}$

$-5y=5$

$y=-1$

$y=-1$을 ③에 대입하면

$5x+10=20$, $x=2$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=-1$이다.

(4) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{3}=1 & \cdots\cdots① \\ 5(2x-1)+y=3 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①의 양변에 3을 곱하면

$x-y=3$ ……③

②에서 $10x+y=8$ ……④

③과 ④를 변끼리 더하면

$x-y=3$

$+)\underline{10x+y=8}$

$11x=11$

$x=1$

$x=1$을 ③에 대입하면

$1-y=3$, $y=-2$

따라서 구하는 해는 $x=1$, $y=-2$이다.

5 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리를 x m, 유진이의 집에서 복지관까지의 거리를 y m로 놓고 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=1600 \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{40}=30 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=1200$, $y=400$

따라서 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리는 1200 m, 유진이의 집에서 복지관까지의 거리는 400 m이다.

중/단/원 실력 p.101

1 일차방정식 $ax-y=3$에 $x=1$, $y=4$를 대입하면 등식이 성립하여야 하므로

$a-4=3$, $a=7$

일차방정식 $7x-y=3$에 $x=2$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립하여야 하므로

$14-b=3$, $b=11$

$a+b=7+11=18$

2 두 연립일차방정식의 해는 연립일차방정식

$\begin{cases} x-2y=9 & \cdots\cdots① \\ x+y=3 & \cdots\cdots② \end{cases}$

의 해와 같다.

①에서 ②를 변끼리 빼면

$-3y=6$, $y=-2$

$y=-2$를 ②에 대입하면

$x-2=3$, $x=5$

$x=5$, $y=-2$를 $ax+by=7$에 대입하면

$5a-2b=7$ ……③

$x=5$, $y=-2$를 $2ax+3by=6$에 대입하면

$10a-6b=6$ ……④

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$2b=8$, $b=4$

$b=4$를 ③에 대입하면

$5a-8=7$, $a=3$

$a+b=3+4=7$

3 연립일차방정식 $\begin{cases} 8x+ay=2 & \cdots\cdots① \\ bx+3y=-1 & \cdots\cdots② \end{cases}$

의 해가 무수히 많기 위해서는 두 일차방정식이 같은 식이어야 한다.

②의 양변에 -2를 곱하면 $-2bx-6y=2$이고, 이 식은 ①과 같다.

따라서 $a=-6$, $b=-4$이다.

4 현수의 속력을 분속 x m, 은주의 속력을 분속 y m라고 하자.

반대 방향으로 돌 때

(현수가 이동한 거리)+(은주가 이동한 거리)

$=2000$(m)

이므로 $10x+10y=2000$

같은 방향으로 돌 때

(현수가 이동한 거리)−(은주가 이동한 거리)

$=2000$(m)

이므로 $50x-50y=2000$

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=200 \\ x-y=40 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=120$, $y=80$

따라서 현수의 속력은 분속 120 m, 은주의 속력은 분속 80 m이다.

5 전체 일의 양을 1이라고 할 때, 경희와 우진이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라고 하면

$\begin{cases} 8(x+y)=1 \\ 4x+10y=1 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=\frac{1}{24}$, $y=\frac{1}{12}$

따라서 경희가 하루에 할 수 있는 일의 양이 $\frac{1}{24}$이므로 경희가 혼자서 하면 24일이 걸리고, 우진이가 하루에 할 수 있는 일의 양이 $\frac{1}{12}$이므로 우진이가 혼자서 하면 12일이 걸린다.

대/단/원 평가 문제 [p.106~p.107]

1 ⑤	**2** ②, ④	**3** ②	**4** ①	**5** ④
6 ①	**7** ④	**8** ①	**9** ③	**10** ③
11 ①	**12** 2	**13** $x=2$, $y=3$		**14** -3
15 풀이 참조		**16** 풀이 참조		

7 연립일차방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=-5 \end{cases}$를 풀면

$x=-2$, $y=-3$

$x^2+y^2=(-2)^2+(-3)^2$

$=4+9=13$

8 $\begin{cases} 2x+ay=9 & \cdots\cdots① \\ 3x+y=20 & \cdots\cdots② \end{cases}$

$x=3y$이므로 ②에 대입하면

$9y+y=20$

$y=2$

$x=3y=3\times2=6$

$x=6$, $y=2$를 ①에 대입하면

$12+2a=9$

$a=-\frac{3}{2}$

10 처음 수의 십의 자리 숫자를 x, 일의 자리 숫자를 y라고 하자.

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=13 & \cdots\cdots① \\ 10y+x=(10x+y)-9 & \cdots\cdots② \end{cases}$

②를 정리하면

$x-y=1$ $\cdots\cdots③$

①과 ③을 변끼리 더하면

$2x=14$, $x=7$

$x=7$을 ①에 대입하면

$7+y=13$, $y=6$

따라서 처음 수는 76이다.

11 필요한 합금 A, B의 양을 각각 x g, y g이라고 하자.
연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} \frac{50}{100}x+\frac{60}{100}y=400 \\ \frac{50}{100}x+\frac{40}{100}y=300 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=200$, $y=500$
따라서 합금 A의 양은 200 g, 합금 B의 양은 500 g이 필요하다.

14 연립일차방정식

$$\begin{cases} 6x+2y=1 & \cdots\cdots① \\ y=ax-2 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

②의 양변에 2를 곱하여 정리하면

$$-2ax+2y=-4 \quad \cdots\cdots③$$

①과 ③에서 x, y의 계수가 각각 같고 상수항은 서로 달라야 하므로 $-2a=6$

$a=-3$

15 아랫변의 길이를 x cm, 윗변의 길이를 y cm라고 하자.
연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} x=y+3 \\ \frac{x+y}{2}\times 6=33 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=7$, $y=4$
따라서 아랫변의 길이는 7 cm이다.

16 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라고 하자.
연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} 3(x-y)=60 \\ 2(x+y)=60 \end{cases}$$

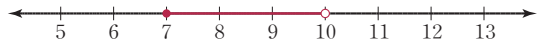
이 연립일차방정식을 풀면 $x=25$, $y=5$
따라서 배의 속력은 시속 25 km이고, 강물의 속력은 시속 5 km이다.

Ⅳ 부등식

1 일차부등식

준비학습 p. 112

1



2 (1) $a<2$
(2) $a\geq 5$
(3) $-1<a<3$

3 (1) $x=3$ (2) $x=\frac{4}{3}$
(3) $x=-8$ (4) $x=2$

4 (1) $2x+3$
(2) $40-3x$

1-1 부등식과 그 해 [p. 113~p. 115]

1 (1) $x+15>30$ (2) $0.2x+0.6<6$

2 (1) 1, 2 (2) -2, -1, 0
(3) -2, -1 (4) 2

의사소통

놀이 기구의 이용 기준이 되는 키, 세탁기의 세탁 용량, 고속버스에 탈 수 있는 인원 등을 부등식을 사용하여 나타낼 수 있다.

1-2 부등식의 성질 [p. 116~p. 118]

1 (1) $a+2$ $\boxed{<}$ $b+2$
(2) $a+(-2)$ $\boxed{<}$ $b+(-2)$
(3) $a-4$ $\boxed{<}$ $b-4$
(4) $a-(-4)$ $\boxed{<}$ $b-(-4)$

2 (1) $a\times3$ $\boxed{<}$ $b\times3$ (2) $a\div5$ $\boxed{<}$ $b\div5$

(3) $4a$ $\boxed{<}$ $4b$ (4) $\frac{a}{7}$ $\boxed{<}$ $\frac{b}{7}$

3 (1) $a\times(-3)$ $\boxed{>}$ $b\times(-3)$

(2) $a\div(-8)$ $\boxed{>}$ $b\div(-8)$

(3) $-2a$ $\boxed{>}$ $-2b$

(4) $-\frac{a}{6}$ $\boxed{>}$ $-\frac{b}{6}$

4 (1) $2a+3$ $\boxed{\leq}$ $2b+3$

(2) $-3a+1$ $\boxed{\geq}$ $-3b+1$

(3) $-a-4$ $\boxed{\geq}$ $-b-4$

(4) $2a-5$ $\boxed{\leq}$ $2b-5$

5 (1) a $\boxed{<}$ b (2) a $\boxed{\geq}$ b

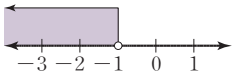
추론

등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누어도 등식이 성립한다. 그러나 부등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다. 이것이 등식과 부등식의 성질의 다른 점이다. 부등식의 나머지 성질은 등식의 성질과 같다.

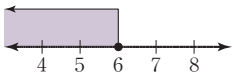
1-3 일차부등식의 풀이 [p. 119~p. 124]

1 ㉡, ㉢

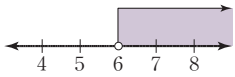
2 (1) $x<-1$



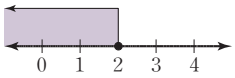
(2) $x\leq6$



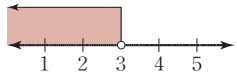
(3) $x>6$



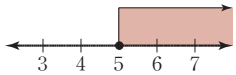
(4) $x\leq2$



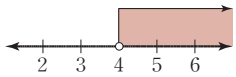
3 (1) $x<3$



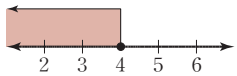
(2) $x\geq5$



(3) $x>4$



(4) $x\leq4$



4 (1) $x>-20$ (2) $x\leq1$

(3) $x>-7$ (4) $x\geq\frac{12}{5}$

5 (1) $x<6$ (2) $x\leq2$

6 (1) $x\geq10$ (2) $x<12$

7 (1) $x>5$ (2) $x\leq-5$

(3) $x\leq6$ (4) $x<2$

8 (1) 양변에 100을 곱하면

$25x\geq50x-30\left(x-\frac{1}{2}\right)$

괄호를 풀면 $25x\geq50x-30x+15$

x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면

$25x-50x+30x\geq15$, $5x\geq15$

양변을 5로 나누면 $x\geq3$

(2) 양변에 30을 곱하면 $10(2x-1)+12<6(3x-1)$

괄호를 풀면 $20x-10+12<18x-6$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $20x-18x<-6+10-12$, $2x<-8$

양변을 2로 나누면 $x<-4$

(3) 양변에 10을 곱하면 $2x+10<2(2x-1)$

괄호를 풀면 $2x+10<4x-2$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-4x<-2-10$, $-2x<-12$

양변을 -2로 나누면 $x>6$

(4) 양변에 10을 곱하면 $5(x-2) \le 7x-12$
괄호를 풀면 $5x-10 \le 7x-12$
x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-7x \le -12+10$, $-2x \le -2$
양변을 -2로 나누면 $x \ge 1$

1-4 일차부등식의 활용 [p. 125~p. 128]

1 14개월 후

문제해결

예 처음 시작하는 수를 x로 놓는 경우는 연속하는 세 자연수가 x, $x+1$, $x+2$이므로
$x+(x+1)+(x+2)>48$, $3x+3>48$
가운데 수를 x로 놓는 경우는 연속한 세 자연수가 $x-1$, x, $x+1$이므로
$(x-1)+x+(x+1)>48$, $3x>48$
따라서 가운데 수를 x로 놓는 경우가 좌변이 $3x$로 간단히 정리되어 계산이 편리하다.

2 2 km

3 대전역에서 동시에 출발한 후 x시간 동안 서울행 케이티엑스(KTX)가 달린 거리는 $220x$ km이고, 부산행 케이티엑스가 달린 거리는 $230x$ km이므로
$220x+230x \ge 180$
이 부등식을 풀면 $x \ge \frac{2}{5} = 0.4$
따라서 $0.4 \times 60 = 24$(분) 후면 두 기차 사이의 거리는 180 km 이상이 된다.

창의 UP

과자를 x봉지 산다고 하면 집 근처 가게에서 살 경우는 $1500x$원이 들고, 할인 매장에서 살 경우는 $(1300x+1400)$원이 든다. 그런데 할인 매장에 가는 것이 유리하려면 할인 매장에서 살 경우에 비용이 더 적게 들어야 하므로 $1300x+1400<1500x$, $x>7$
따라서 과자를 8봉지 이상 사야 할인 매장에 가는 것이 유리하다.

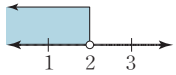
중/단/원 기초 p. 129

1 ㉡, ㉢

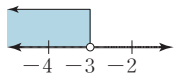
2 (1) $a+3 < b+3$
(2) $a-3 < b-3$
(3) $\frac{4}{5}a < \frac{4}{5}b$
(4) $-\frac{4}{5}a > -\frac{4}{5}b$

3 ㉡, ㉣

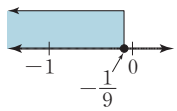
4 (1) $x<2$



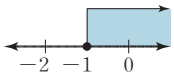
(2) $x<-3$



(3) $x \le -\frac{1}{9}$



(4) $x \ge -1$



5 (1) $30x$ kg (2) $30x+160 \le 1000$
(3) $x \le 28$ (4) 28개

중/단/원 기본 p. 130

1 (1) $4x>6-x$ (2) $x \ge 1.5$
(3) $x \le 4$ (4) $x+15 \ge 2x$

2 (1) $x+1 \le 4$ (2) $x-3 \le 0$
(3) $2x \le 6$ (4) $-\frac{x}{3} \ge -1$

3 (1) $x<-3$ (2) $x \le 2$

4 (1) 양변에 4를 곱하면 $2x \geq x+6$

$2x-x \geq 6$

$x \geq 6$

(2) 양변에 10을 곱하면 $7x+3 \leq 9x+5$

$7x-9x \leq 5-3$

$-2x \leq 2$

$x \geq -1$

(3) 양변에 70을 곱하면 $10(x-3) \geq 112-35x$

$10x+35x \geq 112+30$

$x \geq \frac{142}{45}$

(4) 양변에 30을 곱하면 $20x+60 \geq 12(2x+1)$

$20x+60 \geq 24x+12$

$-4x \geq -48$

$x \leq 12$

5 사자가 한 번에 뛸 수 있는 거리를 x m라고 하면

$2x-9.8 \leq 12.2$

$x \leq 11$

따라서 사자는 11 m까지 뛸 수 있다.

중/단/원 실력 p.131

1 x는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1이고 부등식 $2x-1 \leq 3x+3$은 $x=-4$, $x=-3$, $x=-2$, $x=-1$, $x=0$, $x=1$일 때 참이 되므로 구하는 해는 -4, -3, -2, -1, 0, 1이다.

2 $a>b>0$이므로 $ab>0$이다. 따라서 부등식 $a>b$의 양변을 ab로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$a \div ab > b \div ab$, $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

3 $\frac{2}{5}x-4 \geq -2$에서 $2x-20 \geq -10$

$2x \geq 10$, $x \geq 5$

$3(1-x) \leq a$에서 $3-3x \leq a$

$-3x \leq a-3$, $x \geq \frac{a-3}{-3}$

두 부등식의 해가 같으므로 $\frac{a-3}{-3}=5$

$a=-12$

4 $4x-1 \leq 2x-k$에서 $4x-2x \leq -k+1$

$2x \leq -k+1$, $x \leq \frac{-k+1}{2}$

그런데 $\frac{-k+1}{2}$보다 작거나 같은 자연수는

1, 2, 3의 3개이므로 $3 \leq \frac{-k+1}{2} < 4$

각 변에 2를 곱하면 $6 \leq -k+1 < 8$

각 변에서 1을 빼면 $5 \leq -k < 7$

각 변에 -1을 곱하면 $-5 \geq k > -7$

$-7 < k \leq -5$

5 역에서 상점까지의 거리를 x km라고 하면 상점까지 가는 시간은 $\frac{x}{4}$시간, 물건을 사는 시간은 15분, 상점에서 역으로 돌아오는 시간은 $\frac{x}{4}$시간이다.

그런데 15분은 $\frac{1}{4}$시간이므로

$\frac{x}{4}+\frac{1}{4}+\frac{x}{4} \leq 1$

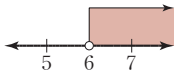
$x \leq \frac{3}{2}=1.5$

따라서 상점은 1.5 km 이내에 있어야 한다.

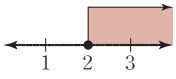
2 연립일차부등식

준|비|학|습 p.132

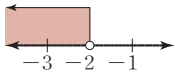
1 (1) $x>6$



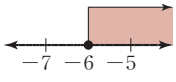
(2) $x \geq 2$



(3) $x<-2$



(4) $x \geq -6$



2 (1, 3)

3 (1) $x<-3$ (2) $x\geq 3$
(3) $x>-4$ (4) $x<-18$

4 4명

2-1 연립일차부등식 [p. 133~p. 137]

1 (1) $-2<x\leq 2$ (2) $x>2$
(3) $-2<x\leq 1$ (4) $x<-3$

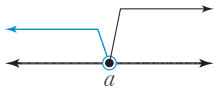
2 예시
다음 연립일차부등식을 풀어라.
$\begin{cases} x+2>1 \\ 2x-6\leq 2 \end{cases}$
답 $-1<x\leq 4$

3 (1) 해는 없다. (2) 해는 없다.

4 (1) $-4<x<4$ (2) $-2<x\leq 3$
(3) $-2<x\leq 8$ (4) $-3<x\leq 4$

5 (1) 주어진 부등식의 각 항에 2, 3, 4의 최소공배수인 12를 곱하면
$6(x-1)\leq 4x\leq 3(3x+5)$
괄호를 풀면 $6x-6\leq 4x\leq 9x+15$
이 연립일차부등식은
$\begin{cases} 6x-6\leq 4x & \cdots\cdots ① \\ 4x\leq 9x+15 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 과 같다.
부등식 ①을 풀면 $x\leq 3$
부등식 ②를 풀면 $x\geq -3$
따라서 구하는 해는 $-3\leq x\leq 3$이다.
(2) 주어진 부등식의 각 항에 10을 곱하면
$30-6x\leq 5x-3<2x-30$
이 연립일차부등식은
$\begin{cases} 30-6x\leq 5x-3 & \cdots\cdots ① \\ 5x-3<2x-30 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 과 같다.
부등식 ①을 풀면 $x\geq 3$
부등식 ②를 풀면 $x<-9$
그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 해는 없다.

의사소통
연립일차부등식의 해 $x<a$이고 $x\geq a$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



연립일차부등식의 해는 각 부등식의 해의 공통부분이므로 a는 해가 될 수 없다. 또 x는 a보다 크기도 하고 작기도 해야 하므로 이를 동시에 만족시키는 연립일차부등식의 해는 없다.

2-2 연립일차부등식의 활용 [p. 138~p. 140]

1 7

2 의자의 개수를 x개라고 하면, 학생 수는 $(2x+5)$명이다. 한 의자에 3명씩 앉을 때 다 채워 앉는 의자는 $(x-5)$개이고, 5개의 의자 중에서 4개는 비어 있고 남은 1개의 의자에는 1명 이상 3명 이하의 학생이 앉게 되므로 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다.
$3(x-5)+1\leq 2x+5\leq 3(x-4)$
$\begin{cases} 3x-14\leq 2x+5 & \cdots\cdots ① \\ 2x+5\leq 3x-12 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
부등식 ①을 풀면 $x\leq 19$
부등식 ②를 풀면 $x\geq 17$
따라서 연립일차부등식의 해는 $17\leq x\leq 19$
그런데 x는 자연수이므로 의자의 개수는 17개, 18개, 19개이다.

3 10 m 이상 12 m 미만

창의 UP
사기통 엔진의 수를 x개라고 하면, 육기통 엔진의 수는 $(45-x)$개이므로 연립일차부등식을 세우면
$\begin{cases} 4x+6(45-x)\leq 230 \\ 45-x>x \end{cases}$
이 연립일차부등식을 풀면 $20\leq x<22\frac{1}{2}$
그런데 x는 자연수이므로 사기통 엔진은 20개, 21개, 22개를 만들 수 있고, 육기통 엔진은 각각 25개, 24개, 23개를 만들 수 있다.

중/단/원 기초 p. 141

1 (1) $-1<x\leq 1$ (2) $x>3$
(3) $x<-1$ (4) 해는 없다.

2 (1) $2<x<3$ (2) 해는 없다.
(3) $-3\leq x<4$ (4) $x>4$

3 (1) $(10-x)$개
(2) $5000\leq 400(10-x)+700x\leq 6500$
(3) 4개, 5개, 6개, 7개, 8개
(4) 8개

중/단/원 기본 p. 142

1 (1) $0<x\leq 3$ (2) 해는 없다.
(3) $x\leq -3$ (4) $-5\leq x<4$

2 (1) $-1<x\leq 1$ (2) $-3\leq x<2$
(3) $2\leq x<6$ (4) 해는 없다.

3 6

4 학생 수를 x명이라고 하면 $4x<34<5x$이다.
$4x<34$를 풀면 $x<8\frac{1}{2}$
$34<5x$를 풀면 $x>6\frac{4}{5}$
따라서 연립일차부등식의 해는 $6\frac{4}{5}<x<8\frac{1}{2}$
그런데 x는 자연수이므로 학생 수는 7명, 8명이다.

5 청소년의 수를 x명이라고 하면 어른의 수는 $(15-x)$명이므로 연립일차부등식을 세우면

$$\begin{cases} x<15-x \\ 4000x+8000(15-x)\leq 96000 \end{cases}$$

이 연립일차부등식을 풀면 $6\leq x<7\frac{1}{2}$이므로 청소년의 수는 6명, 7명이다.

중/단/원 실력 p. 143

1 $2x-4>-a$ 에서 $x>\frac{4-a}{2}$
$-2x+16>3x-4$에서 $x<4$
한편 연립일차부등식의 해가 $-2<x<4$이므로
$\frac{4-a}{2}=-2$, $a=8$

2 $2x-3\geq 3x-1$에서 $-x\geq 2$, $x\leq -2$
$3x-1\geq 2x+k$에서 $x\geq k+1$
따라서 연립일차부등식의 해가 존재하려면
$k+1\leq x\leq -2$에서 $k+1$은 -2보다 작거나 같아야 하므로 $k+1\leq -2$
$k\leq -3$

3 $3(x-7)\leq 2(8-x)$를 풀면 $x\leq 7\frac{2}{5}$
$4a+23<4(x-a)$를 풀면 $x>\frac{8a+23}{4}$
따라서 $\frac{8a+23}{4}<x\leq 7\frac{2}{5}$이고, 이를 만족시키는 정수 x가 10개이므로 x는 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2이다.
즉, $-3\leq \frac{8a+23}{4}<-2$이다.
$-3\leq \frac{8a+23}{4}$에서 $a\geq -4\frac{3}{8}$
$\frac{8a+23}{4}<-2$에서 $a<-3\frac{7}{8}$
따라서 $-4\frac{3}{8}\leq a<-3\frac{7}{8}$인 정수 a의 값은 -4이다.

4 어르신의 수를 x명이라고 하면 사탕을 3개씩 나누어 드릴 경우 11개가 남으므로 사탕의 수는 $(3x+11)$개이다. 사탕을 5개씩 나누어 드릴 경우 두 분은 하나도 받지 못하고, 마지막에 사탕을 받는 어르신은 1개 이상 5개 이하를 받게 되므로
$5(x-3)+1\leq 3x+11\leq 5(x-2)$

$$\begin{cases} 5(x-3)+1\leq 3x+11 \\ 3x+11\leq 5(x-2) \end{cases}$$

이 연립일차부등식을 풀면 $10\frac{1}{2}\leq x\leq 12\frac{1}{2}$이므로 어르신의 수는 11명, 12명이고, 11명일 때 사탕은 44개이고, 12명일 때 사탕은 47개이다.

대/단/원 평가 문제 [p.148~p.149]

1 ⑤ 2 ③ 3 ③ 4 ① 5 ②
6 ⑤ 7 ⑤ 8 ④ 9 ③ 10 ④
11 ③ 12 $1 \le x < 6$
13 $\frac{-3a+4}{2} > \frac{-3b+4}{2}$ 14 4
15 풀이 참조 16 풀이 참조

7 $-x-2<2x+7$을 풀면 $x>-3$
$3x \le 2x+a$를 풀면 $x \le a$
따라서 $a \le -3$이면 연립일차부등식의 해가 없다.

10 30명 미만의 단체 입장객을 x명이라고 하면, 입장료가 10000원이므로 총입장료는 $10000x$원이다.
30명 이상 단체 입장료는 9000원이지만, 최소 30명의 입장료를 지불해야 하므로 총입장료는 (9000×30)원이다.
단체 입장권을 사는 것이 유리해야 하므로 부등식으로 나타내면
$10000x > 270000$
$x > 27$
따라서 28명 이상일 때, 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

13 $a<b$의 양변에 음수인 -3을 곱하면
$-3a > -3b$
이 부등식의 양변에 4를 더하면
$-3a+4 > -3b+4$
이 부등식의 양변을 2로 나누면
$\frac{-3a+4}{2} > \frac{-3b+4}{2}$

14 부등식의 양변에 2와 3의 최소공배수 6을 곱하여 정리하면
$2(4-2x) \ge 3(x-7)$
$8-4x \ge 3x-21$
$-4x-3x \ge -21-8$
$x \le 4\frac{1}{7}$
따라서 x의 값 중에서 가장 큰 정수는 4이다.

15 $3x<4x+5$를 풀면 $x>-5$
$x+2>2x+a$를 풀면 $x<-a+2$
따라서 주어진 연립일차부등식의 해가 $-5<x<1$이므로
$-a+2=1$
$a=1$

16 바구니의 수를 x개라고 하면 달걀의 수는 $(5x+13)$개이다.
한 바구니에 7개씩 담으면 $(x-1)$개의 바구니까지는 7개씩 들어가고, 마지막 바구니에는 1개 이상 4개 미만이 있으므로
$7(x-1)+1 \le 5x+13 < 7(x-1)+4$
$\begin{cases} 7(x-1)+1 \le 5x+13 \\ 5x+13 < 7(x-1)+4 \end{cases}$
이 연립일차부등식을 풀면 $8<x \le 9\frac{1}{2}$
따라서 바구니의 수는 9개이고, 달걀의 수는
$5 \times 9+13=58$(개)이다.

V 일차함수

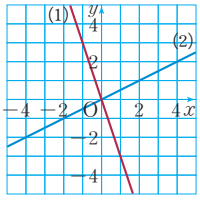
1 일차함수와 그래프

준|비|학|습 p.154

1 (1) $y=4x$
(2) $y=-2x$

2 ㄴ, ㄷ

3



4 (1) $y=8x$ (2) 80 cm^2

1-1 일차함수의 뜻과 그래프 [p. 155~p. 166]

1 ㉠, ㉤, ㉥

2 (1) $y=24-x$

(2) $y=\frac{20}{x}$

(3) $y=4x$

일차함수인 것은 (1), (3)이다.

3 예시

기름 1 L당 20 km를 이동할 수 있는 자동차가 소모한 기름의 양을 x L, 이동한 거리를 y km라고 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내고 일차함수가 되는지 확인하여라.

답 $y=20x$, 일차함수

4 $x=-2$일 때 $y=-5$

$x=-1$일 때 $y=-2$

$x=0$일 때 $y=1$

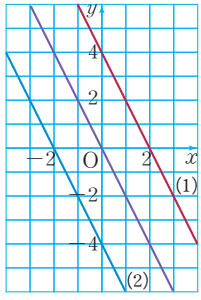
$x=1$일 때 $y=4$

$x=2$일 때 $y=7$

5 (1) 5

(2) -3

6



7 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x+b$이다.

이 그래프가 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$1=2\times(-1)+b$, $b=3$

8 (1) x절편: -2, y절편: -3

(2) x절편: 2, y절편: 2

(3) x절편: -3, y절편: 3

(4) x절편: 1, y절편: -2

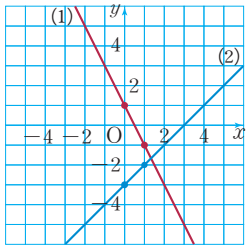
9 (1) x절편: $\frac{1}{2}$, y절편: 2

(2) x절편: $\frac{2}{3}$, y절편: -4

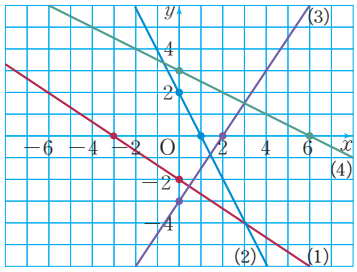
(3) x절편: 0, y절편: 0

(4) x절편: $-\frac{3}{8}$, y절편: $\frac{1}{4}$

10



11



의사소통

x절편이 0이고, y절편이 0인 일차함수의 그래프는 원점을 지나는 직선이다. 따라서 $y=ax$의 형태로 a의 값에 따라 그래프의 모양이 달라진다. 즉, 그래프를 무수히 많이 그릴 수 있다.

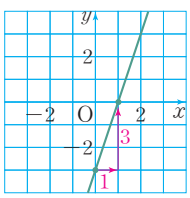
x절편 또는 y절편 중에서 하나만 주어진 경우도 역시 한 점을 지나는 직선이므로 그래프를 무수히 많이 그릴 수 있다.

12 (1) -15 (2) -3 (3) 같다.

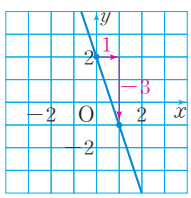
13 (1) -2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) -1 (4) $\frac{2}{3}$

14 -4

15 (1)



(2)



의사소통

$a>0$, $b=0$	제1, 3사분면
$a>0$, $b>0$	제1, 2, 3사분면
$a>0$, $b<0$	제1, 3, 4사분면
$a<0$, $b=0$	제2, 4사분면
$a<0$, $b>0$	제1, 2, 4사분면
$a<0$, $b<0$	제2, 3, 4사분면

1-2 일차함수의 그래프의 성질 [p. 167~p. 173]

1 (1) $a>0$, $b>0$
(2) $a>0$, $b<0$
(3) $a<0$, $b>0$
(4) $a<0$, $b<0$

2 ㉠, ㉢의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이고, ㉡, ㉣의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

3 ㉠과 ㉣, ㉡과 ㉤, ㉢과 ㉥

4 $a=4$

5 (1) $y=-2x+3$
(2) $y=-3x$
(3) $y=\frac{2}{3}x+1$

6 (1) $y=\frac{1}{2}x-1$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+2$

7 (1) $y=2x-2$ (2) $y=-2x+5$
(3) $y=-x+6$ (4) $y=4x+10$

창의 UP

일차함수 $y=ax-1$의 그래프의 y절편은 -1이므로 이 그래프는 항상 점 $(0, -1)$을 지난다. 따라서 $y=ax-1$의 그래프가 점 B$(4, 3)$을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{3-(-1)}{4-0}=1$이고, $y=ax-1$의 그래프가 점 C$(2, 6)$을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{6-(-1)}{2-0}=\frac{7}{2}$이므로 $y=ax-1$의 그래프가 $\triangle ABC$와 만나기 위한 a값의 범위는 $1\le a\le\frac{7}{2}$이다.

8 (1) $y=\frac{3}{4}x+3$ (2) $y=\frac{2}{5}x-2$

1-3 일차함수의 활용 [p. 174~p. 176]

1 (1) $y=25-6x$ (2) 19 ℃

2 (1) $y=100-5x$
(2) 75 L
(3) 18분

3 (1) $y=100-2x$ (2) 28초 후

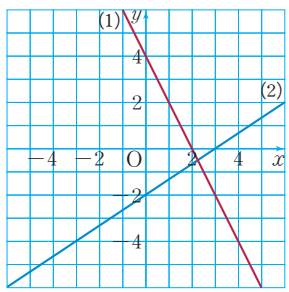
4 예시
어떤 환자가 1분에 5 mL씩 들어가는 링거 주사를 맞고 있다. 900 mL들이 링거 주사를 맞기 시작하여 x분 후에 병에 남아 있는 주사액의 양을 y mL라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.
(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.
(2) 남아 있는 주사액의 양이 300 mL라면 이 환자는 몇 분 동안 링거 주사를 맞은 것인지 구하여라.
답 (1) $y=900-5x$ (2) 120분

중/단/원 기초 p. 177

1 ㉠, ㉣

2 (1) 기울기: -2, x절편: 2, y절편: 4
(2) 기울기: -5, x절편: $\frac{1}{5}$, y절편: 1
(3) 기울기: 5, x절편: $\frac{3}{5}$, y절편: -3
(4) 기울기: 3, x절편: 2, y절편: -6

3



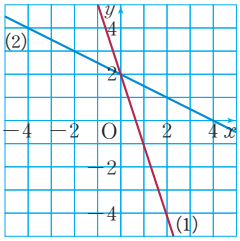
4 (1) $y=5x+3$

(2) $y=\frac{9}{2}x-2$

중/단/원 기본 p. 178

1 (1) 기울기: -3, x절편: $\frac{2}{3}$, y절편: 2

(2) 기울기: $-\frac{1}{2}$, x절편: 4, y절편: 2

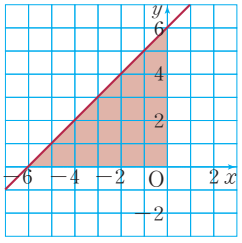


2 ㉣, ㉤

3 $y=ax+1$을 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y=ax+6$이다. 이 그래프가 점 $(-2,\ 3)$을 지나므로 $-2a+6=3$에서 $a=\frac{3}{2}$이고, 점 $(b,\ 2b)$를 지나므로 $\frac{3}{2}b+6=2b$에서 $b=12$이다.

$b-a=\frac{21}{2}$

4 일차함수 $y=x+6$의 그래프에서 x절편은 -6이고, y절편은 6이다. 따라서 삼각형은 밑변과 높이가 6인 삼각형이므로 넓이는 18이다.



5 (1) $y=149-40x$

(2) 3시간 30분

중/단/원 실력 p. 179

1 그림에서 $a<0$, $b<0$이므로 $y=\frac{x}{b}-a$는 기울기가 음수이고, y절편은 양수가 되어 제1, 2, 4사분면을 지나므로 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

2 두 점 $(1,\ -1)$, $(3,\ 2)$를 지나는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$이고, 점 $(k,\ -2)$가 이 직선 위에 있으므로 $-2=\frac{3}{2}\times k-\frac{5}{2}$, $k=\frac{1}{3}$

3 (1) 직사각형의 두 대각선의 교점의 x좌표는 1과 3의 중점인 2이고, y좌표는 2와 8의 중점인 5이므로 두 대각선의 교점의 좌표는 $(2,\ 5)$이다. 따라서 직사각형의 두 대각선의 교점 $(2,\ 5)$와 원점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{5}{2}x$이다.

(2) 직사각형의 두 대각선의 교점 $(2,\ 5)$와 점 $(0,\ -1)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=3x-1$이다.

4 $y=3x-2$와 $y=ax+b$는 평행하므로 $a=3$

두 점 P, Q는 각각 두 그래프의 y절편이고 $\overline{PQ}=2$이므로 $b=0$ 또는 $b=-4$이다.

그런데 조건에서 $b\neq0$이므로 $b=-4$

$a-b=7$

5 1 km를 달렸을 때 사용된 휘발유는 $\frac{1}{15}$ L이다.

따라서 y를 x에 관한 식으로 나타내면

$y=50-\frac{1}{15}x$

$y=50-\frac{1}{15}x$에 $x=200$을 대입하면

$y=50-\frac{1}{15}\times200$, $y=\frac{110}{3}$

따라서 남아 있는 휘발유의 양은 $\frac{110}{3}$ L이다.

2 일차함수와 일차방정식의 관계

준 | 비 | 학 | 습 p. 180

1 (1) 제2사분면, 제4사분면

(2) 제1사분면, 제3사분면

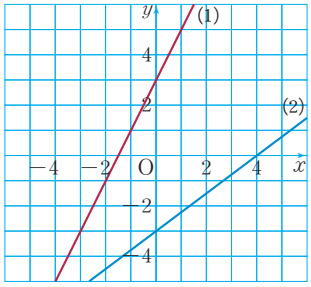
2 ㉠, ㉡

3 (1) $x=4$, $y=1$ (2) $x=2$, $y=0$

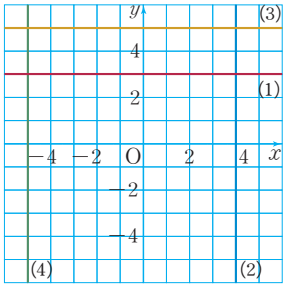
4 (1) 기울기: -5
(2) x절편: 2
(3) y절편: 10

2-1 일차함수와 일차방정식 [p. 181~p. 184]

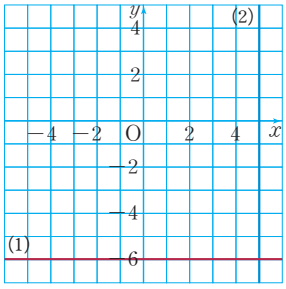
1



2



3



의사소통

x축은 x의 값에 관계없이 y의 값이 항상 0이므로 $y=0$이다. 또 y축은 y의 값에 관계없이 x의 값이 항상 0이므로 $x=0$이다.
이는 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 각각 $a=0$, $c=0$인 경우와 $b=0$, $c=0$인 경우라고 할 수 있다.

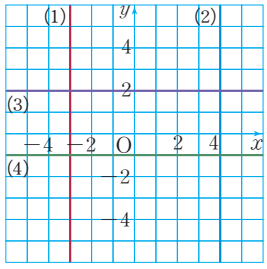
2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해 [p. 185~p. 188]

1 (1) $x=2$, $y=0$ (2) $x=2$, $y=-3$

2 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

중/단/원 기초 p. 189

1



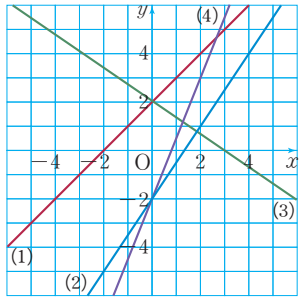
2 (1) ㉡ (2) ㉢ (3) ㉠

3 $x=1$, $y=0$

4 (1) $x=1$, $y=-1$ (2) 해는 무수히 많다.

중/단/원 기본 p. 190

1 (1) $y=x+2$
(2) $y=\frac{3}{2}x-2$
(3) $y=-\frac{2}{3}x+2$
(4) $y=\frac{5}{2}x-2$



2 3

3 두 식을 y에 관하여 풀면
$y=ax+2$, $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$
두 직선이 서로 만나지 않으려면 서로 평행해야 한다. 즉, 기울기가 같고, y절편이 달라야 한다.
$a=-\frac{3}{2}$

4 직선 $ax+y=3$은 점 (4, 2)를 지나므로
$a\times4+2=3$, $a=\frac{1}{4}$

중/단/원 실력 p. 191

1 두 점 $(a-2,\ -1)$, $(3a+4,\ 3)$을 지나는 직선이 y축과 평행하므로 이 직선의 x좌표는 항상 같다.

$3a+4=a-2$

$2a=-6$, $a=-3$

$a=-3$이므로 두 점은 $(-5,\ -1)$, $(-5,\ 3)$이고 이 두 점을 지나는 직선의 방정식은 $x=-5$이다.

2 연립일차방정식 $\begin{cases} -x+y=3 \\ ax-2y=b \end{cases}$는 $\begin{cases} y=x+3 \\ y=\frac{a}{2}x-\frac{b}{2} \end{cases}$ 이다.

(1) 해가 무수히 많은 경우는 두 그래프가 일치할 때

이므로 $\frac{a}{2}=1$, $-\frac{b}{2}=3$이다.

따라서 $a=2$, $b=-6$이다.

(2) 해가 없는 경우는 평행한 경우이므로

$\frac{a}{2}=1$, $-\frac{b}{2}\neq 3$이다.

따라서 $a=2$, $b\neq -6$이다.

3 두 직선의 식을 구해 보면

직선 l은 원점과 점 $(3,\ 6)$을 지나므로 $y=2x$이고,

직선 m은 y절편이 8이고 점 $(3,\ 6)$을 지나므로

$y=-\frac{2}{3}x+8$이다. 점 B를 $(a,\ 0)$이라 하면

$A(a,\ 2a)$, $C(3a,\ 0)$, $D(3a,\ 2a)$이고 D는 직선 m 위의 점이므로 $-2a+8=2a$

$4a=8$, $a=2$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 4이다.

4 • 세 직선이 모두 한 점에서 만날 때

직선 $2x+y-2=0$과 직선 $-x+y+4=0$의 교점 $(2,\ -2)$를 직선 $ax-y+1=0$에 대입하면

$2a+2+1=0$, $a=-\frac{3}{2}$

• 두 직선이 평행할 때

직선 $ax-y+1=0$의 기울기 a가 직선 $2x+y-2=0$의 기울기 -2 또는 직선 $-x+y+4=0$의 기울기 1과 같으면 평행하고 삼각형이 만들어지지 않는다.

따라서 a의 값은 -2, $-\frac{3}{2}$, 1이다.

5 두 직선의 교점 P의 좌표는 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$의 해와 같으므로 $(2,\ 3)$이다.

점 A는 직선 $2x-y-1=0$이 x축과 만나는 점이므로 $2x-y-1=0$에 $y=0$을 대입하면

$2x-1=0$, $x=\frac{1}{2}$

따라서 점 A의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$이다.

점 B는 직선 $x+y-5=0$이 x축과 만나는 점이므로 $x+y-5=0$에 $y=0$을 대입하면

$x-5=0$, $x=5$

따라서 점 B의 좌표는 $(5,\ 0)$이다.

그러므로 $\triangle PAB$의 밑변의 길이는 $5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$이고, 높이는 3이다.

따라서 $\triangle PAB$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 3=\frac{27}{4}$

대/단/원 평가 문제 [p. 196~p. 197]

1 ②	**2** ⑤	**3** ⑤	**4** ④	**5** ②
6 ③	**7** ③	**8** ④	**9** ①	**10** ①
11 ②	**12** 2	**13** $a=1, b=2$		
14 $y=2x-6$		**15** 풀이 참조		
16 풀이 참조				

6 그래프의 기울기는 양수이고, y절편도 양수이므로

$-\frac{1}{b}>0$, $\frac{c}{b}>0$

$\frac{1}{b}<0$이므로 $b<0$

$b<0$, $\frac{c}{b}>0$이므로 $c<0$

11 주어진 그래프에서 교점의 x좌표는 $x=3$이므로 이를 $x+y=4$에 대입하면 $y=1$이다.

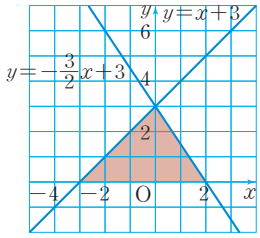
이제 $x=3$, $y=1$을 $2x-ay=2$에 대입하면

$6-a=2$, $a=4$

12 직선 $y=3x+a$가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=3\times2+a$
$a=-7$
따라서 점 $(3,\ b)$가 직선 $y=3x-7$ 위에 있으므로
$b=3\times3-7$
$b=2$

14 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라고 하자.
$y=2x+1$의 그래프와 기울기가 같으므로 $a=2$
$y=2x+b$
$y=\frac{1}{2}x-6$의 그래프의 y절편은 -6이고, 이 그래프와 y축에서 만나므로 $y=2x+b$에 $x=0$, $y=-6$을 대입하면 $b=-6$이다.
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x-6$이다.

15



위의 그림에서 두 일차함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 삼각형의 높이는 3이고, 밑변의 길이는 5이므로 구하는 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$

16 5분에 20 L씩 물이 새어 나가므로 1분에는 4 L씩 새어 나간다.
따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=500-4x$
$y=500-4x$에 $x=20$을 대입하면
$y=500-4\times20=420$
따라서 20분 후 물통에는 420 L의 물이 남아 있다.

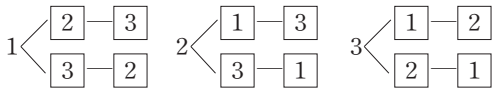
VI 확률

1 경우의 수와 확률

준 | 비 | 학 | 습 p. 204

1 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29

2



3 (1) 0 (2) $\frac{1}{2}$

4 공 던지기 기록

기록(m)	학생 수(명)	상대도수
15 이상 ~ 20 미만	2	0.1
20 ~25	8	0.4
25 ~30	7	0.35
30 ~35	3	0.15
합계	20	1

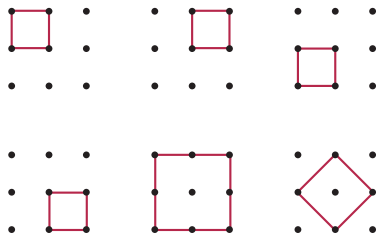
1-1 경우의 수 [p. 205~p. 210]

1 (1) 3 (2) 3

2 3

창의 UP

다음 그림과 같이 만들 수 있는 정사각형은 모두 6가지이므로 방법의 수는 6이다.



3 5

4 5

5 6

6 예시
두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈이 모두 짝수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

예시
두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 합이 3 이상 5 이하의 수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

1-2 확률의 뜻 [p. 211~p. 214]

1 각 눈이 나올 확률은 0.167이라고 할 수 있다.

창의 UP

모자를 던지는 실험은 모두 $432+568=1000$(번) 시행하였고, 이때 모자의 모양이 A와 같이 떨어진 사건의 상대도수는 $\frac{432}{1000}=0.432$이다.
따라서 모자를 무심코 던질 때, A와 같이 떨어질 확률은 0.432로 예측할 수 있다.

2 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$

문제해결

A, B 두 선수가 타석에서 안타를 칠 확률은 각각 $\frac{30}{100}=0.3$, $\frac{33}{120}=0.275$이다. 그러므로 A 선수를 대타로 기용하는 것이 유리하다.

3 $\frac{1}{2}$

4 $\frac{1}{2}$

의사소통

한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나오면 미진이가 이기고, 4 미만의 눈이 나오면 희수가 이기기로 하였으므로 4가 나오면 비기게 된다. 따라서 모든 경우의 수를 5로 생각하여 확률을 구하는 것은 옳지 않다.
한 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이고 4 미만의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3의 3가지이므로 희수가 이길 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이다.

중/단/원 기초 p. 215

1 (1) 4 (2) 1
(3) 4 (4) 3

2 9

3 12

4 $\frac{5}{8}$

5 $\frac{3}{10}$

중/단/원 기본 p. 216

1 8

2 8

3 (1) 6 (2) 12

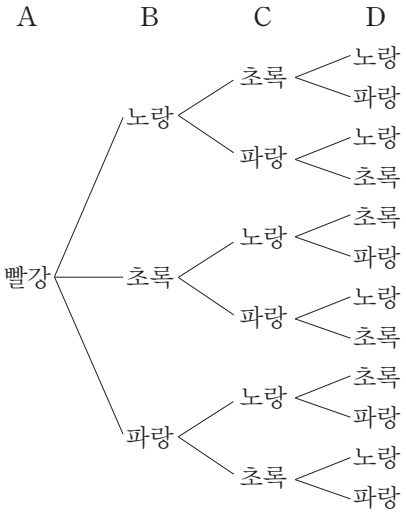
4 $\frac{1}{3}$

5 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times2=12$이다.
이때 주사위는 소수의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나오는 경우의 수는 (2, 앞), (3, 앞), (5, 앞)의 3이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$이다.

중/단/원 실력 p. 217

1 A, B, C, D에 색을 칠하는 방법은 다음과 같다.

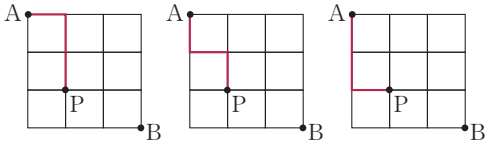
A를 빨강으로 칠하는 경우 12가지



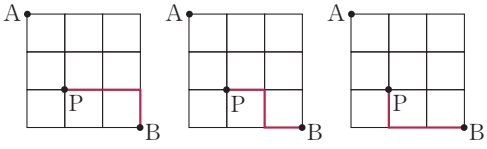
같은 방법으로 A를 노랑, 초록, 파랑으로 칠하는 경우도 각각 12가지씩이다. 따라서 모두

$12\times4=48$이다.

2 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 방법을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



또 P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 방법 3가지에 대하여 P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법이 각각 3가지이므로 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 $3\times3=9$이다.

3 빨간 구슬이 나올 확률은

$$\frac{5}{5+x+y}=\frac{1}{3}$$

$15=5+x+y$

$x+y=10$ ……①

노란 구슬이 나올 확률은

$$\frac{x}{5+x+y}=\frac{2}{5}$$

$5x=10+2x+2y$

$3x-2y=10$ ……②

①, ②를 연립하여 풀면 $x=6$, $y=4$

4 전체 경우의 수는 $5\times5=25$이고, x, y가 1에서 5까지의 자연수일 때, 주어진 부등식을 만족시키는 경우의 수는 (5, 4), (5, 5)의 2이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{25}$이다.

2 확률의 성질과 계산

준|비|학|습 p. 218

1 (1) 16 (2) 13

2 (1) 36

(2)

6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
	1	2	3	4	5	6

⇨ $\frac{1}{12}$

2-1 확률의 성질 [p. 219~p. 221]

1 (1) $\frac{3}{10}$ (2) 0 (3) 1

2 60 %

3 '적어도 한 장은 짝수가 나온다.'는 것은 두 장 모두 홀수가 나오는 것을 제외한 경우이다.
이때 모든 경우는 (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)의 10가지이고, 홀수만 뽑는 경우는 (1, 3), (1, 5), (3, 5)의 3가지이므로 두 장 모두 홀수만 나올 확률은 $\frac{3}{10}$이다.
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$이다.

의사소통

예 확률이 0인 경우: 해가 서쪽에서 뜰 확률, 한 개의 주사위를 던질 때 7 이상의 눈이 나올 확률
확률이 1인 경우: 해가 동쪽에서 뜰 확률, 한 개의 주사위를 던질 때 6 이하의 눈이 나올 확률

2-2 확률의 계산 [p. 222~p. 226]

1 $\frac{7}{20}$

2 5장의 카드에서 2장의 카드를 뽑는 모든 경우는 (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)의 10가지이다.
이때 카드에 적힌 수의 차가 2인 경우는 (1, 3), (2, 4), (3, 5)의 3가지이므로 적힌 수의 차가 2가 될 확률은 $\frac{3}{10}$이다.
또 카드에 적힌 수의 차가 3인 경우는 (1, 4), (2, 5)의 2가지이므로 적힌 수의 차가 3이 될 확률은 $\frac{2}{10}$이다.
따라서 적힌 수의 차가 2 또는 3이 될 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}=\frac{1}{2}$이다.

3 $\frac{1}{4}$

4 혜정이가 한 개의 제비를 뽑을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 5이고 당첨 제비를 뽑는 경우의 수는 2이므로 혜정이가 당첨될 확률은 $\frac{2}{5}$이다.
또 선호가 한 개의 제비를 뽑을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 5이고 당첨 제비가 아닌 것을 뽑는 경우의 수는 3이므로 선호가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{3}{5}$이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$이다.

5 예시
주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 주사위는 짝수의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나올 확률을 구하여라.

답 $\frac{1}{4}$

창의 UP

전구에 불이 들어오려면 스위치 A와 B가 모두 닫혀 있어야 한다. 따라서 전구에 불이 들어올 확률은 스위치 A, B가 모두 닫힐 확률과 같으므로
$\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$이다.

문제해결

원판 A의 경우 소수가 2, 3이므로 소수 부분에 맞힐 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이고, 원판 B의 경우 소수가 2, 3, 5이므로 소수 부분에 맞힐 확률은 $\frac{3}{5}$이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$이다.

중/단/원 기초 p. 227

1 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 0
(3) 1 (4) $\frac{5}{6}$

2 $\frac{2}{9}$ **3** $\frac{3}{16}$

4 $\frac{7}{10}$ **5** $\frac{17}{18}$

중/단/원 기본 p. 228

1 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{15}{16}$

2 $\frac{5}{12}$

3 $\frac{5}{12}$

4 한 장의 카드를 꺼낼 때, 모든 경우의 수는 10이고 짝수가 나오는 경우의 수는 5이므로 처음에 짝수를 꺼낼 확률은 $\frac{5}{10}$이다.

또 홀수가 나오는 경우의 수는 5이므로 두 번째에 홀수를 꺼낼 확률은 $\frac{5}{10}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{10}\times\frac{5}{10}=\frac{1}{4}$이다.

5 쌓기 나무는 모두 64개이고 한 면도 색칠되지 않은 쌓기 나무는 8개이므로 한 면도 색칠되지 않은 쌓기 나무가 나올 확률은 $\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$이다.

따라서 적어도 한 면이 색칠된 쌓기 나무일 확률은 $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$이다.

중/단/원 실력 p. 229

1 전체 8명 중에서 첫 번째 대표를 뽑는 경우는 8가지이고, 두 번째 대표를 뽑는 경우는 첫 번째 대표를 제외한 7가지이다. 따라서 모든 경우의 수는 $8\times7=56$이다. 이때 같은 경우가 2가지씩 나타나므로 대표 2명을 뽑는 모든 경우의 수는 $56\div2=28$이다.

같은 방법으로 여학생만 뽑는 경우의 수는 6이므로 대표 2명 모두 여학생이 뽑힐 확률은 $\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$이다.

따라서 적어도 한 명은 남학생이 대표가 될 확률은 $1-\frac{3}{14}=\frac{11}{14}$이다.

2 동전을 세 번 던져 앞면 또는 뒷면이 나올 수 있는 경우의 수는 $2\times2\times2=8$이고, 점 P가 수직선 위의 1의 위치에 올 수 있는 경우의 수는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$이다.

3 김치 만두가 5개 놓여 있는 접시에서 집은 만두가 김치 만두가 아닐 확률은 $\frac{5}{10}$이고, 김치 만두가 3개 놓여 있는 접시에서 집은 만두가 김치 만두가 아닐 확률은 $\frac{7}{10}$이므로 모두 김치 만두가 아닐 확률은

$\frac{5}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{7}{20}$

따라서 적어도 하나는 김치 만두일 확률은

$1-\frac{7}{20}=\frac{13}{20}$

4 (1) 내일, 모레 연속으로 비가 올 확률은

$\frac{8}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{24}{100}$

따라서 구하는 확률을 백분율로 나타내면 24 %이다.

(2) 내일 비가 오고, 모레 비가 오지 않을 확률은

$\frac{8}{10}\times\left(1-\frac{3}{10}\right)=\frac{8}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{56}{100}$

내일 비가 오지 않고, 모레 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{8}{10}\right)\times\frac{3}{10}=\frac{2}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{100}$

구하는 확률은

$\frac{56}{100}+\frac{6}{100}=\frac{62}{100}$

따라서 구하는 확률을 백분율로 나타내면 62 %이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 234~p. 235]

1 ④ **2** ⑤ **3** ③ **4** ④ **5** ①
6 ⑤ **7** ③ **8** ④ **9** ② **10** ③
11 380 **12** 12 **13** $\frac{1}{12}$
14 풀이 참조 **15** 풀이 참조

4 첫 번째 달리게 될 선수는 A, B, C, D의 4가지이다.
두 번째 달리게 될 선수는 첫 번째 달린 선수를 제외한 3가지이다.
세 번째 달리게 될 선수는 첫 번째와 두 번째 달린 선수를 제외한 2가지, 마지막에 달릴 선수는 첫 번째와 두 번째, 세 번째 달린 선수를 제외한 1가지이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$이다.

6 두 선수가 명중시키지 못할 확률은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$이므로 두 사람이 모두 명중시키지 못할 확률은
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$이다.
따라서 적어도 한 사람이 명중시킬 확률은
$1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$이다.

10 A 주머니에서 검은 바둑돌, B 주머니에서 흰 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{2}{8}=\frac{3}{32}$
A 주머니에서 흰 바둑돌, B 주머니에서 검은 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{5}{8}\times\frac{6}{8}=\frac{15}{32}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{32}+\frac{15}{32}=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$이다.

12 준석이와 희연이를 한 명으로 생각하면 3명이 나란히 서는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$
이때 준석이와 희연이가 서로 자리를 바꾸는 경우가 있으므로 구하는 경우의 수는
$6\times2=12$

13 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 36이다.
이때 주어진 식을 만족시키는 x, y의 값은 다음과 같다.

x	y
2	4
4	3
6	2

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$이다.

14 전체 구슬의 수는 $(x+8+y)$개이므로 빨간 구슬이 나올 확률은
$\frac{x}{x+8+y}=\frac{1}{3}$
$3x=x+8+y$
$2x-y=8$ ……①
파란 구슬이 나올 확률은
$\frac{y}{x+8+y}=\frac{2}{5}$
$5y=2x+16+2y$
$2x-3y=-16$ ……②
①, ②의 연립일차방정식을 풀면
$x=10$, $y=12$

15 화요일에는 비가 오고, 수요일에도 비가 올 확률은
$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$ ……①
화요일에는 비가 오지 않고, 수요일에는 비가 올 확률은
$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$ ……②
①, ②에서 구하는 확률은
$\frac{1}{25}+\frac{1}{5}=\frac{6}{25}$

Ⅶ 도형의 성질

1 삼각형의 성질

준 | 비 | 학 | 습 p. 240

1 (1) 80 (2) 50

2 (1) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\boxed{\overline{EF}}$, $\overline{AC}=\boxed{\overline{DF}}$
(2) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\boxed{\overline{EF}}$, $\angle B=\boxed{\angle E}$
(3) $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\boxed{\angle E}$, $\angle C=\boxed{\angle F}$

3 (1) 직각삼각형
(2) 예각삼각형
(3) 둔각삼각형

1-1 이등변삼각형 [p. 241~p. 246]

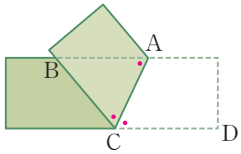
1 (1) 50° (2) 56° (3) 110°

2 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle C$
$\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=\frac{1}{2}(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$이므로
△ABD에서
$\angle BDA=180^\circ-(\angle BAD+\angle ABD)$
$=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$

3 3 cm

창의 UP

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
$\angle BAC=\angle ACD$ (엇각)
$\angle ACD=\angle BCA$이므로
$\angle BAC=\angle BCA$
따라서 △ABC는 이등변삼각형이다.



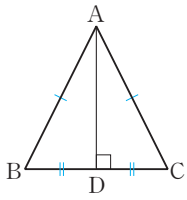
4 (1) 4 cm
(2) 25°

창의 UP

이등변삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선은 밑변 BC를 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle BDE=\angle CDE$이다.
$\overline{ED}$는 공통이므로
△EBD≡△ECD (SAS 합동)
$\overline{BE}=\overline{CE}$

추론

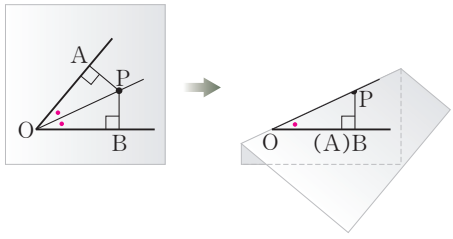
선분의 수직이등분선 위의 임의의 점에서 선분의 양 끝 점까지의 거리는 같으므로 이등변삼각형의 밑변 BC의 수직이등분선은 꼭짓점 A를 지난다.



△ABD와 △ACD에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통이므로
△ABD≡△ACD (SAS 합동)
$\angle BAD=\angle CAD$

1-2 직각삼각형의 합동 [p. 247~p. 249]

1 (1)



(2) △OAP와 △OBP에서
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$ ……①
$\angle AOP=\angle BOP$ ……②
$\overline{OP}$는 공통 ……③
①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로
△OAP≡△OBP

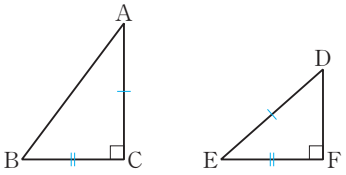
2 ㉠, ㉤: 두 직각삼각형은 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 합동이다.
㉢, ㉣: 직각삼각형 ㉢에서 한 예각이 30°이므로 다른 예각의 크기는 60°이다. 따라서 두 직각삼각형은 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 합동이다.

3 △POC와 △POD에서
$\angle PCO=\angle PDO=90^\circ$ ……①
$\overline{OP}$는 공통 ……②
$\overline{PC}=\overline{PD}$ ……③
①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로
△POC≡△POD
$\angle POC=\angle POD$
따라서 점 P가 ∠AOB의 이등분선 위에 있다.

4 △ABC와 △CDE에서
$\overline{AC}=\overline{CE}$
$\angle ABC=\angle CDE=90^\circ$
$\angle BAC+\angle ACB=90^\circ$, $\angle DCE+\angle ACB=90^\circ$
이므로 $\angle BAC=\angle DCE$
△ABC≡△CDE
따라서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{BC}+\overline{CD}=\overline{BD}$이다.

추론

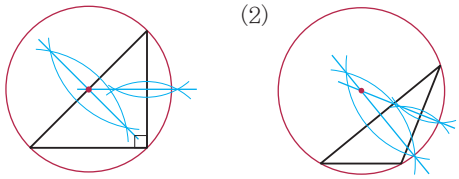
예 다음 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$이지만 두 직각삼각형 ABC와 DEF는 합동이 아니다.



1-3 삼각형의 외심과 내심 [p. 250~p. 258]

1 삼각형의 두 변의 수직이등분선의 교점을 찾고, 그 교점을 중심으로 하며 세 꼭짓점을 지나는 원을 그린다.

(1) (2)

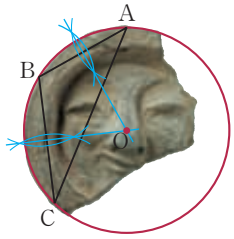


2 26°

3 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\overline{BC}=10(\text{cm})$이므로 $\overline{BO}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}=5(\text{cm})$
$\overline{AO}=5(\text{cm})$

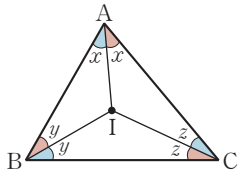
문제해결

❶ 호 위에 세 점 A, B, C를 정하고, 삼각형 ABC를 만든다.
❷ 삼각형 ABC의 외심 O를 찾는다.
❸ 점 O를 중심으로 하고, 선분 OA를 반지름으로 하는 원을 그린다.



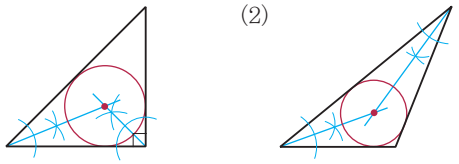
4 60°

5 점 I는 △ABC의 내심이므로
$\angle BAI=\angle CAI=\angle x$
$\angle ABI=\angle CBI=\angle y$
$\angle BCI=\angle ACI=\angle z$
$2(\angle x+\angle y+\angle z)=180^\circ$
$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$



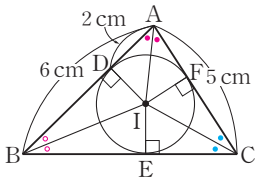
6 삼각형의 두 내각의 이등분선의 교점을 찾고, 그 교점을 중심으로 하고 삼각형에 내접하는 원을 그린다.

(1) (2)

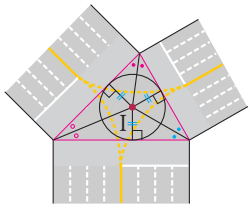


7 128°

8 △IAD≡△IAF이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=2(\text{cm})$
△IBD≡△IBE이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}$
$=4(\text{cm})$
△ICE≡△ICF이므로
$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=3(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$
$=4+3=7(\text{cm})$



9 삼거리에 나타낸 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점인 내심 I를 찾는다.



중/단/원 기초 p. 259

1 65°

2 (1) 6 cm (2) 40°

3 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같다.
△ABC≡△DEF

4 (1) 4 (2) 30

5 (1) 30 (2) 50

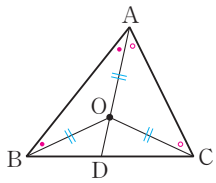
중/단/원 기본 p. 260

1 (1) 105° (2) 56°

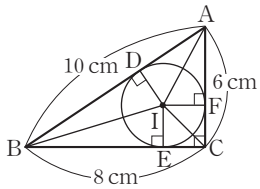
2 58°

3 $\overline{DE}=2$ (cm), $\angle A=40°$

4 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
△ABO에서
$\angle OAB=\angle OBA$
△ACO에서
$\angle OAC=\angle OCA$
따라서 $\angle BOD=2\angle BAO$,
$\angle COD=2\angle CAO$이므로
$\angle BOC=\angle BOD+\angle COD$
$=2\angle BAO+2\angle CAO$
$=2\angle BAC$
$=2\times65°=130°$

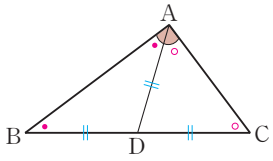


5 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6=24$
$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=r(\text{cm})$라고 하면
$\triangle AIB=\frac{1}{2}\times10\times r$
$\triangle BIC=\frac{1}{2}\times8\times r$
$\triangle CIA=\frac{1}{2}\times6\times r$
△ABC=△AIB+△BIC+△CIA이므로
$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times(10+8+6)\times r$, $24=12r$
$r=2(\text{cm})$

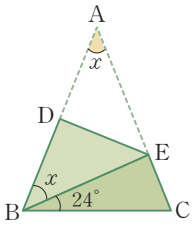


중/단/원 실력 p. 261

1 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로
△ABD에서
$\angle BAD=\angle ABD$
△ADC에서
$\angle CAD=\angle ACD$
삼각형의 세 내각의 크기는 180°이므로
$\angle BAD+\angle ABD+\angle CAD+\angle ACD=180°$
$2\angle BAD+2\angle CAD=180°$
$\angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=90°$



2 색종이를 접은 것이므로



$\angle A=\angle DBE$

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle DBC=\angle C$

$\angle A+\angle ABC+\angle C=180^\circ$

이므로

$\angle x+(\angle x+24^\circ)+(\angle x+24^\circ)=180^\circ$

$3\angle x+48^\circ=180^\circ$, $\angle x=44^\circ$

3 $\angle ABD+\angle BAD=90^\circ$

$\angle BAD+\angle CAE=90^\circ$이므로

$\angle ABD=\angle CAE$ ……①

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서

$\angle D=\angle E=90^\circ$ ……②

$\overline{AB}=\overline{CA}$ ……③

①, ②, ③에서 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$이므로

$\overline{AD}=\overline{CE}=6(\text{cm})$, $\overline{AE}=\overline{BD}=8(\text{cm})$

$\overline{DE}=6+8=14(\text{cm})$

사다리꼴 BCED의 넓이는 $\frac{(6+8)\times 14}{2}=98(\text{cm}^2)$

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$의 넓이는 각각

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는 $98-24-24=50(\text{cm}^2)$

4 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\triangle OAC$와 $\triangle OBC$에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$이고, 높이가 같으므로

$\triangle OAC=\triangle OBC=15(\text{cm}^2)$

따라서

$\triangle ABC=\triangle OAC+\triangle OBC=30(\text{cm}^2)$이므로

$\frac{1}{2}\times 10\times\overline{AC}=30$, $\overline{AC}=6(\text{cm})$

5 $\angle AIB:\angle BIC:\angle AIC=11:12:13$이므로

$\angle AIC=360^\circ\times\frac{13}{11+12+13}=130^\circ$

$\triangle ICA$에서 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle IAC+\angle ICA=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

$\angle BAC+\angle BCA=2(\angle IAC+\angle ICA)$

$=2\times 50^\circ=100^\circ$

$\angle ABC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

2 사각형의 성질

준 | 비 | 학 | 습 p. 262

1 (1) 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형

(2) 평행사변형: 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

(3) 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

(4) 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

2 (1) 60° (2) 70°

3 (1) $\angle C$ (2) $\overline{AC}$

4 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$

$\triangle ABD\equiv\triangle CDB$

$\triangle AOB\equiv\triangle COD$

$\triangle AOD\equiv\triangle COB$

(2) $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$

$\triangle ABC\equiv\triangle CDA$

$\triangle AOB\equiv\triangle COB\equiv\triangle COD\equiv\triangle AOD$

2-1 평행사변형 [p. 263~p. 268]

1 $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$ ……①

$\overline{AB}=\overline{CD}$ ……②

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle ABE=\angle CDF$ (엇각) ……③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$

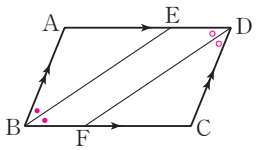
$\overline{AE}=\overline{CF}$

2 (1) $x=6$, $y=4$, $z=50$

(2) $x=30$, $y=3$, $z=70$

추론

□ABCD는 평행사변형이므로



∠B=∠D

∠ABE=∠CBE

∠ADF=∠CDF

이므로

$\angle EBF=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle D=\angle EDF$ ……①

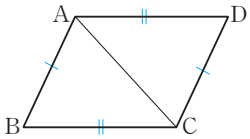
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠AEB=∠EBF (엇각) ……②

①, ②에서 ∠AEB=∠EDF

따라서 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{BE}/\!/\overline{FD}$

3 □ABCD에서 대각선 AC를 그으면 △ABC와 △CDA에서



$\overline{AB}=\overline{CD}$ ……①

$\overline{BC}=\overline{DA}$ ……②

$\overline{AC}$는 공통 ……③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 △ABC≡△CDA

이때 ∠BAC=∠DCA로 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

또 ∠ACB=∠CAD로 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

창의 UP

△AOB와 △COD에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$, ∠AOB=∠COD이므로

△AOB≡△COD

∠BAO=∠DCO

즉, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ ……①

마찬가지로 △AOD≡△COB이므로

∠DAO=∠BCO

즉, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ ……②

①, ②에서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

4 ㉠, ㉢, ㉣

5 △APS와 △CRQ에서

$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\overline{CR}$ ……①

$\overline{AS}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{CQ}$ ……②

∠PAS=∠RCQ ……③

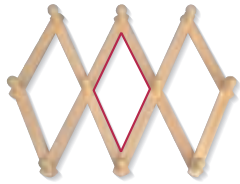
①, ②, ③에서 △APS≡△CRQ이므로 $\overline{PS}=\overline{QR}$

마찬가지로 △BQP≡△DSR이므로 $\overline{PQ}=\overline{SR}$

따라서 □PQRS는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

문제해결

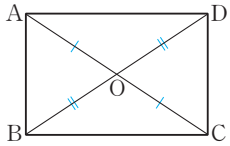
예 벽걸이형 옷걸이는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.



2-2 여러 가지 사각형 [p. 269~p. 276]

1 (1) 4 cm (2) 8 cm

2 □ABCD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



△ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{BC}$는 공통

이므로 △ABC≡△DCB (SSS 합동)

∠B=∠C ……①

□ABCD는 평행사변형이므로

∠A=∠C, ∠B=∠D ……②

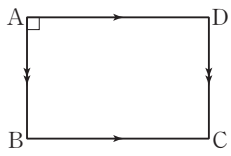
①, ②에서

∠A=∠B=∠C=∠D

따라서 □ABCD는 직사각형이다.

추론

평행사변형 ABCD에서



$\angle A=90^\circ$이므로

$\angle C=\angle A=90^\circ$ …… ①

$\angle A+\angle B=180^\circ$에서

$\angle B=90^\circ$ …… ②

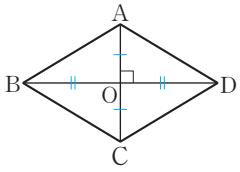
$\angle D=\angle B=90^\circ$ …… ③

①, ②, ③에서 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

따라서 □ABCD는 직사각형이다.

3 $x=35$, $y=55$

4 □ABCD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



△ABO와 △ADO에서

$\overline{BO}=\overline{DO}$

$\overline{AO}$는 공통

$\angle AOB=\angle AOD$

이므로 △ABO≡△ADO

$\overline{AB}=\overline{AD}$

□ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

따라서 □ABCD는 마름모이다.

5 ㉢, ㉣

6 △ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$

$\overline{BC}$는 공통

$\angle ABC=\angle DCB$

이므로 △ABC≡△DCB

$\overline{AC}=\overline{BD}$

7 □ACED에서 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ACD와 △ACE의 밑변을 $\overline{AC}$라고 하면 높이가 같으므로

△ACD=△ACE

□ABCD=△ABC+△ACD

=△ABC+△ACE

=△ABE

중/단/원 기초 p. 277

1 (1) $x=55$, $y=5$

(2) $x=30$, $y=4$

2 ㉠, ㉢

3 (1) $x=8$, $y=90$

(2) $x=5$, $y=90$

(3) $x=4$, $y=90$

4 ㄱ, ㄹ

중/단/원 기본 p. 278

1 75°

2 70°

3 48 cm^2

4 ㄷ, ㅁ

5 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 △EBD=△ABD

△DEC=△EBD+△DBC

=△ABD+△DBC

=□ABCD

=15(cm^2)

중/단/원 실력 p. 279

1 $\overline{BF}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BFC=\angle ECD=\angle FCB$

따라서 △BCF는 이등변삼각형이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}=5$(cm)

$\overline{AF}=\overline{BF}-\overline{BA}$

=5−2=3(cm)

2 $\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}$

$=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$

$\overline{GO}=\overline{BO}-\overline{BG}$

$=\overline{DO}-\overline{DH}=\overline{HO}$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

□EGFH는 평행사변형이다.

3 △ABP와 △CDQ에서
$\angle APB=\angle CQD=90^\circ$
$\overline{AB}=\overline{CD}$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAP=\angle DCQ$(엇각)
따라서 △ABP≡△CDQ이므로
$\overline{BP}=\overline{DQ}$ ……①
$\angle BPQ=\angle DQP=90^\circ$(엇각)이므로
$\overline{BP}/\!/\overline{DQ}$ ……②
①, ②에서 □PBQD는 평행사변형이므로
$\angle PBQ+\angle BPD=\angle x+(90^\circ+50^\circ)=180^\circ$
$\angle x=40^\circ$

4 △PCD와 △PCB에서
$\overline{CD}=\overline{CB}$
$\overline{PC}$는 공통
$\angle PCD=\angle PCB=45^\circ$
따라서 △PCD≡△PCB이므로
$\angle PDC=\angle PBC=25^\circ$
$\angle x$는 △PCD의 한 외각이므로
$\angle x=\angle PDC+\angle PCD$
$=25^\circ+45^\circ=70^\circ$

5 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=\angle x$
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB=\angle x$
$\angle C=\angle ABC=\angle x+\angle x=2\angle x$
$\angle ADC+\angle C=(\angle x+90^\circ)+2\angle x=180^\circ$
$3\angle x=90^\circ$
$\angle x=30^\circ$

대/단/원 평가 문제 [p. 284~p. 285]

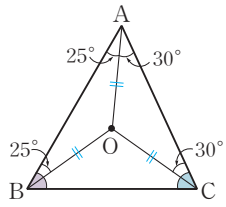
1 ④ **2** ① **3** ⑤ **4** ③ **5** ②
6 ④ **7** ④ **8** ③ **9** ① **10** 90°
11 38 **12** $\angle B=60^\circ$, $\angle C=65^\circ$
13 풀이 참조 **14** 풀이 참조

4 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
$=\frac{180^\circ-68^\circ}{2}=56^\circ$
$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$
따라서 △DBC에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로
$\angle BDC+\angle DBC=62^\circ$
$\angle BDC=31^\circ$

8 직사각형은 평행사변형이므로
$\overline{AD}=\overline{BC}=9$(cm)
△AFO와 △CEO에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOF=\angle COE$, $\angle FAO=\angle ECO$
이므로 △AFO≡△CEO, $\overline{FO}=\overline{EO}$
□AECF는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형이므로 마름모이다.
$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=9-3=6$(cm)

9 $\angle ACE=\frac{1}{2}\angle BCD=51^\circ$
△AEC에서 $\angle CAE=180^\circ-(90^\circ+51^\circ)=39^\circ$
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+39^\circ)=51^\circ$

12 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로
$\angle BAO=\angle ABO=25^\circ$
$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로
$\angle CAO=\angle ACO=30^\circ$
$\angle BCO=\angle CBO=x$라고 하면 △ABC에서
$(25^\circ+30^\circ)+(25^\circ+x)+(30^\circ+x)=180^\circ$, $x=35^\circ$
$\angle B=60^\circ$, $\angle C=65^\circ$



13 △ABE와 △ADF에서 $\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$
$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABE=\angle ADF$이므로
△ABE≡△ADF, $\overline{AE}=\overline{AF}$

14 사다리꼴 ABCD의 높이를 h cm라고 하면
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times h=27$, $h=9$
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times4\times9=18(\text{cm}^2)$

VIII 도형의 닮음

1 도형의 닮음

준 | 비 | 학 | 습 p. 292

1 (1) $x=9$ (2) $x=6$
(3) $y=6$ (4) $y=0.6$

2 74°

3 (1) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.
(2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
(3) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.

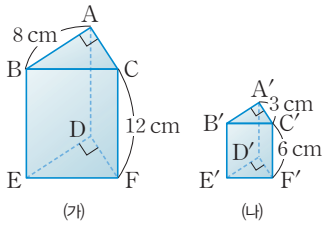
1-1 닮은 도형 [p. 293~p. 296]

1 (1) 2 : 3 (2) 12 cm (3) 85°

2 (1) 면 B′F′G′C′
(2) 4 : 5
(3) 20 cm

3 예시

오른쪽 그림의 서로 닮은 두 삼각기둥 (가)와 (나)에 대하여 $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, 다음을 구하여라.



(1) 면 BEFC에 대응하는 면
(2) 두 삼각기둥 (가)와 (나)의 닮음비
(3) $\overline{AC}$의 길이

답 (1) 면 B′E′F′C′ (2) 2 : 1 (3) 6 cm

추론

반지름의 길이가 r와 r'인 원을 각각 O, O′이라고 하자. 원 O의 반지름의 길이를 $\frac{r'}{r}$배 하면 $r\times\frac{r'}{r}=r'$인 원 O′과 합동이다. 따라서 반지름의 길이가 다른 두 원은 항상 닮음이다.
이때 두 원 O와 O′의 닮음비는 $r : r'$으로 두 원의 반지름의 길이의 비가 닮음비임을 알 수 있다.

1-2 삼각형의 닮음조건 [p. 297~p. 300]

1 ㉠과 ㉤, ㉡과 ㉢

2 (1) △ABC∽△ADE (AA 닮음)
(2) △ACO∽△BDO (SAS 닮음)

3 (1) $\frac{18}{5}$ (2) 16

창의 UP

△ADC와 △BEC에서
$\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$ ……①
$\angle C$는 공통 ……②
①, ②에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로
△ADC∽△BEC
$\overline{AC} : \overline{BC}=\overline{AD} : \overline{BE}$

의사소통

삼각형의 합동조건과 닮음조건은 쉽게 연결할 수 있다. 즉, 합동조건에서 '변의 길이가 같다.'라는 조건은 '변의 길이의 비가 같다.'라는 조건으로 바꾸어 주면 닮음조건이 된다. 하지만 ASA 합동과 AA 닮음에서는 차이가 있다. 닮음에서는 한 쌍의 변만으로는 변의 길이의 비를 비교할 대상이 없으므로 ASA 합동조건에 해당하는 닮음조건에서는 변의 길이에 대한 조건은 없다.

중/단/원 기초 p. 301

1 ㉠, ㉣

2 (1) 70° (2) 2 : 3 (3) 9 cm

3 (1) 2 : 3 (2) 9 cm (3) 60°

4 ㉠과 ㉤: 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다. (SSS 닮음)
㉡과 ㉢: 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다. (AA 닮음)
㉣과 ㉥: 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. (SAS 닮음)

중/단/원 기본 p. 302

1 ㉣, ㉥, ㉢

2 (1) 4 : 3 (2) 75° (3) 6 cm

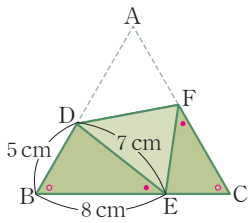
3 (1) $\frac{15}{2}$ (2) 12

4 $\angle DAB+\angle ABD=90^\circ$ ……①
$\angle EBC+\angle ABD=90^\circ$ ……②
①, ②에서 $\angle DAB=\angle EBC$이고,
$\angle D=\angle E=90^\circ$이므로 $\triangle ADB\backsim\triangle BEC$
따라서 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{BD}:\overline{CE}$에서
$4:8=\overline{BD}:10$
$\overline{BD}=5(\text{cm})$

중/단/원 실력 p. 303

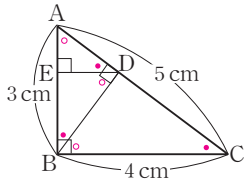
1 물이 채워진 부분의 높이는
$50\times\frac{3}{5}=30(\text{cm})$
수면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$r:20=30:50$, $r=12$
따라서 물의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times12^2\times30=1440\pi(\text{cm}^3)$

2 $\overline{AD}=\overline{DE}=7(\text{cm})$이므로 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형이다.



$\overline{EC}=12-8=4(\text{cm})$
$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서
$\angle B=\angle C=60^\circ$ ……①
$\angle A=\angle DEF=60^\circ$
$\angle BED=120^\circ-\angle FEC=\angle EFC$ ……②
①, ②에서 $\triangle DBE\backsim\triangle ECF$이므로
$\overline{DB}:\overline{EC}=\overline{DE}:\overline{EF}$
$5:4=7:\overline{EF}$이므로 $\overline{EF}=\frac{28}{5}(\text{cm})$
$\overline{AF}=\overline{EF}=\frac{28}{5}(\text{cm})$

3 $\triangle ABC\backsim\triangle BDC$이므로
$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AB}:\overline{BD}$
$5:4=3:\overline{BD}$
$\overline{BD}=\frac{12}{5}(\text{cm})$



$\triangle ABC\backsim\triangle DEB$이므로
$\overline{AC}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{EB}$
$5:\frac{12}{5}=4:\overline{EB}$
$\overline{EB}=\frac{48}{25}(\text{cm})$
$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}$
$=3-\frac{48}{25}=\frac{27}{25}(\text{cm})$

4 $\triangle DBC$와 $\triangle PDO$에서
$\angle DCB=\angle POD=90^\circ$, $\angle DBC=\angle PDO$(엇각)
이므로 $\triangle DBC\backsim\triangle PDO$
$\overline{PQ}$는 수직이등분선이므로 $\overline{DO}=\overline{BO}=5(\text{cm})$
따라서 $\overline{DB}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{DB}:\overline{PD}=\overline{BC}:\overline{DO}$에서
$10:\overline{PD}=8:5$
$\overline{PD}=\frac{25}{4}(\text{cm})$

2 닮음의 활용

준 | 비 | 학 | 습 p. 304

1 70°

2 △ABC∽△MON (SSS 닮음)
△DEF∽△QPR (SAS 닮음)
△GHI∽△LJK (AA 닮음)

3 (1) 240 cm^3 (2) 18π cm^3

2-1 평행선과 선분의 길이의 비 [p. 305~p. 309]

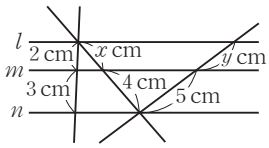
1 (1) △ABC와 △ADE에서
∠ABC=∠ADE (동위각)
∠A는 공통
이므로 △ABC∽△ADE
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$
(2) △ABC와 △ADE에서
∠BAC=∠DAE (맞꼭지각)
∠ABC=∠ADE (엇각)
이므로 △ABC∽△ADE
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

2 (1) $x=12$, $y=8$
(2) $x=12$, $y=10$

3 (1) 5 (2) 15

4 (1) 3 (2) 15

5 예시
오른쪽 그림에서 $l/\!/m/\!/n$일 때, x, y의 값을 각각 구하여라.

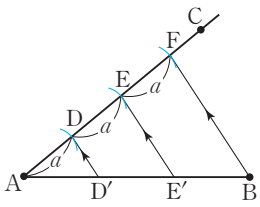


답 $x=\frac{8}{3}$, $y=\frac{10}{3}$

6 선반이 모두 평행하므로
40 : 50=36 : x에서 $x=45$
40 : y=36 : 27에서 $y=30$

의사소통

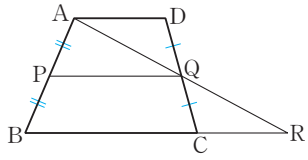
❶ 반직선 AC를 긋는다.
❷ 점 A를 중심으로 하고 적당한 길이 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC의 교점을 D, 점 D를 중심으로 하고 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC의 교점을 E, 점 E를 중심으로 하고 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC의 교점을 F라고 한다.
❸ 선분 BF를 긋는다.
❹ 점 D, E를 지나고 선분 BF와 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 각각 D′, E′이라고 한다.
이때 점 D′, E′이 선분 AB를 삼등분하는 점이다.



2-2 닮음의 활용 [p. 310~p. 320]

1 $\overline{DE}=4$ (cm), $\overline{EF}=6$ (cm), $\overline{FD}=5$ (cm)

2 $\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 R라고 하자.



(1) △AQD와 △RQC에서
$\overline{DQ}=\overline{CQ}$ ……①
∠AQD=∠RQC (맞꼭지각) ……②
∠ADQ=∠RCQ (엇각) ……③
①, ②, ③에서
△AQD≡△RQC (ASA 합동)
$\overline{AQ}=\overline{RQ}$
즉, Q는 $\overline{AR}$의 중점이다.
따라서 △ABR에서 선분 PQ는 변 AB, AR의 중점을 연결한 선분이므로 $\overline{PQ}/\!/\overline{BR}$
$\overline{PQ}/\!/\overline{BC}$

(2) △ABR에서 선분 PQ는 변 AB, AR의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BR}=\frac{1}{2}(\overline{BC}+\overline{CR})$ ……①

그런데 △AQD≡△RQC이므로

$\overline{AD}=\overline{CR}$ ……②

①, ②에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

3 28 cm

4 (1) 투명 종이 위에 $\overline{MP}$를 그린 후 투명 종이를 움직여 $\overline{MP}=\overline{PN}$임을 확인한다.

(2) △ABC에서 점 N은 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{PN}/\!/\overline{AB}$이므로 $\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

△ACD에서 점 M은 $\overline{AD}$의 중점이고, $\overline{MP}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{DC}$

그런데 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $\overline{PN}=\overline{MP}$

따라서 △PMN은 이등변삼각형이다.

창의 UP

$\overline{BD}$를 그으면 △ABD에서 선분 EH는 변 AB, AD의 중점을 연결한 선분이므로

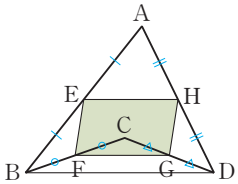
$\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{EH}/\!/\overline{BD}$ ……①

△CBD에서 선분 FG는 변 CB, CD의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{FG}/\!/\overline{BD}$ ……②

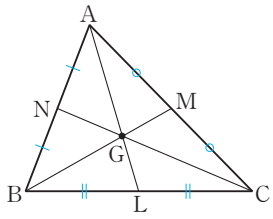
①, ②에서 $\overline{EH}=\overline{FG}$, $\overline{EH}/\!/\overline{FG}$이므로

□EFGH는 평행사변형이다.



5 $x=6$, $y=6$

6



(1) △GBL과 △GCL에서

$\overline{BL}=\overline{LC}$이고 높이가 같으므로

△GBL=△GCL=1

△GBC=△GBL+△GCL

=1+1=2

(2) △ABG와 △GBL에서

$\overline{AG}:\overline{GL}=2:1$이고 높이가 같으므로

△ABG=2△GBL

=2×1=2

△ABL=△ABG+△GBL

=2+1=3

또 △ABL과 △ACL에서 $\overline{BL}=\overline{LC}$이고 높이가 같으므로

△ABL=△ACL=3

△ABC=△ABL+△ACL

=3+3=6

7 10 cm

8 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm})$

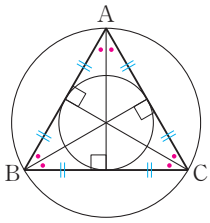
점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=4(\text{cm})$

추론

정삼각형은 이등변삼각형이므로 세 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

따라서 내각의 이등분선, 변의 수직이등분선, 중선이 모두 일치하므로 내심, 외심, 무게중심이 일치한다.



9 36 cm^2

10 △ABC와 △ADE에서

∠A는 공통 ……①

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

∠ABC=∠ADE (동위각) ……②

①, ②에서 △ABC∽△ADE

이때 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{AE}=(6+4):6=5:3$

이므로 넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

그런데 △ADE의 넓이가 18 cm^2이므로

△ABC : △ADE=△ABC : 18

=25 : 9

△ABC=50(cm^2)

□DBCE=△ABC−△ADE

=50−18=32(cm^2)

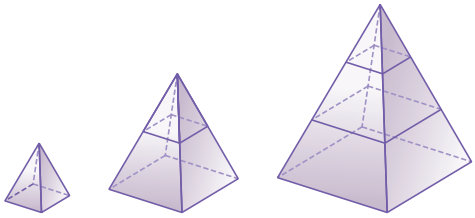
문제해결

닮음비는 1 : 12이므로 넓이의 비는 1 : 144이다.

따라서 걸리버에게 필요한 옷감의 넓이는 소인국 사람의 옷에 사용되는 옷감의 넓이의 144배이다.

11 81 cm^3

12



위의 세 정사각뿔은 모두 닮음이고, 닮음비가 1 : 2 : 3이므로 세 정사각뿔의 부피를 각각 V_1, V_2, V_3이라고 하면

$V_1:V_2:V_3=1^3:2^3:3^3$

=1 : 8 : 27

따라서 입체도형 (가), (나), (다)의 부피의 비는

$V_1:(V_2-V_1):(V_3-V_2)$

=1 : (8−1) : (27−8)

=1 : 7 : 19

중/단/원 기초 p.321

1 (1) 5 : 9 (2) 5 : 9

2 (1) 4 (2) 8

3 (1) 4 cm

(2) 3 cm

(3) 7 cm

4 $x=5$, $y=3$

5 192 cm^3

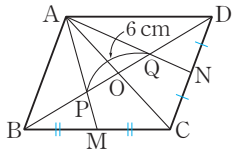
중/단/원 기본 p.322

1 (1) 15 (2) 12

2 (1) $x=15$, $y=\frac{36}{5}$

(2) $x=21$, $y=8$

3 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로



$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

△ABC에서 $\overline{AM}$, $\overline{BO}$는 중선이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이다. 즉, $\overline{BP}=2\overline{PO}$

△ACD에서 $\overline{AN}$, $\overline{DO}$는 중선이므로 점 Q는 △ACD의 무게중심이다. 즉, $\overline{DQ}=2\overline{QO}$

$\overline{BD}=\overline{BP}+\overline{PQ}+\overline{QD}$

$=2\overline{PO}+\overline{PO}+\overline{QO}+2\overline{QO}$

$=3(\overline{PO}+\overline{QO})=3\overline{PQ}=18$(cm)

4 9 : 16

5 닮음비가 1 : 2이므로 부피의 비는

$1^3:2^3=1:8$

새로 만든 기름 탱크의 부피를 x m^3라고 하면

$1:8=25:x$

$x=200$(m^3)

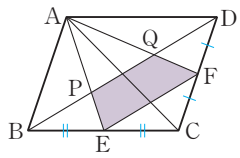
중/단/원 실력 p. 323

1 △ABP∽△DCP이므로
$\overline{AP}:\overline{DP}=\overline{BP}:\overline{CP}=\overline{AB}:\overline{DC}=2:3$
△BDC에서 $\overline{PQ}/\!/\overline{CD}$이므로
(1) $\overline{BQ}:\overline{BD}=\overline{BP}:\overline{BC}=2:5$
$\overline{BQ}:20=2:5$
$\overline{BQ}=8(\text{cm})$
(2) $\overline{PQ}:\overline{CD}=\overline{BP}:\overline{BC}$
$\overline{PQ}:15=2:5$
$\overline{PQ}=6(\text{cm})$

2 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{DE}/\!/\overline{BG}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$
$\overline{FG}=a(\text{cm})$라고 하면
△CDE에서 $\overline{DE}=2a(\text{cm})$
또 △ABG에서 $\overline{DE}:\overline{BG}=1:2$이므로
$2a:(12+a)=1:2$
$12+a=4a$, $a=4$
$\overline{DE}=2a=8(\text{cm})$

3 (1) △AOD와 △COB의 닮음비가 $4:6=2:3$이므로 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
△AOD : △COB=8 : △COB=4 : 9
$\triangle COB=18(\text{cm}^2)$
(2) $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$이므로
△ABO : △AOD=△ABO : 8=3 : 2
$\triangle ABO=12(\text{cm}^2)$
△ABD=△ABO+△AOD
$=12+8=20(\text{cm}^2)$
(3) $\overline{AO}:\overline{OC}=2:3$이므로
△AOD : △DOC=8 : △DOC=2 : 3
$\triangle DOC=12(\text{cm}^2)$
□ABCD=△COB+△ABD+△DOC
$=18+20+12=50(\text{cm}^2)$

4 대각선 AC를 그으면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 점 P, Q는 각각 △ABC와 △ACD의 무게중심이다.



$\overline{AP}:\overline{PE}=2:1$, $\overline{AP}:\overline{AE}=2:3$
같은 방법으로 $\overline{AQ}:\overline{AF}=2:3$
따라서 △APQ와 △AEF의 닮음비는 2 : 3이므로 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
△APQ : △AEF=12 : △AEF=4 : 9
$\triangle AEF=27(\text{cm}^2)$
□PEFQ=△AEF−△APQ
$=27-12=15(\text{cm}^2)$

5 잘라 낸 원뿔의 높이를 h cm라고 하면
$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times(h+3)=32\pi$
$h=3$
작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비는 1 : 2이므로 부피의 비는 1 : 8이다. 따라서 원뿔대의 부피는 큰 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$이므로 $32\pi\times\frac{7}{8}=28\pi(\text{cm}^3)$

대/단/원 평가 문제 [p. 328~p. 329]

1 ⑤ **2** ① **3** ⑤ **4** ② **5** ②
6 ③ **7** ④ **8** ② **9** ② **10** $\frac{20}{3}$ cm
11 20 m **12** 12 cm^2 **13** 풀이 참조
14 풀이 참조

7 △ABC에서 선분 EF는 변 AC, AB의 중점을 연결한 선분이므로
$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AP}=\overline{PD}$
△FPG∽△CDG이고, $\overline{FG}:\overline{CG}=1:2$이므로
$\overline{PG}:\overline{DG}=1:2$
따라서 $\overline{AP}=3\overline{PG}$이므로 $\frac{\overline{AP}}{\overline{PG}}=3$

8 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$, $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DF}+\overline{FE}+\overline{DE}=\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{AB}+\overline{AC})$

$=\frac{1}{2}\times 32=16(\text{cm})$

9 $\triangle PAB\backsim\triangle PCD$이므로

$\overline{AP}:\overline{CP}=\overline{AB}:\overline{CD}=8:12=2:3$

또 $\triangle CPH\backsim\triangle CAB$이므로

$\overline{PH}:\overline{AB}=3:(3+2)$, $\overline{PH}:8=3:5$

$\overline{PH}=\frac{24}{5}=4.8(\text{cm})$

12 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\square AEGF=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 36=12(\text{cm}^2)$

13 $\triangle ABC\backsim\triangle DBE$이고, 닮음비가 5 : 3이므로 넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

$\triangle ABC$의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$라고 하면

$25:9=x:18$, $x=50(\text{cm}^2)$

$\square ADEC=\triangle ABC-\triangle DBE$

$=50-18=32(\text{cm}^2)$

14 원뿔 모양의 그릇과 그릇에 채워진 물의 부피의 비는 $3^3:1^3=27:1$

즉, 그릇 전체의 부피는 $20\times 27=540(\text{cm}^3)$

따라서 물을 가득 채우려면 $540-20=520(\text{cm}^3)$의 물을 더 넣어야 한다.

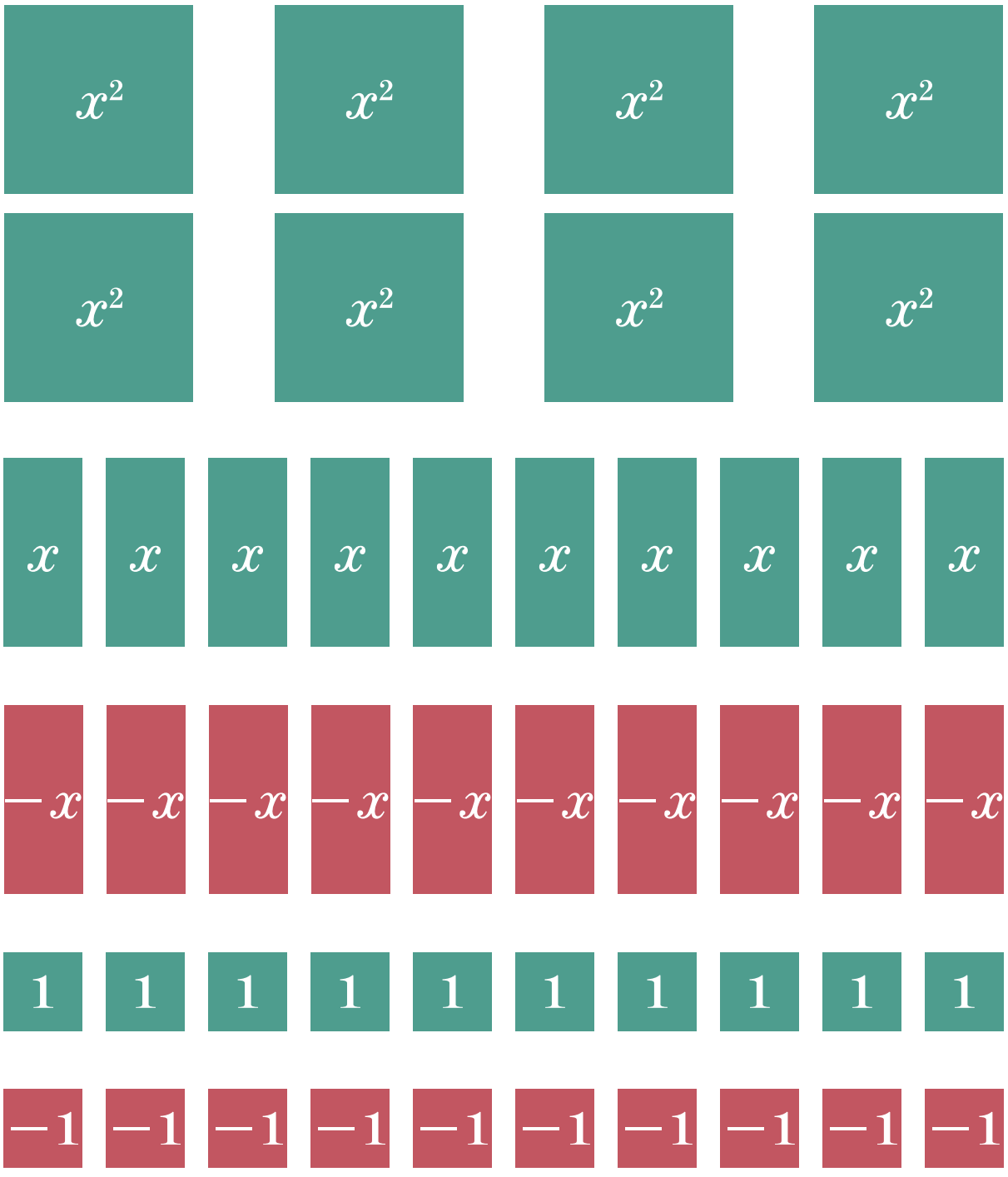
활동지 1

대수 타일(51쪽)

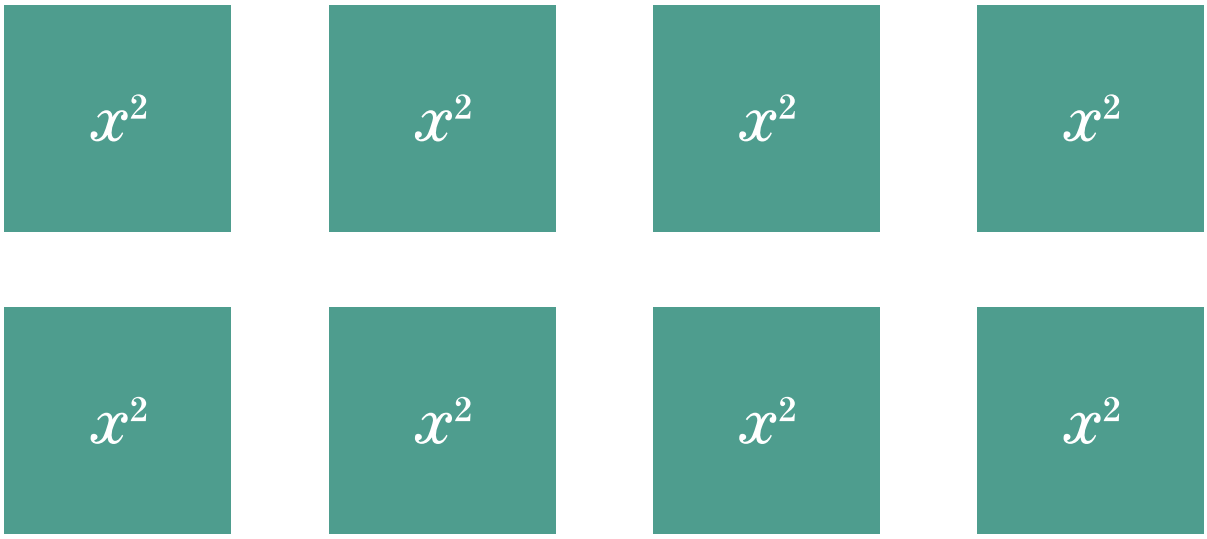
$+a$	$+a$	$+a$
$+a$	$+a$	$+a$
$-a$	$-a$	$-a$
$-a$	$-a$	$-a$
$+b$	$+b$	$+b$
$+b$	$+b$	$+b$
$-b$	$-b$	$-b$
$-b$	$-b$	$-b$

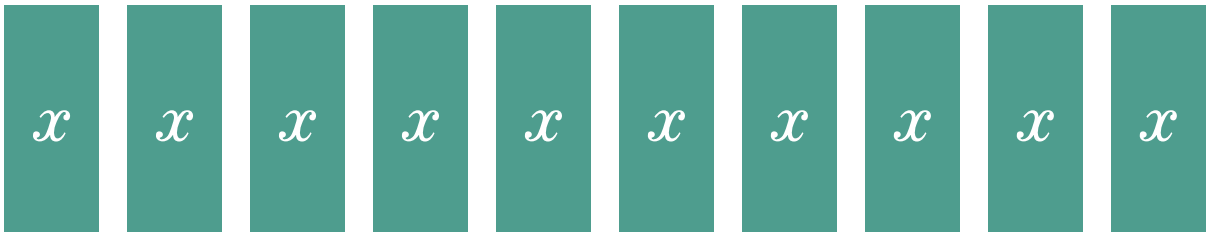
활동지 2

대수 타일(54쪽)



활동지 3 대수 타일(56쪽)

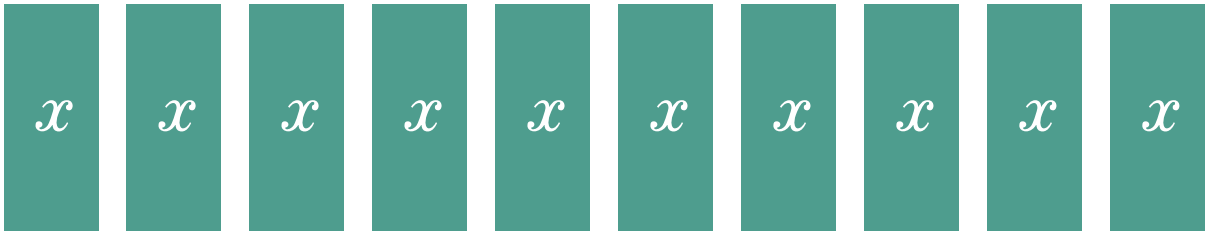


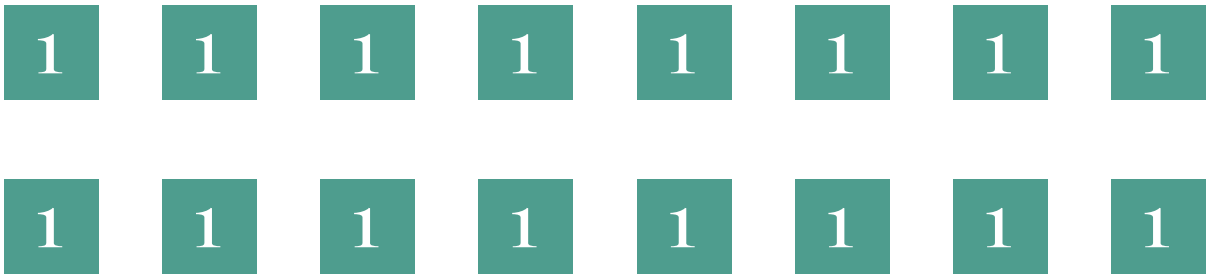




대수 타일(64쪽)

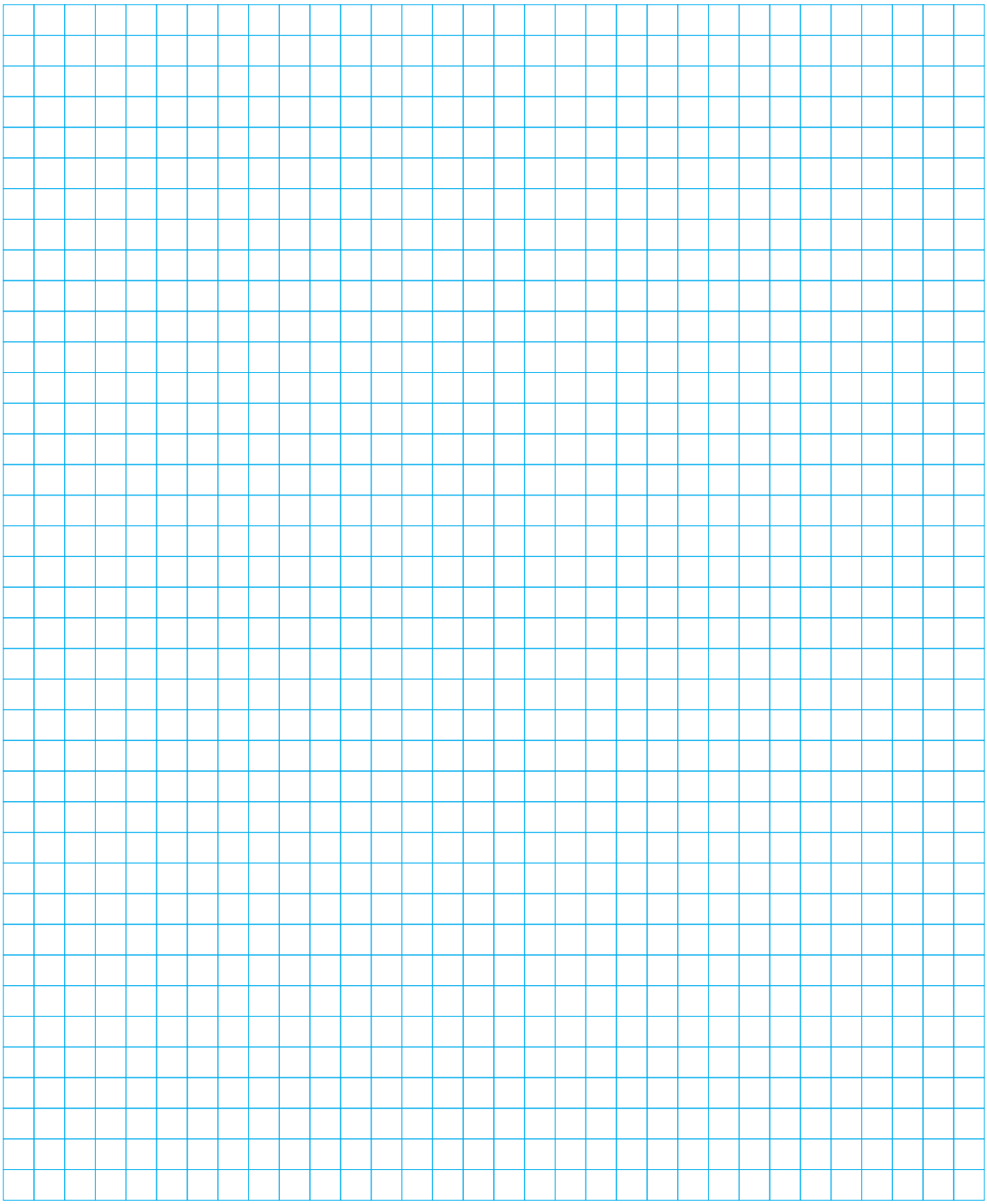






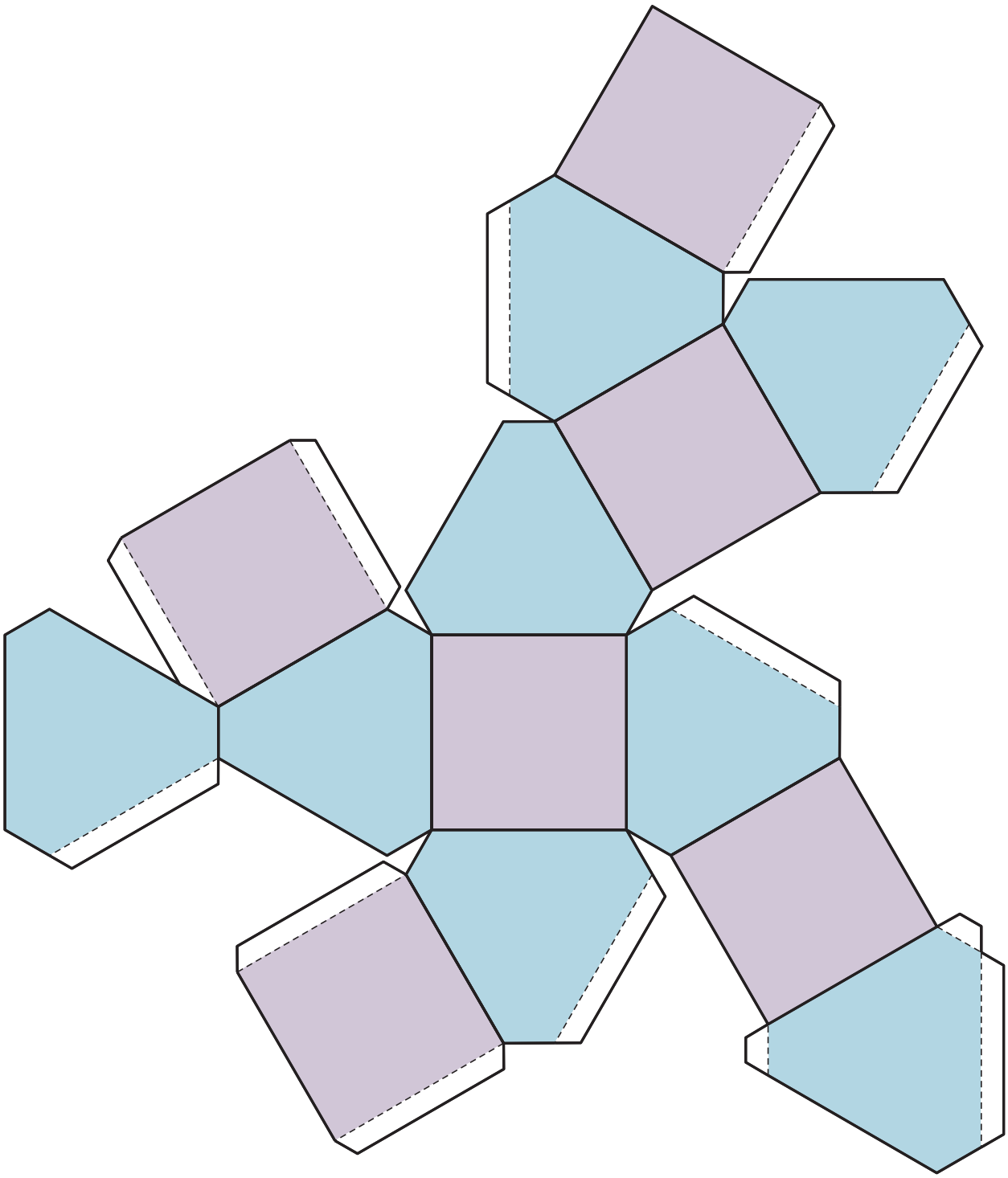
활동지 5

모눈종이(161, 192쪽)



활동지 6

목제 주령구 전개도(207쪽)



용어

ㄱ

기울기 164

ㄴ

내심 256
내접 256
내접원 256

ㄷ

닮음 293
닮음비 295

ㅁ

무게중심 315
무한소수 13

ㅂ

부등식 113

ㅅ

사건 205
삼각형의 닮음조건 299
수직이등분선 245
순환마디 16
순환소수 16

ㅇ

x절편 160
연립방정식 87
연립부등식 134
연립일차방정식 87
연립일차부등식 134
y절편 160
외심 251
외접 251
외접원 251
유한소수 13
일차부등식 119
일차함수 156

ㅈ

전개 55
접선 254
접점 254
접한다 254
중선 314
직선의 방정식 181

ㅍ

평행이동 158

ㅎ

할선 254
확률 212

기호

$2.\dot{4}1\dot{5}$(순환소수 표현) 17
□ABCD 263
∞ 294

사진 자료 출처

뉴스뱅크 이미지 • • 97쪽, 114쪽, 178쪽

셔터스톡 • • 13쪽, 48쪽, 140쪽, 176쪽, 185쪽, 214쪽, 258쪽

유로크레온 • • 53쪽

이미지클릭 • • 30쪽, 44쪽, 115쪽, 125쪽, 141쪽, 237쪽

토픽이미지 • • 10쪽, 26쪽, 32쪽, 35쪽, 36쪽, 42쪽, 43쪽, 44쪽, 55쪽, 57쪽, 59쪽, 63쪽, 67쪽, 82쪽, 84쪽, 85쪽, 89쪽, 91쪽, 98쪽, 102쪽, 110쪽, 113쪽, 114쪽, 116쪽, 120쪽, 126쪽, 127쪽, 128쪽, 130쪽, 131쪽, 140쪽, 152쪽, 155쪽, 156쪽, 157쪽, 163쪽, 174쪽, 175쪽, 185쪽, 202쪽, 205쪽, 209쪽, 226쪽, 227쪽, 229쪽, 238쪽, 241쪽, 247쪽, 253쪽, 269쪽, 289쪽, 290쪽, 293쪽, 305쪽, 314쪽, 320쪽, 324쪽

기타 • • 16쪽(서울메트로), 138쪽(한국우표포털서비스), 229쪽(기상청)

* 출처를 밝히지 않은 사진 자료의 저작권은 본 출판사에 있습니다.

인용 자료 출처

김용운, 수학사대전, 경문사, 2010, p. 113

박경미, 한국수학교육학회지 뉴스레터 20권 3호, 한국수학교육학회, 2004, p. 83

박일훈, 국악기연구보고서 2009, 국립국악원, 2009, p. 308

월간미술, 세계미술용어사전, 월간미술, 2007, p. 291

유정무, 정청희, 야구, 동양문화사, 1982, p. 203

이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011, p. 37

이광연, 밥상에 오른 수학, 상상스쿨, 2009, p. 236, 237

이광연, 수학 블로그, 살림Friends, 2008, p. 30, 31, 207, 288

이윤경, 놀면서 혼자하는 수학2: 식과 함수, 글담출판사, 2010, p. 153

일반물리학교재편찬위원회, 일반물리학, 북스힐, 2007, p. 174

조민영, 케이크, 김영사, 2004, p. 59

차종천 역, 구장산술 주비산경, 범양사, 2000, p. 109

Capt Dan Berg, Build a Ship in a Bottle, CreateSpace, 2010, p. 293

Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상, 하), 경문사, 2000, p. 230, 324

H. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 2005, p. 331

Russell 외(홍영남 역), 생명과학, 라이프사이언스, 2010, p. 222

과학창의재단 사이언스올(http://www.scienceall.com), p. 33

국립공원관리공단(http://www.knps.or.kr), p. 116

국제신문(http://www.kookje.co.kr), p. 201

기네스 세계 기록(http://www.guinnessworldrecords.com), p. 185

기상청(http://www.kma.go.kr), p. 113

담양군청문화관광(http://tour.damyang.go.kr), p. 125

동아일보(http://www.donga.com), p. 114

두피디아(http://www.doopedia.co.kr), p. 111, 116, 120, 185, 241, 271

에펠타워(http://www.eiffel-tower.com), p. 239

유네스코한국위원회(http://www.unesco.or.kr), p. 208

전력거래소(http://www.kpx.or.kr), p. 155

정보통신정책연구원(http://kisdi.re.kr), p. 44

주한 캐나다 관광청(http://kr.canada.travel), p. 120

중앙일보(http://joongang.joinsmsn.com), p. 153

한국가위바위보협회(http://www.rpskorea.co.kr), p. 224

한국교육과정평가원 교수학습센터(http://classroom.kice.re.kr), p. 201

한국민속대백과사전(http://folkency.nfm.go.kr), p. 269

한국일보(http://news.hankooki.com), p. 11, 201

한국콘텐츠진흥원 문화콘텐츠닷컴(http://www.culturecontent.com), p. 205

NBA(http://www.nba.com), p. 91